СИНТЕЗ РАЗОМКНУТОГО КАНАЛА ИТЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ФАП

Андреев А.И., Охрущак Д.В., Недашковский Ю.Л.
Одесская национальная академия связи им. А.С.Попова,
кафедра почтообрабатывающих машин
E-mail: arnika@ukr.net

Abstract
Andreev A., Okhruschak D., Nedashkovsky Yu. Synthesis of the open-circuit channel of an iterated system of PLL. *The singularities of synthesis of the open-circuit compensation channel of an iterated system of phase lock loop (PLL) are considered at assigning effect with the overlapped interference.*

Итерационные системы фазовой автоподстройки (ФАП) используются во многих устройствах связи и управления [1,2]. Чаще всего применяют двухсвязные итерационные системы ФАП [2]. В настоящей работе исследуются особенности синтеза оператора разомкнутой компенсационной связи основного контура управления (ОКУ) или дополнительного контура управления (ДКУ) в классе двухконтурных итерационных систем ФАП (ДИС ФАП).

Во многих практических случаях на вход итерационной системы ФАП поступает задающее воздействие $x(t)$ (разность фаз двух сравниваемых по фазе напряжений) с наложенной помехой $n(t)$. В этом случае структурная схема комбинированной ДИС ФАП имеет вид, представленный на рис.1. Уравнения ее элементов имеют вид

$$\begin{aligned}
&\beta_1(t)=W_{p1}(p)\sum\nolimits_1(t);\\
&\sum\nolimits_1(t)=\Delta\varphi_{1_K}(t)+W_{KY_1}(p)[\alpha(t)+n(t)];\\
&\Delta\varphi_{1_K}(t)=\alpha(t)+n(t)-\beta_1(t);\\
&\beta_2(t)=W_{p2}(p)\sum\nolimits_2(t);\\
&\sum\nolimits_2(t)=\Delta\varphi_{2_K}(t)+W_{KY_2}(p)\Delta\varphi_{1_K}(t),
\end{aligned} \tag{1}$$

где $W_{p1}(p)$, $W_{p2}(p)$ – операторы основного (ОКУ) и дополнительного (ДКУ) контуров управления;

$W_{KY_1}(p)$, $W_{KY_2}(p)$ – операторы разомкнутых компенсационных каналов для ОКУ и ДКУ соответственно.

$\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$ – управляемые величины ОКУ и ДКУ соответственно.

На основании известного соотношения [3] энергетический спектр фазовой ошибки с учетом выражений (1) имеет вид

$$S_{\Delta\varphi k}(\omega)=\left|W_{\Delta\varphi k}(j\omega)\right|^2 G_\alpha(\omega)+\left|W_{3k}(j\omega)\right|^2 S_k(\omega), \tag{2}$$

где $G_\alpha(\omega), S_n(\omega)$ – энергетические спектры задающего воздействия и помехи соответственно:

$$\begin{aligned}
&W_{\Delta\varphi k}(j\omega)=W_{\Delta\varphi 1k}(j\omega)W_{\Delta\varphi 2k}(j\omega)=\\
&=\frac{1-W_{p1}(j\omega)W_{ky2}(j\omega)}{1+W_{p1}(j\omega)}\cdot\frac{1-W_{p2}(j\omega)W_{ky2}(j\omega)}{1+W_{p2}(j\omega)};\\
&W_{3k}(j\omega)=W_{31k}(j\omega)+W_{32k}(j\omega)-W_{31k}(j\omega)W_{32k}(j\omega).
\end{aligned} \tag{3}$$

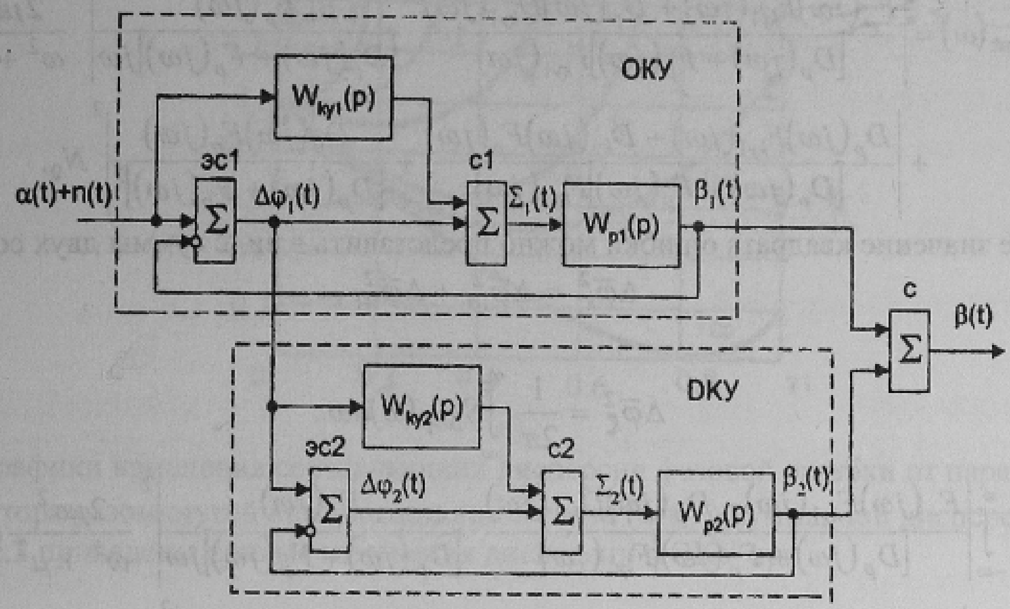


Рис.1. Структурная схема комбинированной ДИС ФАП
с двумя разомкнутыми каналами управления

Для примера рассмотрим комбинированную итерационную систему ФАП, операторы которой определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned} &W_{p1}(p)=W_{p2}(p)=k_p(T_1 p+1)/[(T_2 p+1)p];\\ &W_{ky1}(p)=\frac{D_{ky1}(p)}{F_{ky1}(p)}=\frac{\tau p}{d_1 p+d_0}=\frac{\tau_1 p}{d_1 p+1};\\ &W_{ky2}(p)=0\,. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

На вход системы ФАП (рис.1) поступает задающее воздействие, спектральная плотность в производной которого подчиняется распределению Пуассона и определяется выражением

$$S_\alpha(\omega)=2\mu a^2/(\omega^2+\mu^2), \tag{5}$$

где a^2 – среднее значение квадрата скорости изменения $\alpha(t)$ – среднее значение квадрата частоты; $1/\mu$ – средняя длина промежутков времени, в течении которых скорость остается постоянной.

Если задающим воздействием считать $d\alpha(t)$, а не $\alpha(t)$ (или в изображениях по Лапласу $s\alpha(t)$, а не $\alpha(t)$), то для получения передаточной функции комбинированной итерационной системы необходимо исходное выражение разделить на s, т.е.

$$W_{\Delta\varphi k}(s)/s=\Delta\varphi_k(s)/[s\alpha(s)]. \tag{6}$$

В качестве помехи, наложенной на полезный сигнал, возьмем белый шум, энергетический спектр (спектральная плотность) которой

$$S_n(\omega)=N_0=const \tag{7}$$

С учетом выражений (3), (4), (5), и (6) получаем

$$S_{\Delta\varphi k}(\omega)=\left|\frac{F_p(j\omega)F_{ky1}(j\omega)+D_p(j\omega)D_{ky1}(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]F_{ky1}(j\omega)}\cdot\frac{F_p(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]j\omega}\right|^2\frac{2\mu a^2}{\omega^2+\mu^2}+$$
$$+\left|\frac{D_p(j\omega)F_{ky1}(j\omega)+D_{ky}(j\omega)F_p(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]F_{ky1}(j\omega)}+\frac{D_p(j\omega)F_p(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]^2}\right|^2 N_0, \tag{8}$$

т.е. среднее значение квадрата ошибки можно представить в виде суммы двух составляющих

$$\Delta\overline{\varphi}_k^2=\Delta\overline{\varphi}_{1\alpha}^2+\Delta\overline{\varphi}_{1\Pi}^2,$$

где

$$\Delta\overline{\varphi}_k^2=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}S_{\Delta\varphi_k}(\omega)d\omega;$$

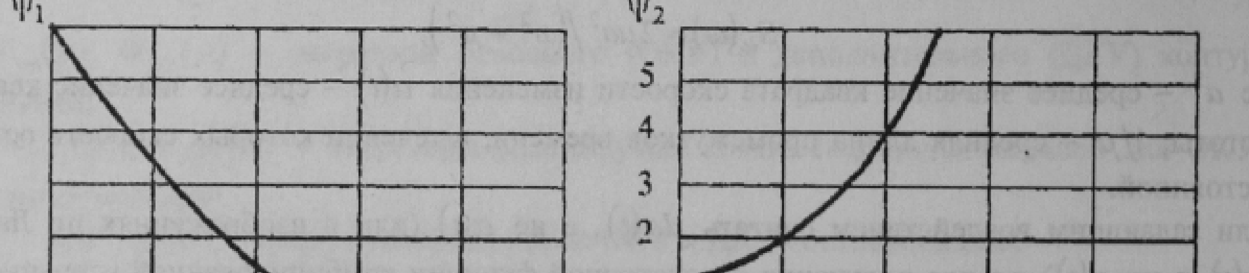
$$\Delta\overline{\varphi}_{1\Pi}^2=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{F_p(j\omega)F_{ky1}(j\omega)-D_p(j\omega)D_{ky1}(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]F_{ky1}(j\omega)}\cdot\frac{F_p(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]j\omega}\right|^2\frac{2\mu a^2}{\omega^2+\mu^2}d\omega$$

$$\Delta\overline{\varphi}_{1\Pi}^2=\frac{N_0}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{D_p(j\omega)F_{ky1}(j\omega)-D_{ky1}(j\omega)F_p(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]F_{ky1}(j\omega)}\cdot\frac{D_p(j\omega)F_p(j\omega)}{\left[D_p(j\omega)+F_p(j\omega)\right]^2}\right|^2 d\omega$$

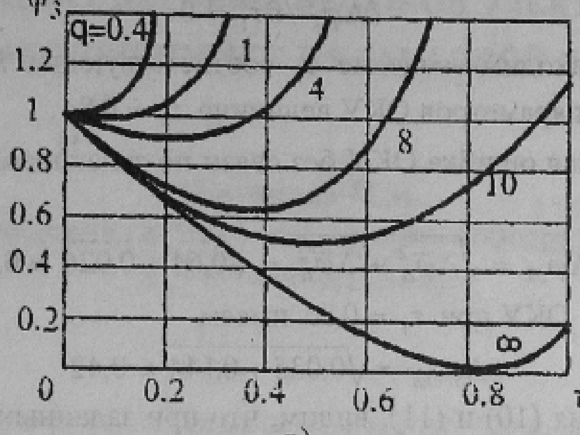
Подставив в выражение (8) конкретные значения $F_p(j\omega)$, $D_p(j\omega)$, $D_{ky1}(j\omega)$, $F_{ky1}(j\omega)$, получим

$$S_{\Delta\varphi k}(\omega)=\left|\frac{(T_2j\omega+1)^2(d_1j\omega+1)j\omega-k_p\tau_1j\omega(T_2j\omega+1)}{\left[k_p(T_1j\omega+1)+(T_2j\omega+1)j\omega\right]^2(d_1j\omega+1)}\right|^2\frac{2\mu a^2}{\omega^2+\mu^2}+$$
$$+\left|\frac{k_p(d_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)\tau_1(j\omega)^2}{\left[k_p(T_1j\omega+1)+(T_2j\omega+1)j\omega\right](d_1j\omega+1)}+\frac{k_p(T_2j\omega+1)}{\left[k_p(T_1j\omega+1)+(T_2j\omega+1)j\omega\right]^2}\right|^2 N_0.$$

Определение дисперсии фазовой ошибки осуществляется с помощью известных табличных интегралов [3].



а) б)



в)

Рис.2. Графики изменения составляющих дисперсии фазовой ошибки от параметра τ_1 оператора разомкнутой компенсационной связи (а, б) и суммарной дисперсии (в)

На рис.2 приведены кривые изменения дисперсии в ОКУ при

$$W_{p1}(s) = \frac{k_p(T_1 s + 1)}{(T_{2s}+1)s} = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s} = \frac{D_{p1}(s)}{F_{p1}(s)},$$

где

$$k_p = 5\, {}^1\!/_c\,;\ T_1 = 0{,}01c\,;\ T_2 = 0{,}025c\,;$$

$$b_1 = k_p T_1\,;\ b_0 = k_p\,;\ a_2 = T_2\,;\ a_1 = 1.$$

На вход ОКУ поступает задающее воздействие, спектральная плотность которого определяется выражением (5), где $a = 18\,\text{град}^2/c^2$; $\mu = 0{,}01$с.

На задающее воздействие наложена помеха, спектральная плотность которой $S_n(\omega) = 0{,}01 = N_0$.

Дисперсия ошибки ОКУ с управлением по отклонению

$$\Delta\overline{\varphi}^2 = \Delta\overline{\varphi}_\alpha^2 + \Delta\overline{\varphi}_\Pi^2,$$

где

$$\Delta\overline{\varphi}_a^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{(a_1 j\omega + a_0)\sqrt{2\mu a}}{\left[c_2(j\omega)^2 + c_1(j\omega) + c_0\right](j\omega + \mu)}\right|^2 d\omega = I_3 =$$

$$= \frac{-c_2 2\mu a^2 - c_2(c_1 + c_2\mu)2\mu a^2 a_1^2/(\mu c_0)(\mu c_0)}{-2c_2\left[\mu c_0 c_2 + (c_1 + c_2\mu)(c_0 + \mu c_1)\right]}.$$

$$\Delta\overline{\varphi}_\Pi^2 = I_2 = \frac{N_0\left(b_1^2 + b_0^2 c_2\right)/c_0}{2c_1 c_2};$$

$$c_2 = a_2\,;\ c_1 = k_p T_1 + 1\,;\ c_0 = k_p.$$

Для комбинированного ОКУ при $W_{ky1}(s) = \tau_1 s/(d_1 s + 1)$, где $d_1 = T_1$ имеем

$$\Delta\overline{\varphi}_k^2 = \frac{-2c_2 q^2\mu - 2c_2(c_1 + c_2)\mu a^2(a_1 - \tau_1)/(\mu c_0)}{-2c_2\left[\mu c_0 c_2 - (c_1 + c_2\mu)(c_0 - \mu c_1)\right]} +$$

$$+\frac{N_0\left[(b_1 - \tau_1)^2 + b_0^2 c_2/c_0\right]}{2c_1 c_2} = \Delta\overline{\varphi}_\alpha^2 + \Delta\overline{\varphi}_п^2.$$

Возьмем частную производную $\partial\Delta\overline{\varphi}_k^2/\partial\tau_1$ и приравняем ее к нулю

$$\partial\Delta\overline{\varphi}_k^2 / \partial\tau_1 = 0 . \tag{9}$$

Из уравнения (9) находим значение τ_1 соответствующее минимуму дисперсии ОКУ. При заданных значениях параметров ОКУ величина $\tau_1 = 0{,}8c$.

Среднеквадратическая ошибка ОКУ без связи по задающему воздействию $\left[W_{ky1}(p) = 0\right]$ равны

$$\Delta\varphi_{ck} = \sqrt{\Delta\overline{\varphi}_\alpha^2 + \Delta\overline{\varphi}_п^2} = \sqrt{0{,}64 + 0{,}026} \approx 0{,}82 \tag{10}$$

В комбинированном ОКУ при $\tau_1 = 0{,}8c$ имеем

$$\Delta\varphi_{ckk} = \sqrt{0{,}035 + 0{,}144} \approx 0{,}42 \tag{11}$$

Сравнивая выражения (10) и (11), видим, что при заданных параметрах ОКУ и выходных воздействиях среднеквадратическое значение фазовой ошибки в комбинированной ОКУ в $\Delta\varphi_{ck} / \Delta\varphi_{ckk} = 0{,}82/0{,}42 \approx 2$ раза меньше, чем в ОКУ с управлением по отклонению.

Значение дисперсии фазовой ошибки в комбинированной ОКУ зависит от характера изменения кривых $\psi_1 = \Delta\overline{\varphi}_{\alpha k}^2 / \Delta\overline{\varphi}_\alpha^2 = f_1(\tau_1)$ и $\psi_2 = \Delta\overline{\varphi}_{пk}^2 / \Delta\overline{\varphi}_п^2 = f_2(\tau)$ (рис.2,а,б).

Для рассматриваемого ОКУ видно, что с изменением параметра τ_1 связи по задающему воздействию дисперсии $\Delta\overline{\varphi}_{\alpha k}^2$ в определенных пределах изменения τ_1 уменьшается, а дисперсия $\Delta\overline{\varphi}_{пk}^2$ увеличивается.

Отношение

$$\frac{\Delta\overline{\varphi}_k^2}{\Delta\overline{\varphi}^2} = \frac{\Delta\overline{\varphi}_{\alpha_k}^2 + \Delta\overline{\varphi}_{п_k}^2}{\Delta\overline{\varphi}_\alpha^2 + \Delta\overline{\varphi}_п^2} = f(\tau_1)$$

при определенном значении τ_1 имеет минимум, зависящий от уровня помехи, который определяется при постоянном значении $\Delta\overline{\varphi}_\alpha^2$ отношением

$$q = \Delta\overline{\varphi}_\alpha^2 / \Delta\overline{\varphi}_п^2 .$$

Кривые $\psi_3 = \Delta\overline{\varphi}_k^2 / \Delta\overline{\varphi}^2 = f_3(\tau_1)$ при $q = const$ изображены на рис.2,в. Как следует из рисунка, значение минимума дисперсии фазовой ошибки уменьшается с уменьшением уровня помех.

Таким образом, на основании сравнительного анализа итерационных комбинированных систем ФАП и итерационных систем ФАП с управлением по отклонению, показано, что итерационные комбинированные системы ФАП обладают более широкими возможностями минимизации СКО, чем итерационные системы ФАП с управлением за счет оптимального выбора параметров числителя и знаменателя оператора разомкнутой компенсационной связи по задающему воздействию. Показано, что для конкретного ОКУ с компенсационной связью среднеквадратическая фазовая ошибка уменьшается в два раза за счет оптимального выбора параметров связи. Эффективность применения разомкнутых компенсационных каналов в итерационных системах ФАП, работающих при статистически заданном (задающем) воздействии с наложенной помехой уменьшается с увеличением уровня помех.

Литература

1. Осмоловский П.Ф. Итерационные многоканальные системы автоматического управления. – М.: Сов. радио, 1969. – 256с.

2. Коробко В.В., Стеклов В.К. Цифровые двухконтурные системы фазовой автоподстройки. – Сб. научных трудов КВИУС, №2, 2000 – С.131-136.

3. Зайцев Г.В. Теория автоматического регулирования и управления. – К.: Вища шк., 1989 – 431с.