

УДК 622.7

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОСТИ ПРОЦЕССОВ СЕПАРАЦИИ: ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ СЕПАРАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Ариненков Ю.Д., канд. тех. наук, доц.,
Донецкий национальный технический университет

Рассмотрена информативность точного дифференцирования обогатительных функций в оптимизационных задачах моделирования технологических процессов.

Informing of exact differentiation of concentrating functions in the optimization tasks of design of technological processes is considered.

Проблема и её связь с научными и практическими задачами.

Современная углеобогатительная фабрика характеризуется совокупностью множества взаимосвязанных процессов с определённой целенаправленностью и сложностью функционирования при удовлетворении требований многофакторной целевой функции, т.е. имеет все признаки большой системы [1]. При исследовании обогатительных процессов в качестве такой функции должен применяться критерий, величина которого достигает максимума при условиях, соответствующих максимуму экономической эффективности обогатительного процесса, но не зависит от изменения зольности обогащаемого угля. Очевидно, возможную успешность описания такой сложной системы следует отождествить с правильностью её описания по всем имеющимся в ней взаимосвязям.

Здесь понятие “правильность описания” следует понимать как соответствие методов описания явления его сущности. Например, количество кусков определённой крупности или масса таких кусков в пробе угля является случайной дискретно представленной величиной, интервал дискретности которой задан стандартным набором сит по размерам отверстий, но эта величина (количество кусков определённой крупности или масса таких кусков в пробе угля), ранжированная в порядке увеличения размеров отверстий сит, уже становится дискретной последовательностью, которую можно рассматривать как выборку из бесконечно большой ранжированной последовательности, в пределе – гипотетической непрерывной монотонной зависимости, являющейся функцией распределения вероятностей крупности. При

этом преобразование дискретной функции в непрерывную должно быть выполнено так правильно, чтобы его результаты сходились к описанию гипотетической функции распределения вероятностей крупностей.

Подобным образом следует осуществить и переход от дискретного представления зольности фракций угля от их выхода к непрерывной функции распределения вероятностей зольности.

Более определённо даётся функция отклика в математической модели эффективности процесса сепарации. Далее приняты следующие определения:

1) сепарабельность – это способность массива частиц материала к разделению на два массива по заданному физическому признаку;

2) показатель сепарабельности – это мера делимости компонентов смеси частиц сыпучего материала по заданному признаку.

Показатель сепарабельности отождествляется с оценкой эффективности процесса сепарации и применяется как функция отклика в математической модели процесса сепарации. Разработка и применение показателя сепарабельности связаны с дифференцированием неявных функций сепарабельности (особенно при поиске условия оптимальности). Традиционно дифференцирование таких функций (например, зависимости зольности продукта от его выхода) выполняют в конечных отклонениях, что снижает информативность получаемого результата.

Анализ исследований и публикаций. Для решения оптимизационных задач предлагалось обосновать правило дифференцирования сепарационных функций с интегральной компонентой. К числу таких функций относится прежде всего зависимость зольности продукта от его выхода $\beta(\gamma)$.

В основах теории обогатительных систем связи между элементарными и суммарными характеристиками устанавливаются зависимостью [2]:

$$\beta(\gamma_k) \cdot \gamma_k = \int_0^{\gamma_k} \lambda(\gamma) d\gamma, \quad (1)$$

где γ_k - выход обогащённого продукта;

$\beta(\gamma_k)$ - зольность обогащённого продукта как функция его выхода;

$\lambda(\gamma)$ – функция обратная к распределению зольности фракций.

В левой части зависимости (1) в качестве аргумента указан выход продукта γ_k , что соответствует смыслу решаемой задачи. Однако, с точки зрения на возможность физической реализации управления процессом сепарации, во всём выражении (1) аргументом является не выход продукта обогащения γ , а элементарная зольность λ , которая связана с плотностью D .

Таким образом, в качестве исходной, существенной, прямой следует рассматривать зависимость $\chi(\lambda)$, но, как видим, для традиционного интегрирования по (1) требуется иметь обратную функцию $\lambda(\gamma)$. Для обращения указанной прямой зависимости $\chi(\lambda)$ следует сумму интегралов (в общем виде) прямой $\chi(\lambda)$ и обратной $\lambda(\gamma)$ функций приравнять площади прямоугольной области интегрирования этих функций, равной произведению $\gamma \cdot \lambda$. Тогда из этого равенства на основании известного (вычисляемого) интеграла от обратной функции $\lambda(\gamma)$ будет получен интеграл прямой, но традиционно не вычисляемой, функции $\chi(\lambda)$.

В интегральном исчислении подобное соотношение называют методом “интегрирования по частям” [3], в применении к обогащению процессам открывающее возможность принять в качестве аргумента зольность элементарной фракции $\lambda(D)$, которая связана уже с плотностью разделения D_p [4].

При сепарабельном описании сепарационных зависимостей (числовыми, кусочно-линейными функциями) обращение функции существенно упрощается, так как осуществляется формальным свопированием (обменом) ролей её аргумента и функции.

Если смысл интеграла функции $\lambda(\gamma)$ объясняется как количество золы в полученном продукте и (1) определяет средневзвешенную зольность продукта, то функция $\chi(\lambda)$ есть распределение фракций λ , а её интеграл – оценка этого распределения.

Рассмотрим левую часть (1). Это произведение неявно представленной функции зольности продукта $\beta(\gamma)$ и её аргумента γ .

Правая часть (1) представляет собою определённый интеграл, производная которого равна подинтегральной функции. Дифференцирование левой части (1) по γ с учётом правила дифференцирования произведения функций приводит к зависимости [4, 5]:

$$\frac{d\beta(\gamma_{\kappa})}{d\gamma} \gamma_{\kappa} + \beta(\gamma_{\kappa}) = \lambda(\gamma_{\kappa}). \quad (2)$$

Здесь приписной значок κ обозначает, что производная взята по правому пределу интегрирования, определяющему выход кондиционного продукта γ_{κ} . Отсюда перегруппировкой членов получено [4, ..., 9]:

$$\frac{d\beta(\gamma_{\kappa})}{d\gamma} = \frac{\lambda(\gamma_{\kappa}) - \beta(\gamma_{\kappa})}{\gamma_{\kappa}}. \quad (3)$$

Теперь, на основании правил замены переменных в дифференциальных уравнениях [3], производную $d\beta/d\lambda$ получим умножением (3) слева и справа на производную $d\gamma/d\lambda$ без явного определения самой функции $\beta(\lambda)$:

$$\frac{d\beta(\gamma_{\kappa}(\lambda_{\kappa}))}{d\lambda} = \frac{\lambda(\gamma_{\kappa}(\lambda_{\kappa})) - \beta(\gamma_{\kappa}(\lambda_{\kappa}))}{\gamma_{\kappa}(\lambda_{\kappa})} \cdot f(\lambda_{\kappa}) \quad (4)$$

где $f(\lambda_{\kappa})$ – производная выхода концентрата по λ при $\lambda = \lambda_{\kappa}$ [4, 6, ..., 9],

$$f(\lambda_{\kappa}) = \frac{d\gamma(\lambda)|_{\lambda=\lambda_{\kappa}}}{\gamma_{\kappa} d\lambda},$$

где γ_{κ} – суммарный выход исходного продукта, $\gamma_{\kappa} = 1$.

Полученная зависимость (3) есть производная от зольности продукта по его выходу, выраженная в суммарных параметрах полученного продукта: изменение зольности продукта от изменения его выхода прямо пропорционально превышению величины заданного фактора разделения λ_{κ} над средневзвешенной зольностью выделяемого продукта $\beta(\gamma_{\kappa})$ и обратно пропорционально выходу этого продукта.

Постановка задачи. Анализ исследований и публикаций показывает, что точное дифференцирование обогатительной функции с интегральной компонентой в своей структуре – зависимостью зольности продукта от его выхода – вычисляется через суммарные параметры полученного продукта, раскрывая связь между ними. Это даёт основание для более глубокого изучения вопроса информативности точного дифференцирования не только функций с интегральной ком-

понентой, но и других, полученных экспериментальным путём, зависимостей.

Изложение материала и результаты. Дифференцирование обогатительных (сепарационных) функций в конечных приращениях (фракции с интервалом плотностей $100 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ и более) должно приводить не просто к появлению некоторых ошибок, а к потере существенной информации. Например, можно установить, что извлечение фракций в концентрат в традиционном определении через конечные приращения как

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{\overline{\beta_{\text{фр.к}}}(\Delta\lambda) \cdot \Delta\gamma_{\text{фр.к}}(\Delta\lambda)}{\overline{\beta_{\text{фр.у}}}(\Delta\lambda) \cdot \Delta\gamma_{\text{фр.у}}(\Delta\lambda)},$$

при $\Delta\lambda \rightarrow 0$ имеющее $\overline{\beta_{\text{фр.к}}}(\Delta\lambda) = \overline{\beta_{\text{фр.у}}}(\Delta\lambda)$, интерпретируется отношением производных от выхода концентрата и от выхода исходного по параметру λ :

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{d\gamma_{\kappa} / d\lambda}{d\gamma_{\text{у}} / d\lambda} = \frac{f_{\kappa}(\lambda)}{f_{\text{у}}(\lambda)} \cdot \frac{\gamma_{\kappa}}{\gamma_{\text{у}}}, \quad (5)$$

где $f_{\text{у}}(\lambda)$, $f_{\kappa}(\lambda)$ - плотности распределения вероятностей золы исходного и концентрата, причём для $\lambda = \lambda(\gamma_{\kappa})$.

Аналогично выводу функции извлечения фракций в концентрат можно получить функцию извлечения фракций в отходы (хвосты):

$$\varepsilon_{\text{x}} = \frac{f_{\text{x}}(\lambda)}{f_{\text{у}}(\lambda)} \cdot \frac{\gamma_{\text{x}}}{\gamma_{\text{у}}}. \quad (6)$$

Уже по самому определению величины извлечения фракций должно иметь место равенство

$$\varepsilon_{\kappa} + \varepsilon_{\text{x}} = 1,$$

и при этом имеет место баланс выходов продуктов

$$\gamma_{\kappa} + \gamma_{\text{x}} = \gamma_{\text{у}},$$

делаем вывод, что в (5) и (6) всегда соблюдается равенство плотностей распределения вероятностей величины фактора разделения в концентрате, отходах и исходном продукте:

$$f_k(\lambda = \lambda_k) = f_x(\lambda = \lambda_k) = f_u(\lambda = \lambda_k). \quad (7)$$

Таким образом, установлено, что в результате перехода от конечных приращений к бесконечно малым приращениям функция извлечения фракций в продукт ε_k (функция Тромпа) теперь интерпретируется как отношение производных выходов промышленного и лабораторного концентратов по параметру разделения λ .

Нужно отметить, что никакие другие или дополнительные соотношения из указанного отношения ещё не следуют. Только сопоставление извлечений концентратных фракций в концентрат и породных в породу и учёт баланса продуктов обогащения приводят к заключению о наличии закономерности (7).

При выражении этой же функции через определения плотностей распределения вероятностей золы исходного и концентрата выясняется, что в точке проявления фактора разделения она явно отражает выход промышленного продукта и показывает равенство плотности распределения вероятности величины фактора разделения во всех продуктах конкретного процесса сепарации.

Очевидно, эта же закономерность могла быть установлена и по числовым функциям плотности распределения вероятностей фракций исходного материала, первого и второго продуктов сепарации при их совместном графическом анализе в одной системе координат – по факту пересечения всех трёх графиков в одной точке.

Это свойство сепарационных процессов может быть использовано для обоснования рационального метода определения величины фактора разделения и выхода продуктов сепарации.

Выводы и направление дальнейших исследований. Следовательно, есть основания полагать, что применение производной от функции зольности продукта (3) вместо приближённого дифференцирования в конечных приращениях при исследовании эффективности сепарации позволит сохранить, извлечь и объяснить существенную информацию о взаимосвязях параметров оптимального сепарационного процесса, представленных непрерывными функциями в аналитической форме.

Точное дифференцирование функции извлечения фракций (функции Тромпа) путём перехода от конечных преращений в пределе к бесконечно малым также вскрывает существенные её свойства, которые при традиционном описании (через конечные выходы фракций) были ненаблюдаемыми.

Такой же эффект можно ожидать и от повышения точности исследования процессов по описанию их числовыми функциями. Поэтому направление дальнейших исследований должно быть посвящено изучению и поиску методов повышения точности дифференцирования и интегрирования сепарационных функций обогащительных процессов, представленных в числовой форме (таблицами исходных данных).

Это позволит более глубоко раскрыть свойства процессов обогащительной технологии и получить правильное, а следовательно и более простое их описание.

Список источников.

1. Кафаров В. В., Перов В. Л., Мешалкин В. П. Принципы математического моделирования химико-технологических систем. - М.: Химия, 1974. - 344 с.
2. Верховский И. М. Основы проектирования и оценки процессов обогащения полезных ископаемых. - М.- Л.: Углетехиздат, 1949. - 490 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров - М.: Наука, Гл. ред. из.-мат. лит., 1973. - 832 с.
4. Ариненков Ю. Д. Методы анализа и синтеза показателей обогатимости полезных ископаемых // Применение ЭВМ и математических методов в горных отраслях промышленности. Тр. 17-го Междунар. симпозиума. - М.: Недра, 1982. - Т. 2. - С 447-451.
5. Гарус В. К., Грачёв О. В., Пожидаев В. Ф., Полулях О. Д. Формализация результатов разделительных процессов в углеобогащении. - Луганск: Изд. ООО «НВФ» СТЕК», 2003. - 176 с.
6. Младецкий И. К., Фролова С. Технологический расчёт измельчения // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. -Дніпропетровськ, 2001. - Вип.12(53). - С. 47 - 49.
7. Пожидаев В. Ф., Полулях О. Д., Ходос С. М. Вероятностные модели процессов грохочения. - Луганск: Изд. ООО «НВФ» СТЕК», 2003. - 136 с.
8. 100 Хайдакин В. И., Томилин В. Б., Пожидаев В. Ф. Обогащение углей в сепараторах с магнетитовой суспензией. - Луганск: Изд-во СНУ им. В.Даля, 2004. - 192с.
9. Пожидаев В. Ф., Полулях А. Д., Томилин В. Б. Обогащение и классификация углей в гидрощиклонах: Учеб. пособие. - Луганск: Изд-во СНУ им. В. Даля, 2004. - 176 с.

Рекомендовано к печати докт. техн. наук, проф. Бойко Н. Г.

Дата поступления статьи в редакцию: 7.05.07