

ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА СИСТЕМ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ С ЭКСТРАПОЛИРУЮЩИМИ КОРРЕКТИРУЮЩИМИ УСТРОЙСТВАМИ В УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ

Охрущак Д.В., Чумак О.И.

Киевский институт связи ОНАС им. О.С. Попова,
факультет информационных сетей связи
E-mail: [c a c@mail.ru](mailto:ca@mail.ru)

Abstract

Ohruschak D., Chumak O. Quality indexes of phase self tuning systems with extrapolation by adjusting devices in the established modes. The analysis accuracy of the characteristics system of phase auto tuning (PAT) in the established (synchronous) modes with extrapolation by adjusting devices (EAD) is given at approximation of an adjusting signal with EAD by smooth function

Системы ФАП используются в различных устройствах связи и управления: в синтезаторах частот, при ликвидации фазовых набегов в усилителях [1,2,4,5]; в системах регулирования скорости магнитного носителя [3]; в устройствах тактовой синхронизации при передачи информации с временным разделением каналов и др. Основная задача, системы ФАП состоит в уменьшении или полной компенсации разности фаз двух сравниваемых по фазе напряжений одинаковой частоты. Главными показателями качества системы ФАП является точность и быстродействие. Для повышения этих показателей качества используются различные корректирующие устройства. Одним из перспективных корректирующих устройств являются экстраполирующие корректирующие устройства. В настоящей статье приводится анализ точностных характеристик систем ФАП с ЭКУ.

Анализ точностных характеристик систем с ЭКУ методом z-преобразований для систем ФАП с двумя экстраполирующими каналами представляет собой сложную задачу, при этом трудность вычислений тем больше, чем выше порядок передаточной функции $W_p(s)$ систем ФАП в разомкнутом состоянии. Поэтому наиболее перспективный способ анализа полученной импульсной структурной схемы системы ФАП с ЭКУ состоит в замене ее эквивалентной непрерывной структурой, динамика которой в установившемся режиме близка к динамике системы ФАП с ЭКУ.

Если ошибка $\Delta\varphi(t)$ в системе ФАП без ЭКУ имеет произвольную форму с ограниченным числом существенных производных, то передаточную функцию системы ФАП по ошибке можно разложить в ряд по возрастающим степеням комплексной переменной s . Тогда:

$$\Delta\varphi(s) = W_{\Delta\varphi}(s)\alpha(s) = \left[C_0 + C_1s + \frac{1}{2!}C_2s^2 + \frac{1}{m!}C_ms^m \right] \alpha(s), \quad (1)$$

где $W_{\Delta\varphi}(s) = \Delta\varphi(s)/\alpha(s)$.

Экстраполирующее устройство формирует корректирующий сигнал, который приближенно представляет функцию ошибки системы ФАП без ЭКУ и имеет те же значения, что $\Delta\varphi(t)$ в моменты $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$.

На рис.1 представлены временные диаграммы формирования корректирующего сигнала, где $\Delta\varphi(t)$ – функция ошибки в системе без ЭКУ (рис 1,а); $c_1(t)$ - сигнал с ЭКУ при одном экстраполирующем канале (рис 1,б); $e(t)$ – сигнал с ЭКУ при двух экстраполирующих

каналах; (рис 1,б); $\Delta\Delta\varphi(t)$ - текущее значение ошибки в системе с ЭКУ(рис1,г); $\Delta\varphi_0, \Delta\varphi_1, \dots, \Delta\varphi_n$ - значения $\Delta\varphi(t)$ в моменты $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$; $q(nT)$ - тактовые импульсы.

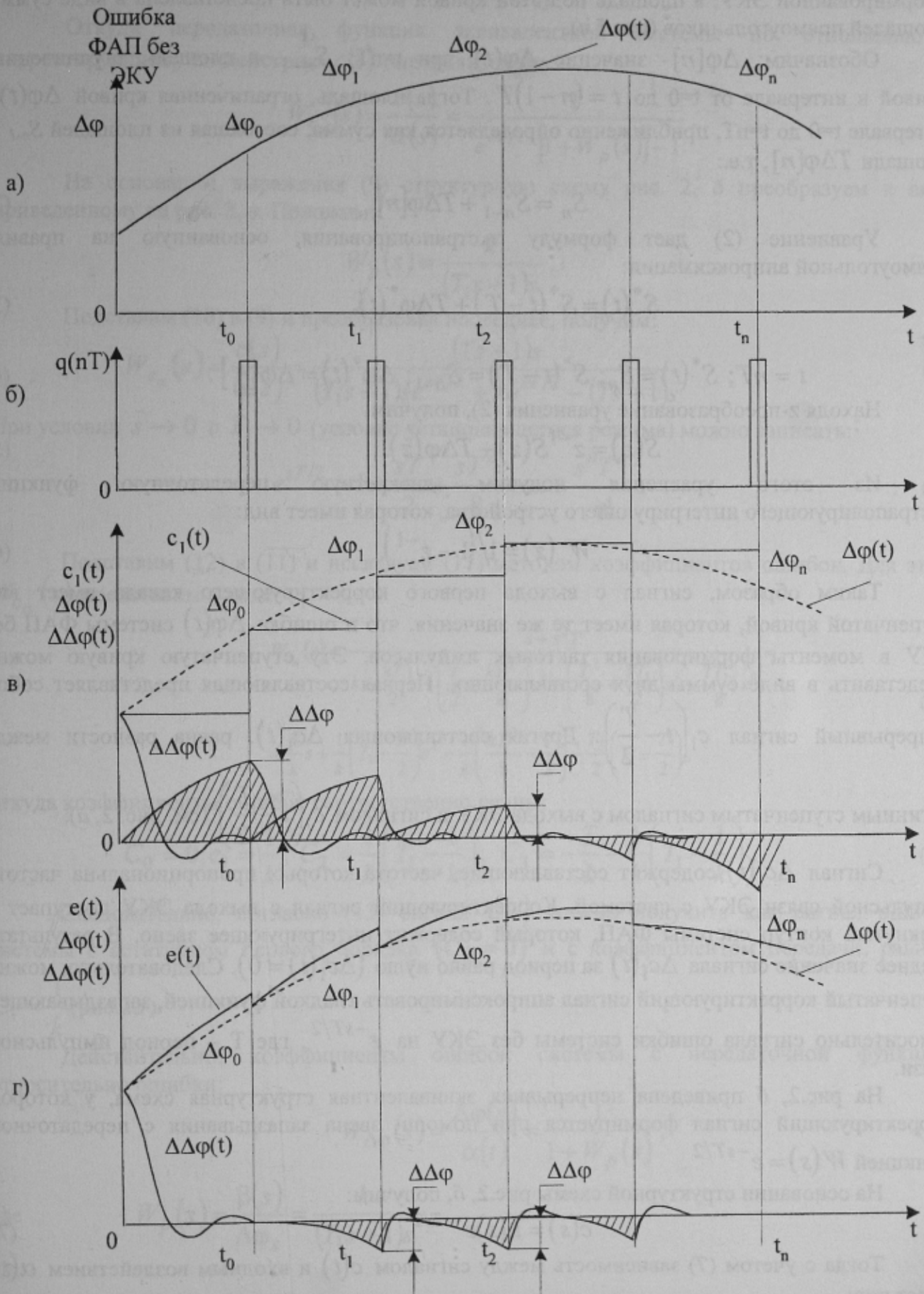


Рис.1. Временные диаграммы формирования корректирующего сигнала

Непрерывная кривая ошибки $\Delta\varphi(t)$ системы ФАП без ЭКУ (рис 1,а) при помощи первого экстраполирующего канала может быть аппроксимирована ступенчатой кривой, сформированной ЭКУ, а площадь под этой кривой может быть представлена в виде суммы площадей прямоугольников (рис.1,б).

Обозначим: $\Delta\varphi[n]$ - значение $\Delta\varphi(t)$ при $t=nT$; S_{n-1} – площадь, ограниченная кривой в интервале от $t=0$ до $t=(n-1)T$. Тогда площадь, ограниченная кривой $\Delta\varphi(t)$ в интервале $t=0$ до $t=nT$, приближенно определяется как сумма, состоящая из площадей S_{n-1} и площади $T\Delta\varphi[n]$, т.е.:

$$S_n = S_{n-1} + T\Delta\varphi[n] \quad (2)$$

Уравнение (2) дает формулу экстраполирования, основанную на правиле прямоугольной аппроксимации:

$$S^*(t) = S^*(t-T) + T\Delta\varphi^*(t), \quad (3)$$

где

$$t = nT; S^*(t) = S_n; S^*(t-T) = S_{n-1}; \Delta\varphi^*(t) = \Delta\varphi[n]. \quad (4)$$

Находя z-преобразование уравнения (2), получим:

$$S(z) = z^{-1}S(z) + T\Delta\varphi(z). \quad (5)$$

Из этого уравнения получим дискретную передаточную функцию экстраполирующего интегрирующего устройства, которая имеет вид:

$$W(z) = 1/(1 - z^{-1}). \quad (6)$$

Таким образом, сигнал с выхода первого корректирующего канала имеет вид ступенчатой кривой, которая имеет те же значения, что и ошибка $\Delta\varphi(t)$ системы ФАП без ЭКУ в моменты формирования тактовых импульсов. Эту ступенчатую кривую можно представить в виде суммы двух составляющих. Первая составляющая представляет собой непрерывный сигнал $c_1\left(t - \frac{T}{2}\right)$. Другая составляющая $\Delta c_1(t)$, равна разности между

истинным ступенчатым сигналом с выхода ЭКУ и сигналом $c_1\left(t - \frac{T}{2}\right)$ (см. рис. 2, а).

Сигнал $\Delta c_1(t)$ содержит составляющие, частота которых пропорциональна частоте импульсной связи ЭКУ с системой. Корректирующий сигнал с выхода ЭКУ поступает в замкнутый контур системы ФАП, который содержит интегрирующее звено. В результате среднее значение сигнала $\Delta c_1(t)$ за период равно нулю ($\Delta c_1(t) = 0$). Следовательно, можно ступенчатый корректирующий сигнал аппроксимировать гладкой функцией, запаздывающей относительно сигнала ошибки системы без ЭКУ на $e^{-sT/2}$, где T – период импульсной связи.

На рис.2, б приведена непрерывная эквивалентная структурная схема, у которой корректирующий сигнал формируется при помощи звена запаздывания с передаточной функцией $W(s) = e^{-sT/2}$.

На основании структурной схемы рис.2, б, получим:

$$c(s) = u(s)e^{-sT/2}. \quad (7)$$

Тогда с учетом (7) зависимость между сигналом $c(t)$ и входным воздействием $\alpha(t)$ имеет вид:

$$c(s) = \frac{1}{e^{sT/2} [1 + W_p(s)] - 1} \alpha(s). \quad (8)$$

Откуда передаточная функция эквивалентной системы по отношению к корректирующему воздействию $c(t)$ определится как:

$$W_{c_\alpha}(s) = \frac{c(s)}{\alpha(s)} = \frac{1}{e^{sT/2} [1 + W_p(s)] - 1}. \quad (9)$$

На основании выражения (9) структурную схему рис. 2, б преобразуем к виду, приведенному на рис. 2, в. Положим:

$$W_p(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)s}. \quad (10)$$

Подставим (10) в (9) и преобразовав последнее, получим:

$$W_{c_\alpha}(s) = \frac{c(s)}{\alpha(s)} = \frac{(Ts + 1)s}{(T_1s + 1)se^{sT/2} + ke^{sT/2} - (Ts + 1)s}. \quad (11)$$

При условии $s \rightarrow 0$ и $T \rightarrow 0$ (условие установившегося режима) можно записать:

$$e^{sT/2} = 1 + \frac{sT}{2} + \frac{s^2T^2}{8} + \dots + \frac{s^nT^n}{n!}. \quad (12)$$

Подставим (12) в (11) и исследуем (11) методом коэффициентов ошибок. Для этого $W_{c_\alpha}(s)$ представим в виде:

$$W_{c_\alpha}(s) = \frac{s + s^2T}{k + \frac{kT}{2}s + \left(\frac{T}{2} + \frac{kT^2}{8}\right)s^2 + \left(\frac{T^2}{8} + \frac{TT_1}{2}\right)s^3 + \frac{TT_1^2}{8}s^4} =$$

$$= \frac{1}{k}s + \frac{1}{k}\left(T_1 - \frac{T}{2}\right)s^2 - \frac{1}{k}\left(\frac{kT^2}{8} - \frac{T}{2}\right) - \frac{T_2}{2}\left(T_1 - \frac{T}{2}\right), \quad (13)$$

откуда коэффициенты ошибок соответственно равны:

$$C_0 = 0; c_1 = \frac{1}{k}; C_2 = \frac{1}{k}\left(T_1 - \frac{1}{k}\right); C_3 = -\frac{T}{k} - \frac{1}{k}\left(T_1 - \frac{1}{k}\right). \quad (14)$$

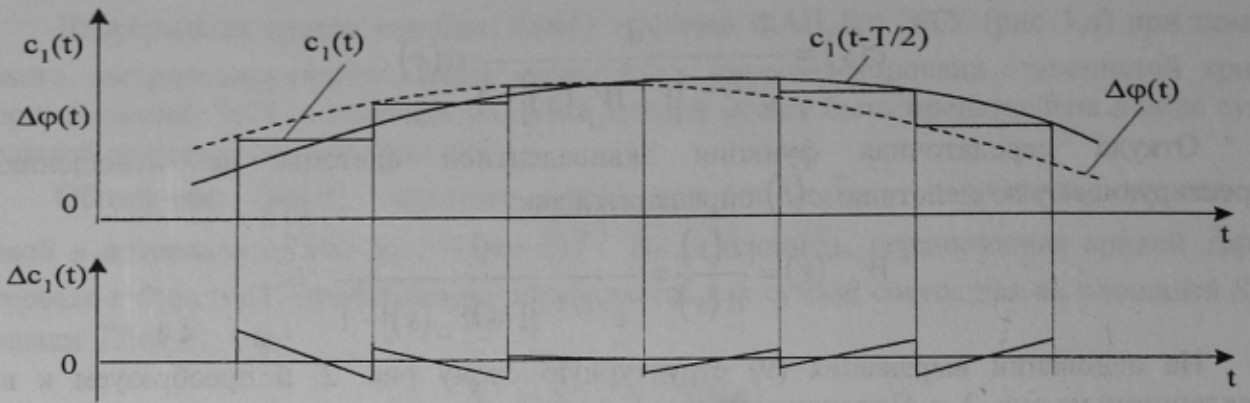
Следовательно, согласно (13) сигнал $c(s)$ можно получить как сигнал ошибки системы с астатизмом первого порядка ($C_0 = 0$) и с коэффициентом передачи, равным

$$C_1 = \frac{1}{k} \text{ (рис. 2, г).}$$

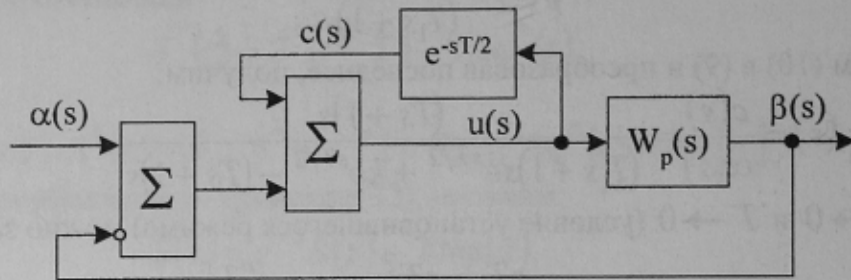
Действительно, коэффициенты ошибок системы с передаточной функцией относительно ошибки:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = \frac{\Delta\varphi(s)}{\alpha(t)} = \frac{1}{1 + W_p(s)}, \quad (15)$$

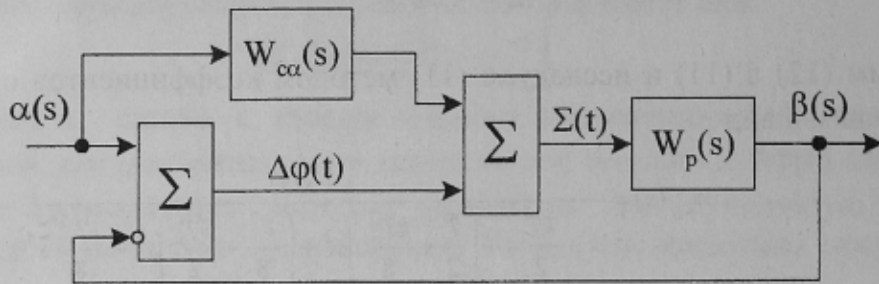
где
$$W_p(s) = \frac{\beta(s)}{\Delta\varphi_s} = \frac{k}{(T_1s + 1)s}$$



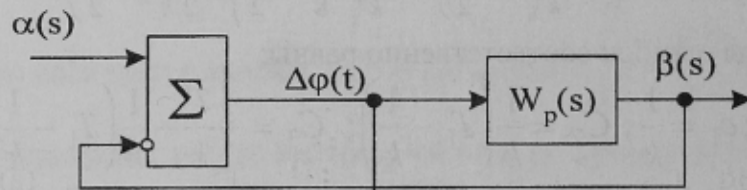
a



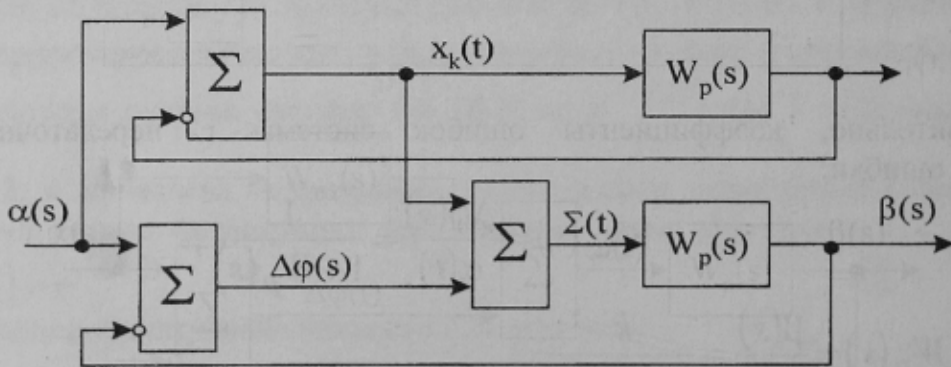
б



в



г



д

Рис.2. Графики и эквивалентные структурные схемы систем ФАП: *a* – графики, *б, в, г, д* – эквивалентные структурные схемы системы ФАП

соответственно равны:

$$C_0 = 0; C_1 = \frac{1}{k}; C_2 = \frac{1}{k} \left(T_1 - \frac{1}{k} \right); C_3 = -\frac{T_1}{k} - \frac{1}{k} \left(T_1 - \frac{1}{k} \right). \quad (16)$$

Сопоставляя (14) и (16), видим, что при условии $\frac{T}{2} = \frac{1}{k}$ в этих выражениях отличаются только четвертые коэффициенты на величину:

$$\frac{T_1}{k} - \frac{1}{2} \frac{1}{k^2} = T - \frac{1}{k}, \quad (17)$$

а при условии $T_1 = 1/(2k)$ равны и четвертые коэффициенты разложения. Следовательно, с точностью до C_4 корректирующий сигнал систем ФАП рис.2, в и 2, г можно считать одинаковым для установившегося динамического режима, а структурную схему рис.2, в заменить эквивалентной структурной схемой рис.2, д.

Покажем, что не только корректирующие сигналы, но и ошибка в установившемся динамическом режиме для эквивалентных структурных схем рис. 2, б и рис. 2, д одинаковы. Для этого воспользуемся, как и в первом случае, методом коэффициентов ошибок.

Передаточная функция по ошибке для системы рис. 2, б с запаздывающим звеном равна:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = \frac{\Delta\varphi(s)}{\alpha(s)} = \frac{1 - e^{-sT/2}}{1 + W_p(s) - e^{-sT/2}} = \frac{e^{sT/2} - 1}{e^{-sT/2} [1 + W_p(s)] - 1}. \quad (18)$$

При подстановке (10) и (12) в (18) и после преобразования получим:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = \frac{\frac{T}{2}s^2 + \left(\frac{TT_1}{2} + \frac{T^2}{8} \right) s^3 + \frac{T^2 T_1}{8} s^4}{k + \frac{kT}{2}s + \left(\frac{T}{2} + \frac{kT^2}{8} \right) s^2 + \left(\frac{T_1 T}{2} + \frac{T^2}{8} \right) s^3 + \frac{T_1^2 T}{8} s^4} =$$

$$= \frac{1}{k} \frac{T}{2} s^2 + \frac{1}{k} \left(\frac{TT_1}{2} - \frac{T^2}{8} \right) s^3 - \frac{1}{k} \left(\frac{T^2}{4k} + \frac{T^2 T_1}{8} \right) s^4. \quad (19)$$

Откуда коэффициенты ошибок равны:

$$C_0 = 0; C_1 = \frac{1}{k}; C_2 = \frac{T}{2k}; C_3 = -\frac{1}{k^2} \left(\frac{TT_1}{2} + \frac{T^2}{8} - \frac{T^2}{4k} \right). \quad (20)$$

Если выполнить условие (17), то (20) будет иметь вид:

$$C_0 = 0; C_1 = 0; C_2 = \frac{1}{k^2}; C_3 = \frac{1}{k^2} \left(T_1 + \frac{1}{2k} - \frac{1}{k^2} \right). \quad (21)$$

В соответствии с рис.2,д составим уравнение выхода непрерывной системы:

$$\beta(s) = W_p(s) [\Delta\varphi(s) + x_k(s)], \quad (22)$$

где

$$x_k(s) = W_{\Delta\varphi_M}(s) \alpha(s) = \frac{1}{1 + W_{p_M}(s)} \alpha(s); \quad (23)$$

$$\Delta\varphi(s) = \alpha(s) - \beta(s); \quad (24)$$

$W_{PM}(s)$ – передаточная функция модели системы ФАП в разомкнутом состоянии.

Подставляя (23) и (24) в (22), и сделав алгебраические преобразования, получим уравнение выхода:

$$\beta_{\varphi}(s) = \frac{W_p(s)[2 + W_{PM}(s)]}{[1 + W_{PM}(s)][1 + W_p(s)]} \alpha(t). \quad (25)$$

Учитывая, что $W_{PM}(s) = W_p(s)$ передаточная функция эквивалентной системы равна:

$$W_{\text{эз}}(s) = \frac{W_p(s)[2 + W_p(s)]}{[1 + W_p(s)]^2}. \quad (26)$$

Передаточная функция относительно ошибки эквивалентной системы равна:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = 1 - \frac{W_p(s)[2 + W_p(s)]}{[1 + W_p(s)]^2}. \quad (27)$$

Сделав преобразование выражения (27), получим:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = \frac{1}{[1 + W_p(s)]^2}. \quad (28)$$

Проанализируем точностные характеристики эквивалентной системы, когда передаточная функция $W_p(s)$ имеет вид:

$$W_p(s) = \frac{k}{(T_s + 1)s}. \quad (29)$$

Передаточная функция эквивалентной системы относительно ошибки будет равна:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = \frac{1}{[1 + W_p(s)]^2} = \frac{s^2 + 2Ts^3 + T^2s^4}{k^2 + 2ks + (1 + 2kT)s^2 + 2Ts^2 + T^2s^4}.$$

Разложив полученное выражение в ряд, получим:

$$\begin{aligned} W_{\Delta\varphi}(s) &= \frac{s^2 + 2Ts^3 + T^2s^4}{k^2 + 2ks + (1 + 2kT)s^2 + 2Ts^2 + T^2s^4} = \\ &= \frac{s^2}{k^2} + \frac{2}{k^2}(T - \frac{1}{k})s^3 + (\frac{T^2}{k^2} + \frac{3}{k^4} - \frac{6T}{k})s^4 + \dots \end{aligned}$$

Составим тождество:

$$\begin{aligned} C_0 + C_1s + \frac{1}{2!}C_2s^2 + \frac{1}{3!}C_3s^3 + \dots = \\ = \frac{1}{k^2}s^2 + \frac{2}{k^2}(T - \frac{1}{k})s^3 + \frac{1}{k^2}(T^2 + \frac{3}{k^2} - \frac{6T}{k})s^4 + \dots \end{aligned} \quad (30)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях s , находим коэффициенты ошибок:

$$C_0 = 0; \quad C_1 = 0; \quad C_2 = \frac{1}{k^2}; \quad C_3 = \frac{1}{k^2}(2T_1 - \frac{2}{k}). \quad (31)$$

По полученным коэффициентам видно, что составляющие ошибки по положению и по скорости в эквивалентной системе ФАП равны нулю.

Передаточная функция системы ФАП n -го порядка с астатизмом ν -го порядка в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$W_p(s) = \frac{k_p(b_0s^m + b_1s^{m-1} + \dots + b_{m-1}s + 1)}{(a_0s^k + a_1s^{k-1} + \dots + a_{k-1}s - 1)s^\nu} = \frac{D_p(s)}{F_p(s)}, \quad n = k + \nu. \quad (32)$$

Передаточная функция эквивалентной системы ФАП относительно ошибки в соответствии с выражением (32) будет равна:

$$W_{\Delta\varphi}(s) = \frac{1}{[1 + W_p(s)]^2} = \frac{F_p^2(s)}{[D_p(s) + F_p(s)]^2}. \quad (33)$$

Второй канал экстраполирует корректирующий сигнал, (см.рис.1 и рис.2,а), скорость которого на данном временном интервале постоянна и пропорциональна сумме значений сигнала и ее производных в моменты измерений.

Оператор численного интегрирования с двумя экстраполирующими каналами можно определить, если площадь под непрерывной медленно меняющейся кривой ошибки системы ФАП без ЭКУ аппроксимировать трапецеидальной кривой, ограниченной секущими. С помощью этой аппроксимации площадь под кривой ошибки $\Delta\varphi(t)$ между $t = 0$ и $t = nT$ определяется как сумма, состоящая из площадей:

$$S_n = S_{n-1} + \frac{T}{2}(\Delta\varphi_n + \Delta\varphi_{n-1}).$$

Из этого уравнения можно вывести экстраполяционную формулу, основанную на правиле трапецеидальной аппроксимации:

$$S(t) = S(t - T) + \frac{T}{2}[\Delta\varphi(t) + \Delta\varphi(t - T)].$$

Переставляя члены и беря z -преобразования, получим:

$$S(z)(1 - z^{-1}) = \frac{T}{2}(1 + z^{-1})\Delta\varphi(z).$$

Импульсная передаточная функция экстраполирующего устройства с двумя каналами определяется выражением:

$$W_2(z) = \frac{s(z)}{\Delta\varphi(z)} = \frac{T}{2} \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \quad (34)$$

Полученные выражения передаточных функций экстраполирующего устройства показывают, что ЭКУ, которое осуществляет связь с прямым контуром системы ФАП, формирует корректирующий сигнал, приблизительно равный сигналу ошибки без ЭКУ. Заметим, что в данном случае замена сигнала с ЭКУ гладкой функцией осуществляется без запаздывания относительно ошибки системы без ЭКУ.

Для примера определим погрешность трапецеидальной аппроксимации сигнала ошибки системы ФАП без ЭКУ, когда $\Delta\varphi(t) = A \sin \omega t$,

где: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 36^\circ / c; T = 10c; f = 10 \text{ Гц}.$

Рассмотрим промежуток интегрирования в пределах от 0 до π . Частота импульсной связи выбирается из условия устойчивости системы ФАП. Вычислим значения функции $\Delta\varphi(t) = A \sin \omega t$ в моменты времени 0;0,1;0,2...5с.

$$y_0 = A \sin \omega t \Big|_{t=0} = 0$$

$$y_1 = A \sin \omega t \Big|_{t=0,1} = A \sin 36 \cdot 0,1 = A \sin 3,6^\circ = A \cdot 0,0626;$$

$$y_2 = A \sin \omega t \Big|_{t=0,2} = A \cdot 0,1253;$$

.....

$$y_0 = y_{50} = A \sin \omega t \Big|_{t=s} = A \sin 180^\circ = 0.$$

По формуле трапеции [6] определим приближенное значение интеграла:

$$S \approx \frac{x_n - x_0}{2n} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})];$$

$$S = \frac{\psi_{50} - \psi_0}{2 \cdot 50} [\sin \psi_0 + \sin \psi_{50} + 2(\sin \psi_1 + \dots + \sin \psi_{49})];$$

$$\psi_0 = 0; \sin \psi_0 = 0;$$

.....

$$\psi_{50} = 180^\circ; \sin \psi_{50} = \sin 180^\circ = 0.$$

Промежуточные значения $\sin \psi$ вычислены по таблицам. После подстановки имеем:

$$S = \frac{\pi \cdot 31,8204}{50} = 1,998.$$

Определим значение интеграла от функции $\Delta\varphi(t) = A \sin \omega t = A \sin \psi$:

$$J = \int_0^\pi \sin \psi d\psi = -\cos \psi \Big|_0^\pi = -(\cos \pi - \cos 0) = 2.$$

Ошибка трапецидальной аппроксимации составит:

$$\Delta = J - S = 2 - 1,998 = 0,002.$$

Из приведенного анализа видно, что для инженерных расчетов систем ФАП с ЭКУ целесообразно использовать предложенный метод эквивалентных структур, динамика которых в установившемся динамическом режиме близка динамике систем ФАП с ЭКУ. Результаты анализа систем ФАП с ЭКУ методом z-преобразований совпадают с результатами анализа метода эквивалентных структур и подтверждаются экспериментальной проверкой.

Литература

1. Автоматическая подстройка фазового набега в усилителях/Под ред. М.В. Капранова – М: Сов.радио, 1972 – 175 с.
2. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К. Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности – К.: Техника, 1988 – 208 с.
3. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К., Юрасов В.С. Автоматическое регулирование в магнитной записи – К.: Техника, 1979 – 168с.
4. Скляренко С.Н. и др. Системы фазовой синхронизации. - К.: Техника, 1994 - 160 с.
5. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки – М.: Связь, 1972-447с.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Госиздательство технико-теоретической литературы, 1956 - 608с.