

УДК 622.674.17

СОЗДАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ВАЛ ПОДЪЁМНОЙ МАШИНЫ

Дворников В.И., докт.тех. наук, проф.,
Донецкий национальный технический университет,
Яценко В.А. инженер, НИИГМ им. М.М. Фёдорова

Разработана математическая модель силовых факторов, действующих на вал шахтной многоканатной подъёмной машины.

It is designed mathematical model power factor, acting on gross mine multiple-cable lifting machine.

Проблема и ее связь с научными или практическими задачами. Парк подъёмных машин горных предприятий значительно устарел, так как они эксплуатируются свыше нормативных сроков. В связи с этим возникла острая необходимость контроля за техническим состоянием их основных узлов. Наиболее информативным и оперативным параметром, отражающим это состояние, является значение механических колебаний, и определяющим в этом случае диагностическим параметром есть параметр вибрации.

Постановка задачи. Основной причиной возникновения вибрации является неуравновешенность вала подъёмной машины. Поэтому исследование динамики шахтной машины является актуальной задачей, а разработка математической модели динамики позволит значительно упростить её решение.

На рис. 1 изображена принципиальная схема шахтной безредукторной многоканатной подъёмной машины. Её основные элементы: обечайка 1, лобовины 2, тормозные ободы 3, реборды 4, кольцевые рёбра жёсткости 5, колодки футеровки 6, клинья для крепления футеровки 7, распорные вставки 8, ступицы 9, коренной вал 10, подшипниковые узлы коренного вала 11, полумуфты 12, подшипниковые опоры ротора двигателя 13, электродвигатель 14.

Изложение материала и результаты. При разработке математической модели были сделаны следующие допущения:

- многочисленные экспериментальные исследования показывают, что подшипниковые узлы коренного вала находятся в довольно интенсивном вибрационном состоянии. Это свидетельствует о podatливости подшипниковых опор машины;

- правая полумуфта на рис.1 совершает только вращательное движение вокруг оси вала ротора, а её поперечные линейные перемещения и угловые сдвиги равны нулю;
- коренной вал машины вместе с барабаном, используя терминологию классической механики, можно уподобить волчку с неподвижной точкой в левой полумуфте [4];
- расчёты показывают, что поперечный прогиб вала в окрестностях ступицы, по крайней мере, на два порядка меньше прогиба опоры даже при самых «грубых» оценках её податливости. На этом основании будем считать волчок абсолютно твёрдым телом, совершающим кроме собственного вращения также характерные движения, называемые прецессией и нутацией.

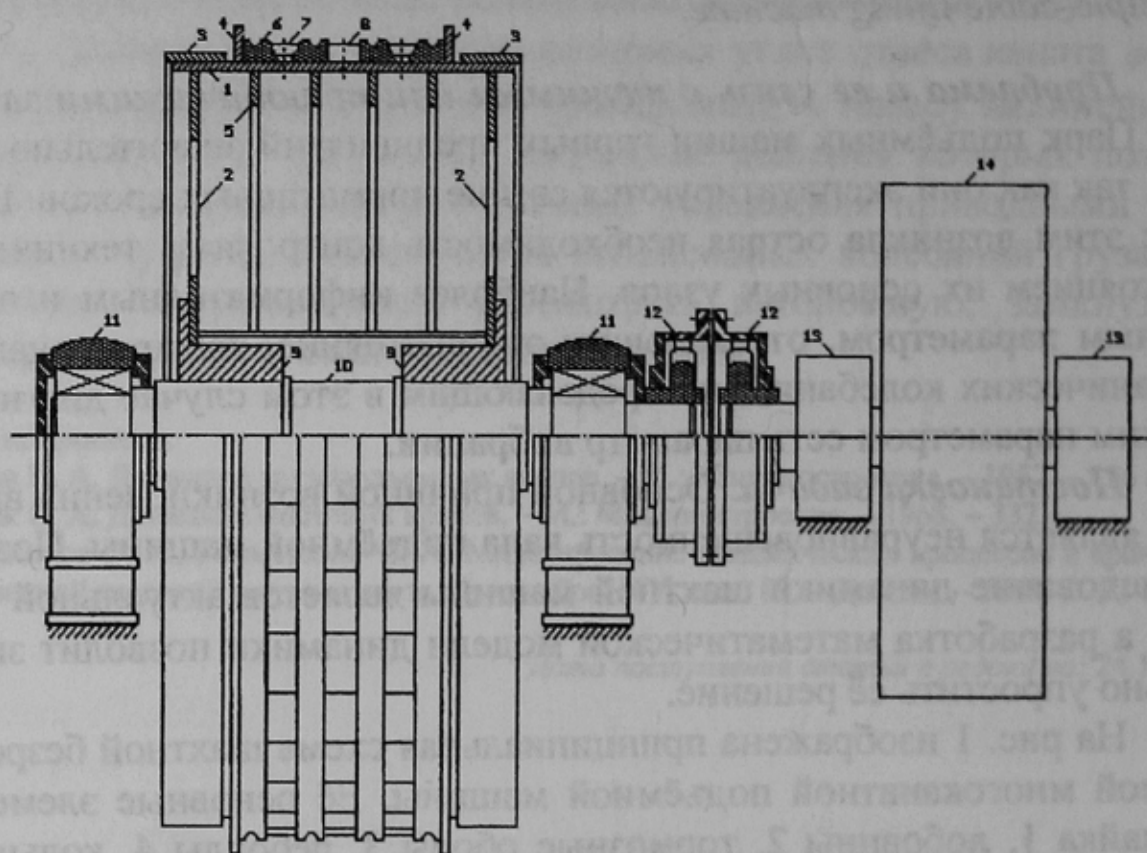


Рисунок 1 - Конструктивная схема многоканатной безредукторной машины

На рис.2 схематически в двух проекциях показана расчётная схема коренного вала OA с примыкающим к нему валом ротора двигателя OD . Коренной вал машины опирается на податливые опоры подшипников в точках A и B , а вал ротора на недеформируемые опоры в точках C и D [1,2]. Направление осей OX , OY и OZ указаны на рис.2 и оси XYZ образуют правую систему координат.

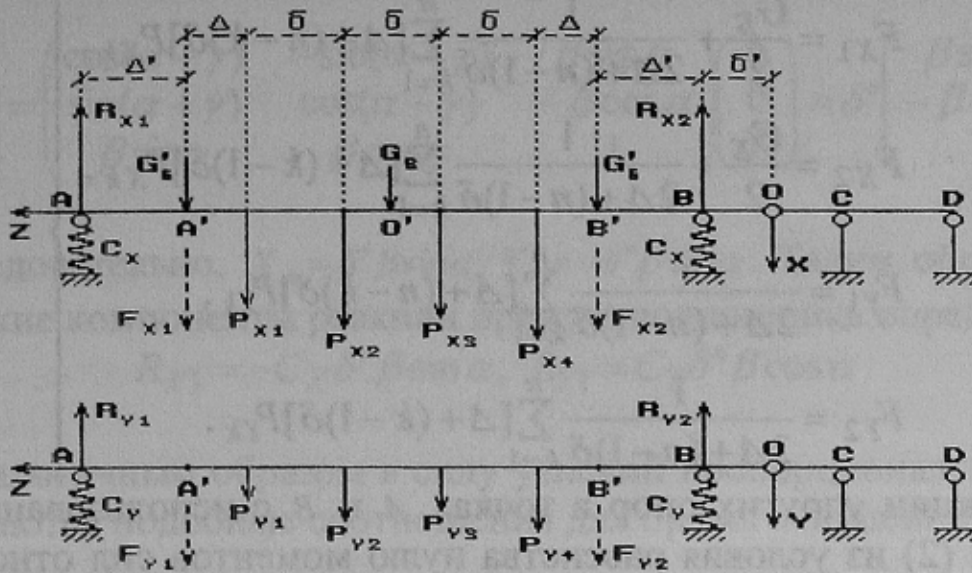


Рис. 2 – Схема действия сил на коренной вал машины.

Опоры вала в точках A и B имеют коэффициенты жесткости C_x и C_y соответственно направлениям осей координат.

Силы $G'_B = G_B / 2$, где G_B – вес барабана машины, поровну распределенный на две ступицы в точках A', B' . Сила G_B – вес коренного вала, который предполагается сосредоточенным в точке O' , являющейся серединой пролета AB .

Силы P_{Xk} и P_{Yk} ($k = 1, 2, \dots, n$) – это проекции на соответствующие оси суммарных усилий в набегающей и сбегающей ветвях k -го каната при общем их количестве равном n .

Для варианта расположения отклоняющих шкивов на сбегающей ветви они равны:

$$\left. \begin{aligned} P_{Xk} &= \frac{1}{n} (F_{наб} - F_{сб} \cos \alpha_0) + A \frac{\delta R_k}{R} [f_1(x) - f_2(x) \cos \alpha_0], \\ P_{Yk} &= \frac{F_{сб}}{n} \sin \alpha_0 + A \frac{\delta R_k}{R} f_2(x) \sin \alpha_0 \quad (k = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $F_{наб}$ и $F_{сб}$ – суммарные динамические усилия в набегающей и сбегающей ветвях всех канатов; α_0 – угол обхвата канатом шкива трения; δR_k – отклонение k -го радиуса ручья от среднего радиуса навивки R ; A – агрегатная продольная жесткость каната; f_1, f_2 безразмерные функции [3].

Силы $F_{X1}, F_{X2}, F_{Y1}, F_{Y2}$ являются проекциями сил воздействия соответствующих ступиц на коренной вал в точках A', B' [5].

$$\left. \begin{aligned} F_{X1} &= \frac{G_B}{2} + \frac{1}{2\Delta + (n-1)\delta} \sum_{k=1}^n [\Delta + (n-k)\delta] P_{Xk}, \\ F_{X2} &= \frac{G_B}{2} + \frac{1}{2\Delta + (n-1)\delta} \sum_{k=1}^n [\Delta + (k-1)\delta] P_{Xk}, \\ F_{Y1} &= \frac{1}{2\Delta + (n-1)\delta} \sum_{k=1}^n [\Delta + (n-k)\delta] P_{Yk}, \\ F_{Y2} &= \frac{1}{2\Delta + (n-1)\delta} \sum_{k=1}^n [\Delta + (k-1)\delta] P_{Yk}. \end{aligned} \right\} (2)$$

Реакции упругих опор в точках A и B с использованием соотношений (2) из условия равенства нулю моментов сил относительно точки O и на основании четвертого допущения, касающегося отсутствия поперечных деформаций вала, записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} R_{X1} &= \delta'' \frac{F_{X1}(\delta'' - \Delta') + F_{X2}(\delta' + \Delta') + G_B(\delta' + \delta'')/2}{(\delta')^2 + (\delta'')^2}, \\ R_{X2} &= \delta' \frac{F_{X1}(\delta'' - \Delta') + F_{X2}(\delta' + \Delta') + G_B(\delta' + \delta'')/2}{(\delta')^2 + (\delta'')^2}, \\ R_{Y1} &= \delta'' \frac{F_{Y1}(\delta'' - \Delta') + F_{Y2}(\delta' + \Delta')}{(\delta')^2 + (\delta'')^2}, \\ R_{Y2} &= \delta' \frac{F_{Y1}(\delta'' - \Delta') + F_{Y2}(\delta' + \Delta')}{(\delta')^2 + (\delta'')^2}, \end{aligned} \right\} (3)$$

где обозначено $\delta'' = 2(\Delta + \Delta') + (n-1)\delta + \delta'$ — длина коренного вала. Из рис.2 видно, что

$$\frac{R_{X1}}{R_{X2}} = \frac{R_{Y1}}{R_{Y2}} = \frac{\delta''}{\delta'} \quad (4)$$

В свою очередь реакции R_{X1} и R_{Y1} определяются как произведение коэффициентов жесткости C_X, C_Y на соответствующие поперечные перемещения вала в точке A (см. рис. 2) X_A, Y_A , взятые с противоположными знаками, то есть $R_{X1} = -C_X X_A$, $R_{Y1} = -C_Y Y_A$.

Так как радиус-вектор OA в подвижной системе имеет компоненты $0, 0, \delta''$, тогда компоненты этого же вектора X_A, Y_A, Z_A в неподвижных осях находят при помощи $a_k = A_{ki} a'_i$, $a'_k = A_{ik} a_i$, производя следующие операции квадратной матрицы на матрицу-столбец:

$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \gamma) & -\sin(\alpha + \gamma) & \beta \sin \alpha \\ \sin(\alpha + \gamma) & \cos(\alpha + \gamma) & -\beta \cos \alpha \\ \beta \sin \gamma & \beta \cos \gamma & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta'' \end{pmatrix} = \delta'' \begin{pmatrix} \beta \sin \alpha \\ -\beta \cos \alpha \\ 1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, $X_A = \delta'' \beta \sin \alpha$, $Y_A = -\delta'' \beta \cos \alpha$. Таким образом, динамические компоненты реакции правого подшипника определим как

$$R_{X1} = -C_X \delta'' \beta \sin \alpha, \quad R_{Y1} = C_Y \delta'' \beta \cos \alpha \quad (5)$$

Аналогичным образом в силу условий пропорциональности (4) записываются подобные соотношения для правого подшипника :

$$R_{X2} = -C_X \delta' \beta \sin \alpha, \quad R_{Y2} = C_Y \delta' \beta \cos \alpha. \quad (6)$$

Квазидинамические величины прецессии и нутации находятся с помощью первого и третьего выражений из (2) как решения системы уравнений

$$R_{X1} = -C_X \delta'' \tilde{\beta} \sin \tilde{\alpha}, \quad R_{Y1} = C_Y \delta'' \tilde{\beta} \cos \tilde{\alpha}. \quad (7)$$

В силу условий пропорциональности получим

$$R_{X2} = -C_X \delta' \tilde{\beta} \sin \tilde{\alpha}, \quad R_{Y2} = C_Y \delta' \tilde{\beta} \cos \tilde{\alpha}. \quad (8)$$

Из (7) и (8) следуют:

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{\delta''} \sqrt{\left(\frac{R_{X1}}{C_X}\right)^2 + \left(\frac{R_{Y1}}{C_Y}\right)^2}, \quad \text{tg } \tilde{\alpha} = -\frac{R_{X1}}{C_X} : \frac{R_{Y1}}{C_Y}, \quad (9)$$

где α и β квазидинамические величины динамических величин прецессии α и нутации β вала.

Компоненты аксиального вектора моментов внешних сил \vec{M} относительно точки O (см. рис.2):

$$\left. \begin{aligned} M_X &= R_{Y1} \delta'' + R_{Y2} \delta' - F_{Y1}(\delta'' - \Delta') - F_{Y2}(\delta' + \Delta'), \\ M_Y &= -R_{X1} \delta'' - R_{X2} \delta' + F_{X1}(\delta'' - \Delta') + F_{X2}(\delta' + \Delta') + G_B(\delta'' + \delta')/2, \\ M_Z &= M_{\mathcal{E}} - (F_{наб} - F_{сб})R, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $M_{\mathcal{E}}$ – электродинамический момент двигателя.

Если же в соотношение (10) подставить значения (7) и (8), получим:

$$\left. \begin{aligned} M_X &= C_Y [(\delta'')^2 + (\delta')^2] (\beta \cos \alpha - \tilde{\beta} \cos \tilde{\alpha}), \\ M_Y &= C_X [(\delta'')^2 + (\delta')^2] (\beta \sin \alpha - \tilde{\beta} \sin \tilde{\alpha}), \\ M_Z &= M_{\mathcal{E}} - (F_{наб} - F_{сб}) R. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Заметим, что (11) определяют компоненты моментов сил в неподвижной системе координат, а это является существенным обстоятельством для вывода дифференциальных уравнений движения волчка.

Как было отмечено выше, коренной вал машины с насаженным на него барабаном представляет собой классический тип волчка с неподвижной точкой O .

При упрощенном подходе достаточно считать коренной вал обычным ротатором длиной δ'' и массой G_B/g , а барабан – полым цилиндрическим телом длиной $l_{\tilde{b}} = 2\Delta + (n-1)\delta$ и массой $G_{\tilde{b}}/g$. Тогда с достаточной для инженерных целей точностью можно записать:

$$I_X = I_Y = G_B(\delta'')^2/(3g) + G_{\tilde{b}}[l_{\tilde{b}}^2 + 3(\delta'' + \delta')^2]/(12g). \quad (12)$$

Кинетический момент инерции I_Z равен:

$$I_Z = GD^2/4g. \quad (13)$$

Выводы. Итак, полученные формулы могут служить исходными для вывода и дальнейших решений уравнений динамики рассматриваемой системы.

Список источников

1. Дворников В. И. О параметрических резонансах при движении подъемного сосуда в проводниках армировки ствола. Дис... канд. техн. наук. – Донецк, 1966. – 152 с.
2. Дворников В. И. О методике расчета и рациональных параметрах шахтных подъемных установок. // Уголь Украины, 1983, №9, стр. 33-35.
3. Дворников В. И. Теория и моделирование динамического состояния шахтного подъемного комплекса. Дис... докт. техн. наук. – Донецк, 1989. – 385 с.
4. Дворников В. И., Кърцелин Е. Р. Теоретические основы динамики шахтного подъемного комплекса. – София: МОНТ, 1997. – 363 с.
5. Коддингтон Э. А. и Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М: ИИЛ, 1958. – 474 с.

Дата поступления статьи в редакцию: 24.10.06