УДК 622.271.3.002.5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПАРАМЕТРА ПОТОКА ОТКАЗОВ ГОРНОЙ МАШИНЫ КАК СИСТЕМЫ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗЛИЧНОГО РЕСУРСА

Кравченко В.М.
Донецкий национальный технический университет

Разработана математическая модель параметра потока отказов горной машины как системы элементов различного ресурса. Модель может быть использована для получения интегрированного параметра числа отказов машины и учитывает нестационарность процесса ее восстановления.

The mathematical model of the rate failures parameter of the mining machine as a system of elements of various life time is developed. The model can be used for getting an integrated parameter of number of failures of the machine and studies unstationarity of its restoring process.

Успешное создание горных машин высокого технического уровня и обеспечение повышения эффективности их использования может быть реализовано на основе познания закономерностей процесса восстановления.

Горная машина является восстанавливаемым объектом, поэтому одним из основных критериев, характеризующих ее работу, как объекта надежности, является параметр потока отказов.

Рассмотрим следующую модель испытаний. Пусть на испытании находится N горных машин одного типа и каждая из этих машин содержит $N_э$ число элементов различного ресурса. Реализация испытания предусматривает замену вышедших из строя элементов новыми или отремонтированными.

Параметр потока отказов – это отношение числа отказов элементов в единицу времени к числу испытываемых изделий при условии, что все вышедшие из строя элементы заменяются исправными (новыми или отремонтированными). Согласно этому определению, статистическая оценка параметра потока отказов определится по зависимости:

$$\overline{\omega(t_p)} = \frac{\Delta N(t_p, \Delta t_p)}{N_э N \Delta t_p}, \tag{1}$$

где t_p – наработка машины;

$\Delta N(t_p, \Delta t_p)$ -общее число элементов вышедших и замененных при работе машин в интервале времени $(t_p, t_p + \Delta t_p)$;

Δt_p - малая величина наработки машины.

При достаточно большом количестве однотипных машин и ограниченном количестве элементов, входящих в состав каждой, статистическая оценка функции параметра потока отказов $\overline{\omega(t_p)}$ стремится к действительному значению функции параметра потока отказов $\omega(t_p)$.

Учитывая, что одним из основных исходных положений, принятым при разработке математической модели процесса восстановления горной машины [1], является ординарность процесса восстановления, т.е. отсутствия влияния отказов одних элементов на отказы других, количество элементов, вышедших при работе машины за промежуток наработки $(t_p, t_p + \Delta t_p)$:

$$\Delta N(t_p, \Delta t_p) = \sum_{i=1}^{N_э} \Delta N_i(t_p, \Delta t_p), \qquad (2)$$

где $\Delta N_i(t_p, \Delta t_p)$ - число элементов i – того типа, вышедших из строя при работе N машин на интервале времени $(t_p, t_p + \Delta t_p)$.

При известном параметре потока отказов i – того типа элементов $\omega_i(t_p, \Delta t_p)$ количество вышедших из строя элементов

$$\Delta N_i(t_p, \Delta t_p) = N\omega_i(t_p)\Delta t_p.$$

(3)

Для ординарных потоков с ограниченными последствиями параметр потока отказов связан с частотой отказа $\alpha(t)$ интегральным уравнением Вольтера второго рода [2]:

$$\omega(t) = \alpha(t) + \int_0^t \omega(\tau)\alpha(t-\tau)d\tau \qquad (4)$$

Частотой отказов $\alpha(t)$ для рассматриваемой модели испытаний является отношение числа отказавших элементов в единицу времени к первоначальному числу испытываемых при условии, что все вышедшие элементы восстанавливаются или заменяются новыми, отказы которых не учитываются при дальнейшем проведении испытания.

Для решения уравнения (4) может быть получено предлагаемым комбинированным численным методом по алгоритму, предусматривающему использование рекуррентного соотношения:

$$\omega_k = a\left[\frac{\alpha_k}{\Delta t} + \frac{M}{3}\sum_{j=1,\Delta j=2M}^{P}\left(\omega_j\alpha_L + 4\omega_{(j+M)}\alpha_{(L-M)} + \omega_{(j+2M)} \times \alpha_{(L-2M)}\right) + \frac{\omega_{(P+1)}\alpha_{(K-P)}}{2} + \sum_{j=P+2}^{K-1}\omega_j\alpha_{(K+1-j)}\right]; \tag{5}$$

$$k = \overline{2, N_k}\ .$$

Здесь ω_k - k-тое значение параметра потока отказов, соответствующее времени $t_k=(k-1)\,\Delta t$;

α_k - значение частоты отказов в момент времени t_k;

M – количество точек интервала интегрирования по методу Симпсона;

N_k - количество значений параметра потока отказов, определенное при решении уравнения.

Значения коэффициента a и индексов P и L вычисляются по зависимостям:

$$a = \frac{2\Delta t}{2 - \Delta t\alpha(t=0)};$$

$$P = \mathrm{int}\left[\frac{K-2}{2M}\right] \times 2M;$$

$$L = K + 1 - j.$$

Таким образом, предложенный метод предусматривает одновременное использование численных методов интегрирования Симпсона (с шагом интегрирования $M\Delta t$) и трапеций (с шагом интегрирования Δt).

Этот же метод численного интегрирования уравнения Вольтерра может быть использован и для нахождения $\alpha(t)$ при известном законе $\omega(t)$.

Апробация разработанного алгоритма была выполнена путем сравнения теоретического параметра потока отказов элементов с экспоненциальным законом наработки на отказ с параметром потока отказов, полученным на основе используемого метода. Как показала апробация, требуемая точность и скорость интегрирования уравнения Вольтерра может быть обеспечена выбором величины шага интегрирования Δt и значения M. Аналогично была выполнена и апробация обратного преобразования, т.е. определения функции $\alpha(t)$ при известном значении параметра потока отказов $\omega(t)= \omega_{const}$.

Таким образом, для горной машины как системы элементов различного ресурса математическая модель процесса формирования параметра потока отказов без учета плановых замен с учетом зависимостей (1 – 3, 5) может быть представлена в виде (6).

$$
\left[
\begin{array}{l}
\omega_1 = \omega(t=0) = \alpha(t=0) = \alpha_1; \\
a = \dfrac{2\Delta t}{2 - \Delta t\, \alpha_1}; \quad K = \overline{2, N_k}; \\
\left[
\begin{array}{l}
P = \mathrm{int}\left[\dfrac{K-2}{2M}\right] \times 2M; \quad S = 0; \\
j = \overline{1, P}, \ \ 2M; \\
\left[
\begin{array}{l}
L = K + 1 - j; \\
S = S + \omega_j \alpha_L + 4\omega_{(j+M)} \alpha_{(L-M)} + \omega_{(j+2M)} \alpha_{(L-2M)};
\end{array}
\right. \\
S = \dfrac{SM}{3} + \dfrac{\omega_{(P+1)} \alpha_{(K-P)}}{2}; \ \ j = \overline{P+2, K-1}; \\
\left[
\begin{array}{l}
S = S + \omega_j \alpha_{(K+1-j)};
\end{array}
\right. \\
\omega_K = a(S + \dfrac{\alpha_K}{\Delta t});
\end{array}
\right. \\
t_k = (K-1)\Delta t; \\
i = \overline{1, N_э}; \\
\omega(t_k) = \omega_K.
\end{array}
\right.
\qquad (6)
$$

Анализируя данную математическую модель (6), следует отметить, что она позволяет, по известным распределениям частоты отказов элементов, входящих в машину как систему, получить данные о параметрах потока ее отказов.

Для ее реализации необходимы зависимости $\alpha_i(t)$, которые должны учитывать конкретные законы наработки на отказ каждого элемента системы.

Модель может также быть использована для разработки математической модели процесса восстановления горных машин с целью оценки затрат времени на восстановление и определения стоимость ремонтов, с учетом различных значений времени восстановления $T_{вi}$ и стоимости устранения отказов $C_{вi}$ элементов.

В случае плановой замены i-того элемента машины через наработку на отказ $t_{зi} = k_i t_{pi}$ (k_i – коэффициент относительной замены, равный отношению наработки элемента до его плановой замены к математическому ожиданию его наработки t_{pi}), зависимость изменения параметра потока отказов может быть представлена в виде:

$$\omega_{ci}(t) = \omega_i\left(t - \mathrm{int}\left[\frac{t}{k_i t_{pi}}\right] k_i t_{pi}\right), \tag{7}$$

где $\omega_{ci}(t)$ - функция параметра потока отказов i–того элемента при его плановой замене через наработку $t_з$;

$\omega_i(t)$ - функция параметра потока отказов i–того элемента при отсутствии плановых (упреждающих) замен.

Таким образом, разработана математическая модель параметра потока отказов горной машины как системы элементов различного ресурса. Данная математическая модель (6, 7) может быть использована для получения интегрального показателя числа отказов машины и исследований нестационарности процесса восстановления при известных зависимостях $\alpha_i(t)$. Модель позволяет учесть как конкретные законы наработки каждого элемента системы так и их возможную плановую замену.

Список источников

1. Кравченко В.М., Семенченко А.К., Шабаев О.Е. Анализ функционирования горных машин как объектов надежности- Наукові праці Донецького державного технічного університету Вып. 7, серия горно-электромеханическая, 1999г. Стр. 143-147.
2. Сборник задач по теории надежности. Под ред. А.М. Половко и И.М. Маликова. М., Изд-во «Советское радио», 1972, 408 с.