ДОСЛІДЖЕННЯ РІЗНИХ ВИДІВ ЧАСТКОВИХ ОПИСІВ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗУ НЕЧІТКИХ ПРОГНОЗУЮЧИХ МОДЕЛЕЙ

Зайченко Ю.П., Заєць І.О.
Національний Технічний Університет України "КПІ"

Роботу присвячено задачі синтезу та адаптації нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації — нечіткого методу групового врахування аргументів. Проблема полягає в знаходженні функціональної залежності між прогнозованою змінною та заданим набором показників, а також в здійсненні прогнозу залежної величини; при цьому бажано отримати не тільки оцінку прогнозованого параметра, але й деякий інтервал довіри для неї. Нечіткий метод групового врахування аргументів ідеально підходить для цієї задачі, оскільки виходом моделі, побудованої за його допомогою, є нечітке число трикутного вигляду, яке характеризується двома параметрами: центром та шириною інтервалу; крім того, використання апарату нечіткої логіки дозволяє врахувати різноманітні фактори оточуючого середовища, які неможливо ввести в модель у явному вигляді. Також він відноситься до класу методів самоорганізації, перевагою яких є об'єктивний вибір моделі оптимальної складності, що базується на основі генерації моделей-претендентів та селекції найкращих з них у відповідності до зовнішніх критеріїв, що виступають в якості зовнішнього доповнення.

При цьому моделі-претенденти генеруються на основі так званих часткових описів – моделей певного вигляду (наприклад, лінійних поліномів), які, приймаючи як свої аргументи часткові описи з попередніх етапів синтезу моделі оптимальної складності, утворюють моделі-претенденти все більш складної структури. Але задача вибору вигляду часткових описів не формалізована і цей вибір є своєрідним мистецтвом. Тому метою даної роботи є порівняльний аналіз трьох різних виглядів часткових описів – квадратичних поліномів, АРКС – моделей та поліномів Чебишева на прикладі побудови моделей для прогнозу макроекономічних показників економіки України.

Застосування квадратичних поліномів у якості часткових описів в задачах побудови нечітких прогнозуючих моделей було детально розглянуто в [6,7,8]. Тому в даній роботі увагу звернуто на використанні АРКС – моделей та поліномів Чебишева в якості часткових описів при побудові моделей для прогнозу величини індексу споживчих цін (ІСЦ) по наступним макроекономічним показникам економіки України, відібраним в результаті регресійного аналізу вихідних даних:

- ІСЦ поточного періоду;
- ІОЦ (індекс оптових цін) поточного періоду;
- Грошовий агрегат М2 (лаг –7);
- Об'єм кредитів, вкладених в економіку (лаг -7);
- Офіційний обмінний курс долара на поточний період.

Нечіткий метод групового врахування аргументів: основні ідеї

Даний алгоритм використовує поняття лінійної інтервальної моделі:

$$Y=A_0z_0+A_1z_1+\ldots+A_mz_m; \qquad (1)$$

де A_i—нечіткі числа трикутного вигляду, що описуються парою параметрів:

$$A_i=(\alpha_i,C_i); \qquad (2)$$

де α_i - центр інтервалу,

C_i - його ширина, $C_i>0$.

Тоді Y - нечітке число, його параметри визначаються наступним чином:

Центр інтервалу:

$$\alpha_y=\sum_{i=0}^{m}\alpha_i z_i=\alpha^T z\,; \qquad (3)$$

Ширина інтервалу:

$$C_y=\sum_{i=0}^{m}C_i\,|z_i|=C^T\,|z|; \qquad (4)$$

Наприклад, для часткового опису вигляду

$$f(x_i,x_j)=A_0+A_1\cdot x_i+A_2\cdot x_j+A_3\cdot x_i\cdot x_j+A_4\cdot x_i^2+A_5\cdot x_j^2; \qquad (5)$$

маємо:

$$z_0 = 1, z_1 = x_i, z_2 = x_j, z_3 = x_i x_j, z_4 = x_i^2, z_5 = x_j^2.$$

Для того, щоб інтервальна модель була коректна, необхідно, щоб справжнє значення залежної величини навчальної вибірки належало інтервалу, що визначається формулами:

$$\begin{cases} \alpha^T z - C^T |z| \leq Y \\ \alpha^T z + C^T |z| \geq Y \end{cases}; \quad (6)$$

Для оцінки параметрів лінійної інтервальної моделі можна використати одну з методик, докладно викладених в [6,7,8].

Дослідження ортогональних поліномів у якості часткових описів алгоритму НМГВА

Вибір ортогональних поліномів Чебишева в якості часткових описів було зумовлено наступними перевагами ортогональних поліномів в задачах моделювання нелінійних процесів, характеристики яких апріорно невідомі:

- Завдяки властивості ортогональності обчислення коефіцієнтів поліноміального рівняння, що апроксимує процес, відбувається швидше, ніж для не ортогональних поліномів;
- Коефіцієнти поліноміального апроксимуючого рівняння не залежать від порядку вихідного поліноміального рівняння; таким чином, при відсутності апріорної інформації щодо порядку полінома можна перевірити декілька порядків, при чому всі коефіцієнти, отримані для нижчого порядку, залишаються дійсними і для вищого. Ця властивість найбільш важлива при дослідженні порядку апроксимуючого полінома.
- Однією з властивостей поліномів Чебишева, які використовуються в даній роботі і є найбільш широко вживаними в задачах нелінійної апроксимації, є властивість майже рівних помилок. Ця властивість полягає у тому, що помилка апроксимації коливається всередині діапазону вимірів між двома майже однаковими границями. Завдяки цій властивості не можуть виникати надто великі помилки, наприклад викиди за межі діапазону даних, для яких проводиться апроксимація; навпаки, у більшості випадків помилки малі. Таким чином, відбувається "демпфування" помилок апроксимації.

Розглянемо апроксимуюче рівняння для одномірної системи:

$$\hat{y}(x) = b_0F_0(x) + b_1F_1(x) + \ldots + b_mF_m(x); \qquad (7)$$

Де $\hat{y}$ – вихідна змінна, що оцінюється,

$F_\nu(x)$ – ортогональний поліном порядку ν, що має властивість ортогональності, тобто:

$$\sum_{i=0}^{r} F_\mu(x)F_\nu(x) = 0, \quad \forall\mu \neq \nu; \qquad (8)$$

Або в узагальненому вигляді:

$$\int_a^b \omega(x)F_\mu(x)F_\nu(x)dx = 0; \qquad (9)$$

Де μ,ν – невід'ємні цілі числа,

r – довжина навчальної вибірки,

$\omega(x)$ – деякий ваговий коефіцієнт.

Як було зазначено раніше, для апроксимації було обрано ортогональні поліноми Чебишева:

$$F_\nu(\xi) = T_\nu(\xi) = \cos(\nu \cdot \arccos\xi), -1 \leq \xi \leq 1; \qquad (10)$$

Дані поліноми мають наступні зважені властивості ортогональності:

$$\int_{-1}^{1} \frac{T_\mu(\xi)T_\nu(\xi)d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \mu \neq \xi; \\ \dfrac{\pi}{2} & \text{при} \quad \mu = \xi \neq 0; \\ \pi & \text{при} \quad \mu = \xi = 0; \end{cases} \qquad (11)$$

Де $\sqrt{1-\xi^2}$ – ваговий коефіцієнт $\omega(\xi)$ рівняння (5.3).

Апроксимаційний поліном для $\hat{y}$ отримують на основі мінімізації функціоналу S:

$$S = \int_{-1}^{1} \omega(\xi)\left(y(\xi) - \sum_{i=0}^{m} b_i T_i(\xi)\right)^2 d\xi; \qquad (12)$$

Звідки:

$$b_k = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{y(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}d\xi, & k=0 \\ \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{y(\xi)T_k(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}d\xi, & k\neq 0 \end{cases}; \qquad (13)$$

Звідси маємо апроксимаційне рівняння:

$$\hat{y}(\xi) = \sum_{k=0}^{m} b_k T_k(\xi); \qquad (14)$$

Як видно з наведених співвідношень, b_k в рівнянні (5.7) не залежить від вибору *m*. Тобто, зміна *m* не потребує перерахунку $b_j, \forall j \leq m$, у той час як це необхідно при не ортогональній апроксимації, що потребує значних обсягів часу.

Визначення найкращого порядку апроксимуючого полінома.

Найкращий порядок m^* апроксимуючого полінома може бути отриманий на основі гіпотези про те, що результати вимірів $y(i), i = 1,2,\ldots,r$ мають незалежний гаусів розподіл біля деякого поліноміального співвідношення $\hat{y}$ порядку, наприклад, $m^* + \mu$, де

$$\hat{y}_{m^*+\mu}(x_i) = \sum_{j=0}^{m^*+\mu} b_j x_i^j; \qquad (15)$$

а дисперсія σ^2 розподілу $y - \hat{y}$ не залежить від μ.

Зрозуміло, що для дуже малих *m* (*m*=0,1,2,…) σ_m^2 зменшується з ростом *m*. Оскільки, згідно прийнятій раніше гіпотезі, дисперсія σ_m^2 не залежить від *m*, то найкращим порядком m^* є найменше значення *m*, для якого $\sigma_m \cong \sigma_{m+1}$.

Для отримання m^* потрібне обчислення апроксимуючих поліномів різних порядків. Оскільки коефіцієнти b_j в рівнянні (5.9) не залежать від *m*, визначення найкращого порядку полінома значно прискорюється.

$$Y = A_1 f_1(x_1) + A_2 f_2(x_2) + \ldots + A_n f_n(x_n); \tag{16}$$

де A_i – нечіткі числа трикутного вигляду: $A_i=(\alpha_i,C_i)$, функції f_i визначаються наступним чином:

$$f_i(x_i) = \sum_{j=0}^{m_i} b_{ij} T_j(x_i); \tag{17}$$

Порядок $m,$ функцій f_i визначається за допомогою гіпотези, викладеної у розділі (5.2.1).

Таким чином, якщо покласти $z_i = f_i(x_i)$, маємо лінійну інтервальну модель у її класичному вигляді.

Дослідження АРКС-моделей у якості часткових описів алгоритму НМГВА

Вибір АРКС-моделей для дослідження було зумовлено їх широким використанням в задачах моделювання та прогнозування в економіці.

Розглянемо класичну АРКС(n,m)-модель. Зазвичай її записують у вигляді різницевого рівняння:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \ldots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \ldots + b_m u(k-m) + \nu(k); \tag{18}$$

або у вигляді

$$y(k) = b_1 u(k-1) + \ldots + b_m u(k-m) - a_1 y(k-1) - \ldots - a_n y(k-n); \tag{19}$$

У векторному вигляді цю модель можна представити як

$$y(k) = \theta^T \psi(k) + \nu(k); \tag{20}$$

Де $\theta^T = [a_1 \ldots a_n\, b_1 \ldots b_m]$ – вектор параметрів моделі;

$\psi^T(k) = [-y(k-1) - y(k-2) \ldots - y(k-n)\, u(k-1) \ldots u(k-m)]$ – вектор вимірів;

$y(k)$ – залежна змінна, $u(k)$ – незалежна змінна, $\nu(k)$ – збурення випадкового характеру.

Вектор параметрів θ оцінюється за допомогою будь-якого методу ідентифікації.

Побудова лінійної інтервальної моделі

Нехай θ – вектор нечітких параметрів трикутного вигляду. Тоді в рівнянні (20) зникне збурення і ми маємо лінійну інтервальну модель у класичному вигляді: $Y=A_0z_0+A_1z_1+\ldots+A_pz_p$,

де $p=n+m$, $A_i=\begin{cases} a_i, & i=1,\ldots,n \\ b_{i-n}, & i=n+1,\ldots,n+m \end{cases}$.

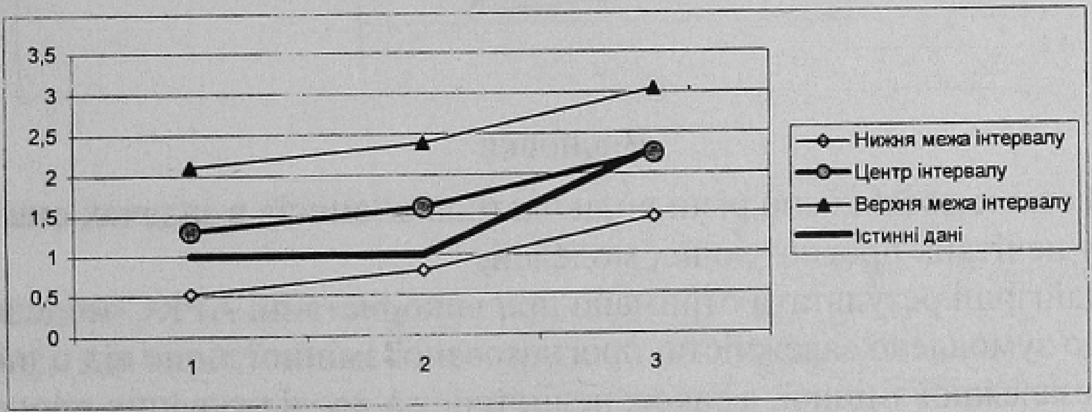
Для побудови моделі оптимальної складності (тобто, в нашому випадку, визначення n, m та параметрів моделі) скористаємось багаторівневим ітеративним алгоритмом МГВА [2,5].

На першому рівні синтезу генеруємо множину нечітких моделей-претендентів АРКС(i,j), де $i=1,\ldots,n_0; j=1,\ldots,m_0$, де n_0 та m_0 вказуються довільно. З цієї множини за допомогою процедури селекції відбираємо найкращі моделі та передаємо їх на наступний рівень синтезу і так далі. Очевидно, що при підстановці АРКС-моделі як аргументу в АРКС-модель матимемо АРКС-модель.

В результаті роботи алгоритму МГВА отримаємо модель АРКС(n^*,m^*), де n^* та m^* оптимальні в сенсі МГВА.

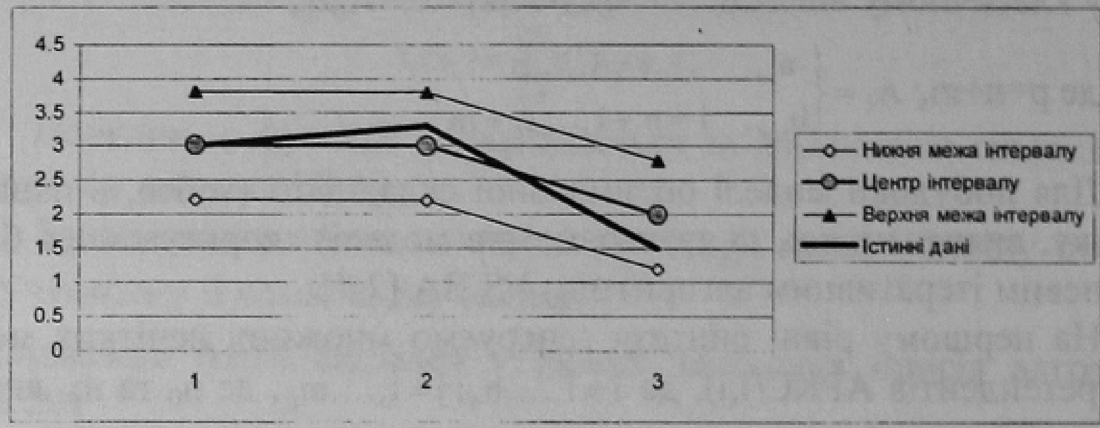
Результати проведених експериментів.

1. Прогноз 3 точок з покроковою адаптацією параметрів прогнозуючої моделі. Вигляд часткового опису, що використовувався: $A_{00}+A_{01}\cdot x_1+A_{02}\cdot x_2+A_{12}\cdot x_1\cdot x_2+A_{11}\cdot x_1^2+A_{22}\cdot x_2^2$. СКВ становить 0,39.

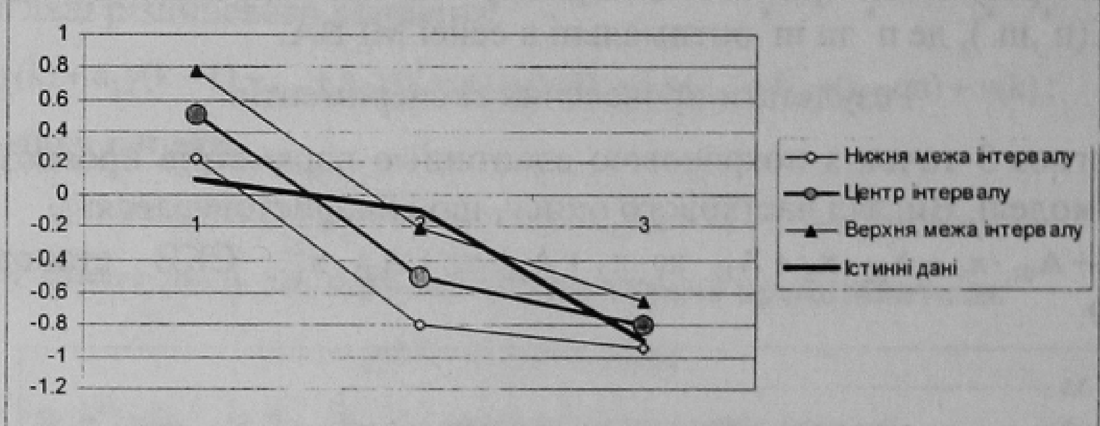


2. Прогноз 3 точок з покроковою адаптацією параметрів прогнозуючої моделі. Вигляд часткового опису, що використовувався:

$A_1f_1(x_1) + A_2f_2(x_2) + \ldots + A_nf_n(x_n)$, де $f_i(x_i) = \sum_{j=0}^{m_i} b_{ij}T_j(x_i)$. СКВ становить 0,197.



3. Прогноз 3 точок з покроковою адаптацією параметрів прогнозуючої моделі. Вигляд часткового опису, що використовувався: $b_1u(k-1) + \ldots + b_mu(k-m) - a_1y(k-1) - \ldots - a_ny(k-n)$. СКО становить 1,57.



Висновки

1. В статті досліджено різні види часткових описів в задачах синтезу нечітких прогнозуючих моделей;
2. Найгірші результати отримано при використанні АРКС-моделей, що зумовлено залежністю прогнозованої змінної лише від однієї незалежної змінної, а також нелінійністю досліджуваних процесів;
3. Використання квадратичних поліномів та ортогональних поліномів Чебишева дає порівнянні результати з точки зору якості прогнозу, але ортогональні поліноми мають декілька вищезазначе-

них переваг в задачах моделювання нелінійних процесів. Таким чином, саме останні слід рекомендувати для використання в задачах моделювання та прогнозування макроекономічних процесів в країнах з перехідною економікою.

Перелік джерел

1. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизацйя прогнозирующих моделей. Киев, Техника, 1985.
2. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации. М. : Советское радио, 1976.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем. М.:Мир, 1979.
4. Эйкхофф П. Современные методы идентификации систем. М., Мир, 1983
5. Mueller J.-A., Lemke F. Self-Organizing Data Mining. Berlin,Dresden 1999.
6. Ю.П. Зайченко, О.Г. Кебкал, В.Ф. Крачковський. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників.//Наукові вісті НТУУ КПІ, №2, 2000р, с. 18-26
7. Ю.П. Зайченко, І.О. Заєць Синтез та адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації.//Наукові вісті НТУУ КПІ, №2, 2001р.
8. Ю.П. Зайченко, І.О. Заєць Застосування рекурсивних методів ідентифікації в задачах синтезу нечітких прогнозуючих моделей.//Міжнародна конференція з індуктивного моделювання, Львів, 20-25 травня 2002: праці в 4-х томах.-Т.2.; стор. 59-65.