

## ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ПО МАЛОЙ ВЫБОРКЕ

Штепа А.А.

Донецкий национальный технический университет  
кафедра электронной техники**Abstract.**

*Shtepa A.A. The optimization of digital signal processing on a short selection. The article is devoted to the problem of minimization of regional effects at digital processing of low peak measuring signals. By the offered method the optimum values of parameters of gravimetric are certain windows providing the greatest efficiency of minimization of the spreading of spectrum (the Gybbs effect).*

**Введение** Высокие требования, предъявляемые к современным измерительным системам, подразумевают широкое применение методов цифровой обработки сигналов (ЦОС). Наиболее широко применяют ЦОС на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Однако наряду с многочисленными достоинствами метод ДПФ обладает и некоторыми недостатками.

Одним из наиболее неприятных недостатков, особенно при обработке малых выборок, является эффект растекания спектра (эффект Гиббса). Суть явления растекания спектра заключается в следующем: при ДПФ предполагается, что последовательность отсчетов анализируемого сигнала является периодически продолженной вперед и назад во времени [1, 2].

При этом если значения начального и конечного отсчетов сигнала сильно различаются (вследствие того, что анализируемый участок сигнала неперiodичен или содержит нецелое число периодов), при периодическом повторении на стыках сегмента возникают скачки, из-за которых спектр сигнала сильно расширяется. Таким образом, применение операции ДПФ вносит существенные искажения в обрабатываемый сигнал.

**Анализ известных решений.** Для уменьшения растекания спектра используют линейную аппроксимацию между начальной и конечной точками выборки или применяют метод четного продолжения исходной последовательности. Эти способы уменьшают высокочастотные выбросы спектра, однако сильно искажают его низкочастотную область [1, 2].

Более удачные результаты для ДПФ получаются при использовании весовых функций – так называемых "окон". В этом случае перед расчетом ДПФ сигнал умножают на некоторую весовую функцию, которая должна спадать к краям сегмента (выборки). Предварительное умножение на весовую функцию, например окно Гаусса, приводит к тому, что свертка производится с ее Фурье-образом, а не с  $\text{sinc}(x)$ . Естественно, после обратного ДПФ сигнал следует разделить на то же окно [2]. При этом более точно аппроксимируется спектр реального бесконечного сигнала, искусственно уменьшается скачек между крайними значениями сегмента сигнала и, тем самым уменьшается растекание спектра. Таким образом, за счет некоторого уширения самой спектральной полосы сильно подавляются ее боковые лепестки (до уровня -45...-55 дБ) в зависимости от характеристик окна.

Традиционно весовые окна характеризуются двумя показателями [2, 3]:

- шириной полосы частот главного лепестка, которая позволяет судить о частотном разрешении;
- максимальным уровнем боковых лепестков, который позволяет судить об эффективности подавления просачивания.

Окна, имеющие высокий уровень подавления боковых лепестков, характеризуются расширением главного лепестка спектра, что приводит к ухудшению частотного разрешения.

**Постановка задачи исследования.** Выбор характеристик окна основывается на компромиссе между шириной главного лепестка и уровнем подавления боковых лепестков. Для принятия такого компромиссного решения необходимо произвести оценку эффективности минимизации краевых эффектов при использовании того или иного окна для каждого конкретного случая, что в свою очередь подразумевает выделение критериев такой оценки и разработку метода оптимизации параметров окна в соответствие с этими критериями.

**Цель исследования.** Целью исследования является повышение эффективности цифровой обработки низкоамплитудных измерительных сигналов путем разработки методики определения оптимальных значений параметров весовых окон, обеспечивающие наивысшую эффективность минимизации растекания спектра при малых объемах выборки.

**Исследования и результаты** Рассмотрим форму  $\Delta x(i)$  абсолютной погрешности сигнала, подвергнутого прямому и обратному ДПФ:

$$\Delta x(i) = |y(i) - x(i)|,$$

где  $x(i)$  – некоторый тестовый сигнал, например синусоида, число дискретов которой  $n=2^{10}=1024$ , а размах амплитуды равен 5;  $y(i)$  – тот же сигнал, после прямого и обратного ДПФ (рис. 1).

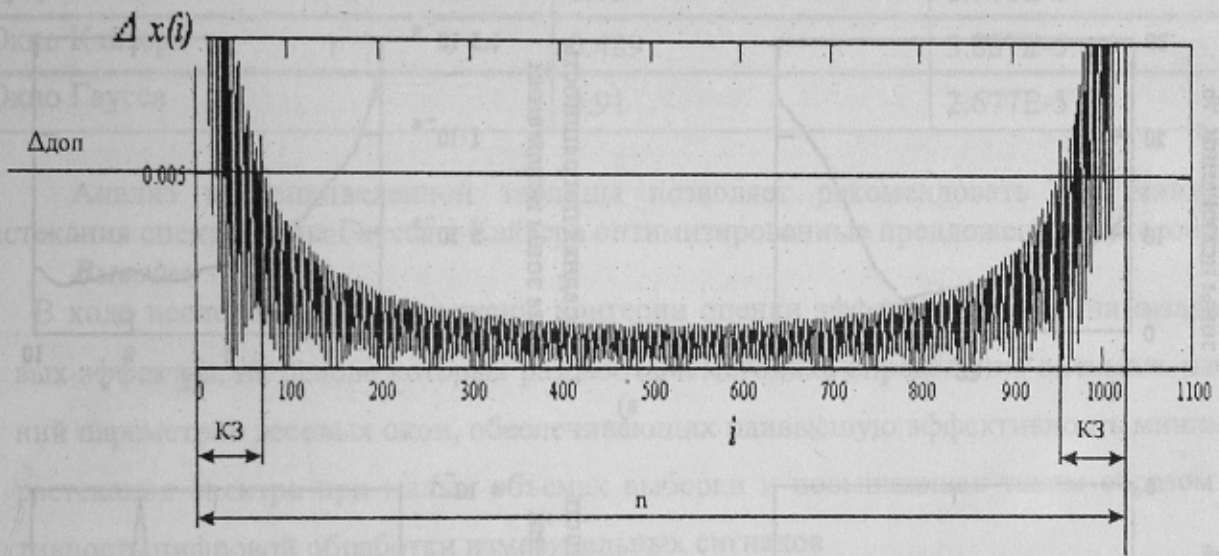


Рис. 1. Абсолютная погрешность восстановленного сигнала

Основной целью минимизации краевых эффектов является уменьшение участка сигнала, на котором погрешность превышает некоторое допустимое значение  $\Delta_{доп}$ . Такой участок назовем краевой зоной, его длительность в дискретах обозначим КЗ (рис. 1). В качестве  $\Delta_{доп}$  может выступать минимально различимое изменение аналогового сигнала на входе. Для 10-разрядного АЦП число уровней сигнала  $2^{10}=1024$ , тогда  $\Delta_{доп}=0,1\%$  от динамического диапазона входного сигнала.

На основе анализа зависимости, представленной на рис. 1, в качестве оценок качества восстановления сигнала предложены следующие величины:

– ОКЗ - размер краевой зоны КЗ, отнесенный к объему выборки n:

$$ОКЗ = \frac{КЗ}{n} \cdot 100\%,$$

– среднее значение модуля абсолютной погрешности вне краевой зоны:

$$\Delta x(t),$$

так как погрешность ЦОС не ограничивается исключительно краевой зоной.

Поскольку модуль погрешности сигнала сильно пульсирует, то для определения границ зоны краевых искажений воспользуемся огибающей значений искажений.

Наибольший интерес представляют окна, зависящие от параметра, изменяя который можно корректировать характеристики окна.

Окно Гаусса:

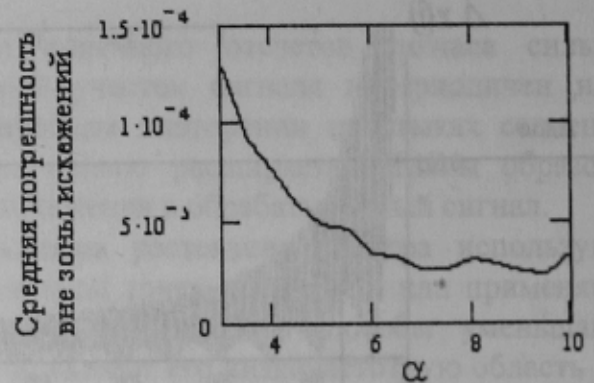
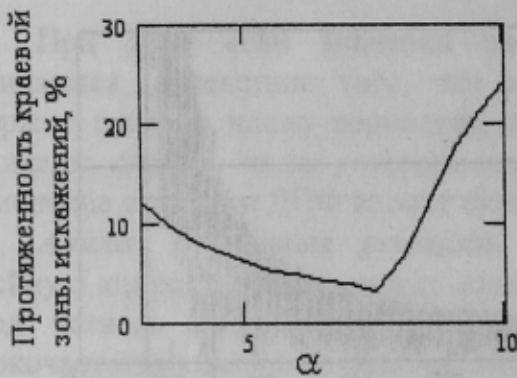
$$G_i = \exp \left[ -2 \left[ \frac{\alpha \cdot \left( i - \frac{n-1}{2} \right)^2}{n-1} \right]^2 \right]$$

и Кайзера:

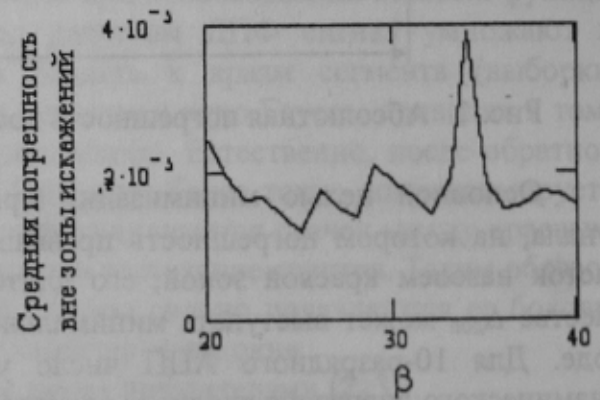
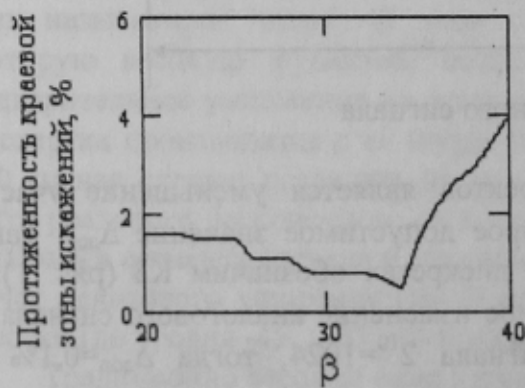
$$G_i = \frac{I_0 \left[ \beta \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{2 \cdot i - n - 1}{n-1} \right)^2} \right]}{I_0(\beta)},$$

где  $I_0$  – функция Бесселя 0-го порядка.

Зависимости количественных оценок эффективности окон при разных значениях параметров  $\alpha$  – для окна Гаусса и  $\beta$  – для окна Кайзера приведены на рис 1.



а)



б)

Рисунок 2 – Графики количественных оценок эффективности окна при разных значениях параметра а) для окна Гаусса б) для окна Кайзера



Как видно из рис.2, оптимальными в смысле эффективности минимизации растекания спектра являются окна Гаусса с параметром  $\alpha=8$  и окно Кайзера с параметром  $\beta=34$ .

Результаты сравнения окон по предложенным оценкам сведены в табл. 1. Для сравнения в таблице приведены оценки эффективности для случая, когда окна не применяются (так называемое прямоугольное окно):

$$G_i = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq i \leq (n-1) \\ 0 & \end{cases}$$

и для случая использования треугольного окна (недостатком которого является обнуление сигнала на концах обрабатываемого сегмента):

$$G_i = 1 - \left| \frac{2 \cdot i}{n-1} - 1 \right|.$$

Таблица 1 – Результаты сравнения окон по предложенным оценкам эффективности минимизации растекания спектра

Окно	ОКЗ, %	$\overline{\Delta x(t)}$
Прямоугольное окно	35.78	8.591E-4
Треугольное окно	3.03	6.711E-5
Окно Кайзера	0.489	3.887E-5
Окно Гаусса	3.91	2.677E-5

Анализ вышеприведенной таблицы позволяет рекомендовать для минимизации растекания спектра окна Гаусса и Кайзера оптимизированные предложенным способом.

#### Выводы

1. В ходе исследований предложены критерии оценки эффективности минимизации краевых эффектов, на основе которых разработана методика определения оптимальных значений параметров весовых окон, обеспечивающих наивысшую эффективность минимизации растекания спектра при малых объемах выборки и повышающая таким образом эффективность цифровой обработки измерительных сигналов
2. Наиболее эффективной в смысле уменьшения потерь информации на краях реализации сигнала является минимизация краевых эффектов с помощью весового окна Кайзера с параметром  $\beta=34$ . Однако погрешность этой весовой функции вне краевой зоны неустойчива и может быть выше, чем при использовании окна Ханна.

#### Литература

- 1 Беляев К.Р., Морозов А.А. Коррекция фазовых искажений и обработка биомедицинских сигналов. – Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 1993. № 4. с. 40-46
- 2 Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584с.
- 3 Сергиенко А.Б. – Цифровая обработка сигналов – СПб.: Питер, 2003. – 604с.