ОДНОБІЧНА ПРОЦЕДУРА КОНТРОЛЮ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВНИХ КАНАЛІВ ЗВ'ЯЗКУ

О.О. Скопа,
Одеська національна академія зв‘язку ім.О.С.Попова

Частина коштів, що виділяються на створення резервних каналів зв‘язку, витрачається на автоматизацію їхніх технічних контрольних випробувань в процесі експлуатації. Тому однією з практично важливих задач прикладної математичної статистики є обґрунтування мінімально необхідної кількості випробувань, а також пошук шляхів можливого скорочення їх обсягів. Розглянемо та обґрунтуємо рішення цієї задачі в рамках допущень, прийнятих на практиці.

При проведенні контрольних випробувань резервних каналів систем зв‘язку приймається одне з трьох рішень:

1) Канал відповідає технічним вимогам і повністю дієздатний;

2) Технічний стан каналу такий, що його характеристики підлягають корекції з метою подальшого використання;

3) Канал не відповідає технічним вимогам і має бути замінений на іншій.

Підкреслимо особливу роль останнього з рішень. Воно повинно прийматися за результатами комплексного обстеження, де автоматизоване тестування є тільки однією зі складових частин. Іншими словами – часто методи математичної статистики дозволяють лише ставити, але не остаточно вирішувати питання про подальше використання того чи іншого каналу зв'язку. Рішення про зняття каналу з експлуатації може бути замінено рішенням, наприклад, про звуження діапазону його використання. В зв'язку з цим доцільно розглянути так називану однобічну C_0 -процедуру.

Визначення. Нехай P^L - ймовірність безвідмовної роботи каналу зв'язку, а P^{L_H} - необхідне значення P^L. Процедура, в якій рівень P^L вважається достатнім, якщо $\underline{\gamma}$-нижня границя $P^{\underline{L}}$ [1] для P^L задовольняє умові $P^{\underline{L}} \geq P^{L_H}$, а рішення про вилучення каналу зв'язку з експлуатації на основі статистичних даних не приймається, назвемо C_0-процедурою.

Тоді доцільно визначити ризик β підприємства, що експлуатує резервний канал, як ймовірність P прийняття позитивного рішення в той час, як вимоги не виконуються, вважаючи, що

$$\beta = P\left(P^{\underline{L}} \geq P^{L_H} \middle| P^{L} < P^{L_H}\right).$$

Тоді по властивості γ-нижньої границі з врахуванням нерівності

$$P\left(P^{\underline{L}} \geq P^{L_H} \middle| P^{L} > P^{L_H}\right) \leq P\left(P^{\underline{L}} \geq P^{L}\right)$$

одержимо:

$$\beta \leq P\left(P^{\underline{L}} > P^{L}\right) \leq 1 - \gamma.$$

Враховуючи це, можемо зробити висновок:

Нехай задані:

- необхідне значення P^{L_H} таке, при якому у випадку $P^{L} \geq P^{L_H}$ канал вважається достатньо надійним;

- припустимий ризик β_q для якого повинна виконуватися нерівність $\beta \leq \beta_q$.

Тоді, визначаючи за результатами випробувань γ-нижню границю $P^{\underline{L}}$ для невідомої ймовірності P^{L} безвідмовної роботи резервного каналу при $\gamma = 1 - \beta_q$ і приймаючи у випадку виконання умови $P^{\underline{L}} = P^{\underline{L}_{1-\beta_q}} \geq P^{L_H}$ позитивне рішення, а при $P^{\underline{L}} < P^{L_H}$ вважаючи, що канал вимагає корегування, обумовлюємо значення ризику на прийнятному рівні $\beta \leq \beta_q$.

Подальший докладний розгляд однобічної C_0-процедури має на увазі, що вона явно не визначає ризик підприємства, що віддає канал в оренду. Це пов‘язане з тим, що його інтереси захищені можливістю надання каналу споживачу після проведення відповідних доробок. Таким чином, можемо відзначити, що C_0-процедура не може бути повністю автоматизована.

Надалі, при точних математичних визначеннях, замість поняття «резервний канал системи зв‘язку» будемо оперувати терміном «об'єкт», що, однак, не скасовує колишнє поняття стосовно до практичних питань. Аналогічно, замість поняття «система зв‘язку» будемо використовувати термін «система».

Визначимо мінімально необхідний обсяг контрольних випробувань резервних каналів системи зв'язку за біноміальною схемою з зупинкою [2]. При цьому, використовуючи отримані результати, розглянемо питання скорочення обсягу контрольних випробувань за рахунок структурної надмірності, що властива таким системам.

У відповідності до схеми біноміальних випробувань, їх обсяг n заздалегідь обмовляється, а самі вони ведуться послідовно до його вичерпання, якщо число відмовлень r дорівнює нулю чи до першого відмовлення в противному випадку. При цьому γ-нижня границя $\underline{R}$ для ймовірності R безвідмовної роботи резервного каналу в одному випробуванні знаходиться по формулі:

$$\underline{R} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n'}}, \qquad (1)$$

де $n' = n$ при $r = 0$ і n' - число випробувань до першого відмовлення при $r \neq 0$.

Якщо R_T - необхідне значення для R, а β_q - припустиме значення ризику споживача в C_0-процедурі контролю за виконанням вимог до R, то, з огляду на те, що $\beta = P\left(P^L \geq P^{L_H} \middle| P^L < P^{L_H}\right)$, одержимо умову приймання каналу:

$$n' \geq n_0 = \frac{\ln \beta_q}{\ln R_T}. \qquad (2)$$

Число n_0 будемо називати мінімально необхідним числом випробувань. На рис.1 приведені значення n_0 в залежності від R_T.

Розглянемо ситуацію, коли знаходитися число n_i' автономних випробувань кожного з m каналів системи зв'язку у який всі вони з'єднані послідовно. При цьому припускаємо, що канали випробуються за біноміальним планом з зупинкою.

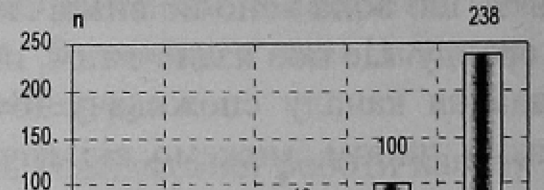

Рисунок 1 -Залежність n від R

Теорема. Нехай розглядається система, що складається з m незалежних об'єктів, кожен з яких випробується за біноміальним планом з зупинкою в ситуації, коли умова приймання (2) застосовується при випробуваннях n' зразків системи ($n' \le n_0$) з однаковою, але невідомою ймовірністю R безвідмовної роботи для кожного випробування. При цьому величини n'_i незалежні для $i = \overline{1, m}$. Нехай об'єкти в системі з'єднані послідовно, $P = R_1 \cdot R_2 \cdot \ldots \cdot R_m$ - невідома ймовірність безвідмовної роботи, P_T - необхідне значення для P. Нехай контроль за виконанням вимог до P здійснюється відповідно до C_0-процедури шляхом перевірки виконання умови:

$$\underline{P}_\gamma \ge P_T,\ \gamma = 1 - \beta_q, \tag{3}$$

де β_q - припустимий ризик замовника, а P_γ - статистика, що є γ-нижньою границею для P. Тоді при будь-якому кінцевому m умова приймання для кожного з об'єктів системи записується у вигляді:

$$n'_i \ge n_0 = \frac{\ln \beta_q}{\ln P_T},\ \overline{i = 1, m}. \tag{4}$$

Доказ. Як показано в [2], статистика $\underline{P} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n'}}$ є γ-нижньою границею для добутку $P = R_1 \cdot R_2 \cdot \ldots \cdot R_m$ невідомих ймовірностей R_i. Крім того, в якості γ-нижньої границі $\underline{R} = \underline{R}_{[0,\,t_0]}$ для ймовірності безвідмовної роботи $R = R_{[0,\,t_0]}$ «нової» системи (тобто після відновлення) на першому циклі $[0, t]$ її функціонування, може бути прийнята статистика $\underline{R} = \underline{R}_{[0,\,t_0]} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n'}}$. Там же показано, що при незалежності величин n'_i, коли n' є меншою з величин n_i, статистика $\underline{P}_{[0,\,t_0]} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n'}}$ (при $n' = \min\limits_i n'_i$) є такою γ-нижньою границею, що не поліпшується відносно n'_i для невідомої ймовірності $P = R_1 \cdot R_2 \cdot \ldots \cdot R_m$ безвідмовної роботи системи в цілому на інтервалі $[0, t_0]$, де $R_i = R_{i\,[0,\,t_0]}$ - ймовірність безвідмовної роботи i-го об'єкта на цьому ж інтервалі. Тоді, у розглянутому випадку, $\underline{P}_\gamma = \min\limits_{1 \le i \le m} \underline{R}_{i\gamma}$, де $\underline{R}_{i\gamma} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n'_i}}$.

Так як в силу цього $\underline{P}_\gamma \geq P_T \Leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^{m}\left(\underline{R}_{i\gamma} \geq P_T\right)$, то виконання умови (3) еквівалентно виконанню m умов

$$\underline{R}_{i\gamma} \geq P_T,\ \gamma = 1-\beta_q,\ i=\overline{1,m}, \qquad (5)$$

тобто m умов (4).

Підкреслимо, що в умовах (4) і (5), що накладаються на кожний з об'єктів системи, фігурують ті ж числа P_T і β_q, що й в умові на систему в цілому. Ефекту «дроблення вимог» не виникає в силу того, що γ-нижня границя (1) є ідеальною для R [2]. При цьому мінімально необхідний обсяг n_0 випробувань не залежить від числа m об'єктів у системі.

Приклад 1. Розглянемо систему зв'язку, що складається з $m=100$ послідовно з'єднаних незалежних резервних каналів зв'язку. В процесі контрольних вимірів кожний з них проходить автономні біноміальні випробування з зупинкою в ситуації, що приведена в теоремі. Задано необхідне значення $P_T = 0,92$ для показника $P = R_1 \cdot R_2 \cdot ... \cdot R_m$ надійності системи зв'язку в цілому і припустимий ризик замовника $\beta_q = 10$ при контролі за виконанням вимоги $P \geq P_T$. Потрібно сформулювати умови, яким повинна задовольняти величина n_i', що одержується в результаті послідовних випробувань кожного з каналів системи.

Рішення. З (4) одержуємо, що $n_i' \geq n_0 = \dfrac{\ln 0,1}{\ln 0,92} \approx 28$, $i=\overline{1,m}$.

Таким чином, якщо i-й канал проходить $n_0 = 28$ безвідмовних випробувань чи якщо у випробуванні з номером $n_0 \geq 29$ виникне відмовлення (до цього моменту всі випробування були безвідмовними), то вважається, що вимоги по надійності до i-го каналу виконані. Якщо $n' \leq n_0 = 28$, тобто відмовлення виникло в випробуванні з номером меншим, ніж 27, то i-й канал має потребу в додатковому настроюванні.

Розглянемо задачу скорочення обсягу контрольних випробувань резервних каналів зв'язку за рахунок структурної надмірності системи. Припустимо, що задача може бути вирішена при використанні одного каналу, але для «страховки» передбачається ще $\nu - 1$ додаткових резервних каналів, причому у випадку виходу з ладу головного каналу, миттєво включається в роботу любий з $\nu - 1$. Даний факт зобразимо на рис.2. У загальному випадку, розглядається ситуація, коли для рішення задачі досить, щоб хоча б один з ν об‘єктів системи (мал.2) виконав свої функції. Зазначені $\nu - 1$ резервних каналів у даній системі характеризують її структурну надмірність. Виникає питання: чи можливе скорочення числа n_i' випробувань кожного i-го каналу системи, приведеної на мал.2, при його автономних випробуваннях за рахунок інформації про те, що при реальному функціонуванні системи є ще $\nu - 1$ резервних каналів, тобто за рахунок структурної надмірності? Інтуїтивно зрозуміло, що відповідь повинна бути позитивною, а форма її представлення повинна залежати від того, чи однакові всі резервні канали в системі.

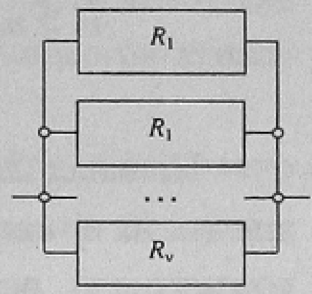

Рисунок 2 - Резервні канали

Нехай в силу умов організації системи зв‘язку резервні канали в ній різні і незалежні, а кожен ν каналів випробується за біноміальним планом з зупинкою. Тоді, використовуючи C_0-процедуру і [1, (10)] для γ-нижньої границі $\underline{P}$ ймовірності P безвідмовної роботи

$$\underline{P} = 1 - \left(1 - (1-\gamma)^{\frac{1}{n'\nu}}\right)^{\nu}, \tag{6}$$

де n' - менша з величин n_i', $i = \overline{1,\nu}$, а також ґрунтуючись на раніше розглянутих положеннях, знаходимо умову, якій повинна задовольняти величина n', у вигляді:

$$n' = \min_{1 \le i \le \nu} n_i' \ge n_{0\nu} = \frac{\ln \beta_q}{\nu \ln P_{T\nu}}, \; P_{T\nu} = 1 - (1 - P_T)^{\frac{1}{\nu}},$$

де P_T - необхідне значення ймовірності P безвідмовної роботи системи зв‘язку, приведеної на мал.2.

Так як $n' \ge n_{0\nu} \Leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^{\nu} \left(n_i' \ge n_{0\nu}\right)$, то звідси одержуємо вимогу до обсягу n_i' випробувань (безвідмовних чи до першого відмовлення) для i-го каналу:

$$n_i' \geq n_{0\nu} = \frac{\ln \beta_q}{\nu \ln\left(1-\left(1-P_T\right)^{\frac{1}{\nu}}\right)}, i=\overline{1,\nu}\ . \qquad (7)$$

Приклад 2. Знайдемо мінімально необхідний обсяг $n_{0\nu} = n_0(\nu)$ для числа n_i' випробувань (безвідмовних чи до першого відмовлення) кожного з резервних каналів системи зв‘язку (мал.2), якщо канали незалежні і різні, причому задано, що $P_T = 0,999$ і $\beta_q = 0,1$.

Рішення. З (7) для зазначених умов за допомогою ЕОМ знайдемо необхідні значення і приведемо їх у вигляді графіка (рис.3).

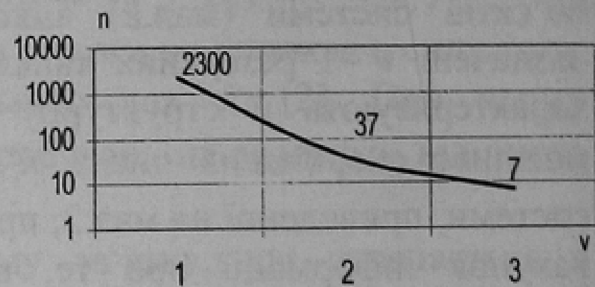

Рисунок 3 - Залежність n від v

Висновки

1. Відповідно до (2), за біноміальною схемою випробувань з зупинкою з однаковою, але невідомою ймовірністю R безвідмовної роботи каналу для кожного випробування, варто піддати перевірці n' каналів ($n' \leq n_0$);

2. Умова приймання (2) можна використовувати в тому випадку, коли випробування проводяться для того самого каналу, використовуваного багаторазово.

3. Для випадку, приведеного у висновку 2, діє обмеження, яке припускає, що невідома ймовірність безвідмовної роботи в одному циклі на інтервалі $\left[0, t_0\right]$ змінюється від циклу до циклу в зв'язку з впливом процесів нагромадження ушкоджень і процесів відновлення. У силу цього система є старіючою чи старіючою на інтервалі $\left[0, t_0\right]$ і старіючою при $t \geq t_0$.

4. Для випадків, приведених у висновках 1 і 2, формула (2) дозволяє знайти мінімально необхідне число каналів, випробовуваних безвідмовно чи до першого відмовлення.

5. Для випадку, приведеного у висновку 2, з (2) можна знайти число циклів випробувань одного каналу, випробовуваного

безвідмовно чи до першого відмовлення. При цьому R_T - необхідне значення ймовірності $R = R_{[0, t_0]}$ безвідмовної роботи «нового» каналу на першому циклі.

6. При $\gamma = 1 - \beta_q$ і R_T близьких до одиниці, мінімально необхідний обсяг n_0 випробувань, обумовлений (2), може виявитися дуже великим і, в силу цього, неприйнятним для практичного використання. Проста ілюстрація, приведена на мал.1, показує, що для каналів, які організуються в одиничних екземплярах або для каналів зі значними капіталовкладеннями, варто шукати шляхи зниження обсягів випробувань за рахунок внутрішніх властивостей, властивих каналу. Це положення особливе актуальне при організації віртуальних каналів.

7. При виконанні ν умов (7) вимоги по надійності до системи зв‘язку, що складається з ν резервних каналів (мал.2), вважаються виконаними. У противному випадку система зв‘язку піддається новому укомплектуванню чи ж для резервних каналів проводиться повторне настроювання.

8. З (7) випливає, що з ростом структурної надмірності системи зв‘язку мінімально необхідний обсяг $n_{0\nu} = n_{0\nu}(\nu)$ випробувань (безвідмовних чи до першого відмовлення) різко зменшується. В такий спосіб шлях скорочення обсягу випробувань за рахунок структурної надмірності системи зв‘язку існує і є дуже ефективним, однак, при цьому, збільшується вартість системи. В цьому відношенні варто розглянути задачу оптимального резервування, сформульовану на ймовірністній основі.

Список источников

1. Скопа О.О. Інтервальне оцінювання надійності Т-систем з паралельним з'єднанням елементів за результатами їх біноміальних іспитів//Наукові праці Одеської нац. академії зв‘язку: Період. наук. збірник з радіотехніки і зв‘язку, електроніки та економіки в галузі зв‘язку.–Одеса, 2002.–№1.

2. Судаков Р.С. Теория испытаний. – М.: Изд-во военной академии ПВО им.А.М.Василевского, 1985. – 228 с.