

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВА, РОЗРАХУНОК ПРОДУКТИВНОСТІ ПРАЦІ

Дацун Н.Н., Поляков С.А.

кафедра ПМІ

Донецький Національний Технічний Університет  
Кафедра Прикладної математики та інформатики  
Україна, 83000, Донецьк, Артема, 58  
datsun@pmi.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

*Polyakov S.A., Datsun N.N. Economic-mathematical model of activity of the enterprise, calculation labour productivity. The one of the most important problems that to personnel manager faces was formalized! This problem was formalized and after some mathematical transformations it was to an optimisational task - a problem about assignments with was solved with a Hungarian method.*

Головним результатом праці кадрової служби є продуктивність кожної окремо узяті трудової одиниці й організації в цілому. Можно виділити велику кількість факторів тією чи іншою мірою впливаючих на продуктивність:

- рівень кваліфікації по своїй спеціальності;
- уміння організовувати своє робоче місце;
- правильний розподіл робочого часу;
- терплячість (здатність виконувати монотонну роботу протягом тривалого часу);
- завзятість у досягненні мети;
- активність;
- уміння доводити справа до конкретного результату;
- готовність допомогти колегам по роботі;
- впевненість у собі;
- рівень здібностей;
- спрямованість здібностей і т.д.

На рисунку 1 приведена схема, у якій систематизовані усі фактори, що впливають на продуктивність праці [1].

Визначимо вектор професійних навичок співробітників  $N(I..m)$ , вектор співробітників організації  $S(I..l)$ , вектор навчальних курсів  $K(I..p)$ , вектор особистих якостей  $Q(I..r)$ , вектор здібностей  $Sp(I..2)$  (для рішення поставленої задачі буде досить розділити здатності на гуманітарні і технічні).

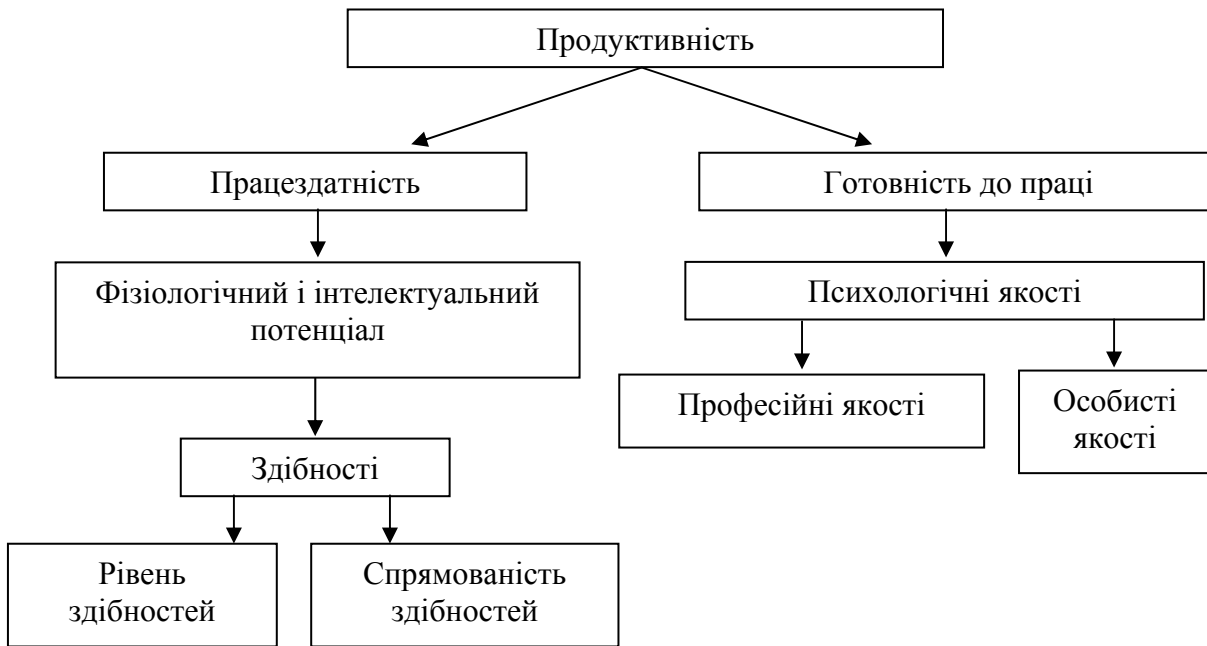


Рисунок 1 – Фактори, які впливають на продуктивність

З'єднавши, попарно, вектор співробітників із всіма іншими одержимо набір наступних матриць:

- ступінь оволодіння співробітниками різними навичками (див. табл. 1);
- ступінь впливу навчального курсу на величину володіння навичкою (див. табл. 2);
- ступінь володіння співробітниками різними особистими якостями (див. табл. 3);
- ступінь впливу навчального курсу на особисті якості співробітників (див. табл. 4);
- співробітники на курсах (див. табл. 5);
- здібності необхідні для освоєння навичок (див. табл. 6);
- здатності співробітників (див. табл. 7);
- навички необхідні для виконання завдання (див. табл. 8);
- особисті якості необхідні для виконання завдання (див. табл. 9);
- завдання співробітників (див. табл. 10).

Таблиця 1 – Ступінь оволодіння співробітниками різними навичками(SN)

	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	...	N <sub>m</sub>
S <sub>1</sub>	0.1		...	0.9
S <sub>2</sub>	0.88	0.46	...	
...	...	...	...	...
S <sub>l</sub>		0.65	...	

$SN_{ij}$  – величина  $j$ -го навички в  $i$ -го співробітника. Приймемо, що

$$0 \leq SN_{ij} < 1. \quad (1)$$

Це означає, що людина може взагалі не володіти даною професійною навичкою ( $SN_{ij} = 0$ ) і повне освоєння навички ( $SN_{ij} = 1$ ) неможливо.

Таблиця 2 – Ступінь впливу навчального курсу на величину оволодіння навичкою ( $KN$ )

	$N_1$	$N_2$	...	$N_m$
$K_1$	2		...	4
$K_2$	4	6	...	
...	...	...	...	...
$K_p$		7	...	

$KN_{ij}$  – ступінь впливу  $i$ -го курсу на  $j$ -й навичка. Прийmemo, що

$$KN_{ij} \in [1..7]. \quad (2)$$

Доведено, що експерт найчастіше не може розрізнити більш 7 градацій [2].

Таблиця 3 – Ступінь володіння співробітниками різними особистими якостями ( $SQ$ )

	$Q_1$	$Q_2$	...	$Q_u$
$S_1$	0.8		...	0.59
$S_2$	0.48	0.3	...	
...	...	...	...	...
$S_l$	0.1	0.64	...	

$SQ_{ij}$  – величина  $j$ -го якості в  $i$ -го співробітника. Прийmemo, що

$$0 = < SQ_{ij} < 1. \quad (3)$$

Це означає, що людина може взагалі не мати дану якість ( $SQ_{ij} = 0$ ) і повне володіння даною якістю ( $SQ_{ij} = 1$ ) неможливо.

Таблиця 4 – ступінь впливу навчального курсу на особисті якості співробітників ( $KQ$ )

	$Q_1$	$Q_2$	...	$Q_u$
$K_1$	2		...	4
$K_2$	4	6	...	
...	...	...	...	...
$K_p$		7	...	

$KQ_{ij}$  – ступінь впливу  $i$ -го курсу на  $j$ -ої якість. Прийmemo, що

$$KQ_{ij} \in [1..7]. \quad (4)$$

Під навчальними курсами тут розуміються різні психологічні тренінги, що спрямовані на поліпшення особистих якостей людини.

Таблиця 5 – Співробітники на курсах (SK)

	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	...	K <sub>p</sub>
S <sub>1</sub>	1	0	...	0
S <sub>2</sub>	0	1	...	0
...	...	...	...	...
S <sub>1</sub>	0	0	...	0

$SK_{ij} = 1$  означає, що  $i$ -й співробітник проходить  $j$ -й курс. Прийmemo, що

$$\sum_{j=1}^p SK_{ij} < 2 \text{ і } SK_{ij} \in \{0;1\} \quad (5)$$

Таблиця 6 – Здатності необхідні для освоєння навичок (Sp)

	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	...	N <sub>p</sub>
Sp <sub>1</sub>	0.2	0.75	...	0.13
Sp <sub>2</sub>	0.8	0.25	...	0.87
	1	1	1	1

$SpN_{ij}$  – необхідне значення  $i$ -ої здатності для  $j$ -го навички. Прийmemo, що

$$Sp_{1j} + Sp_{2j} = 1. \quad (6)$$

Таблиця 7 – Здатності співробітників (SSp)

	Sp <sub>1</sub>	Sp <sub>2</sub>	
S <sub>1</sub>	0.2	0.8	1
S <sub>2</sub>	0.8	0.2	1
...	...	...	1
S <sub>1</sub>	0.5	0.5	1

$SSp_{ij}$  – ступінь розвитку в  $i$ -ого співробітника  $j$ -ої здатності. Прийmemo, що

$$SSp_{i1} + SSp_{i2} = 1. \quad (7)$$

Уведемо ще одну величину  $A_{ij}$  – опір  $i$ -го співробітника при навчанні  $j$ -ому навичці (8):

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^m DSp_k / NN \quad (8)$$

де  $NN = 2$  (два види здібностей) і

$$DSp_k = \begin{cases} 1, & (SSp_{ik} / SpN_{kj}) > 1 \\ SSp_{ik} / SpN_{kj}, & (SSp_{ik} / SpN_{kj}) \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

Тепер ми можемо визначити  $SN_{ijt}$ :

$$SN_{ijt} = \begin{cases} (1 - A_{ij}^{KN_{ijt}}) * SK_{ij}, (1 - A_{ij}^{KN_{ijt}}) * SK_{ij} > SN_{ij(t-1)} \\ SN_{ij(t-1)}, (1 - A_{ij}^{KN_{ijt}}) * SK_{ij} > SN_{ij(t-1)} \end{cases}, (10)$$

де  $t$  – номер тимчасового інтервалу. Якщо проходження курсу не привело до збільшення ступеня оволодіння навичкою, то в співробітника залишається колишній ступінь. Відзначимо, що завдяки вибору функції ( $Y=1 - A^x$ ) абсолютне оволодіння навичкою неможливо ( $0 \neq A^x$ ).

Визначимо ще один вектор  $Z (1..v)$  – завдання, що виникають у процесі роботи підприємства.  $Zt_i$  – кількість годин необхідна для виконання  $i$ -го завдання в ідеальних умовах. Формуємо ще матриці:

Таблиця 8 - Навички необхідні для виконання завдання (ZN)

	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	...	N <sub>p</sub>
Z <sub>1</sub>	0.2	0.75	...	0.13
Z <sub>2</sub>	0.32	0.5	...	0.58
...	...	...	...	...
Z <sub>v</sub>	0.1	0.54	...	0.08

$ZN_{ij}$  – розмір  $j$ -го навички необхідний для виконання  $i$ -го завдання.

Таблиця 9 - Навички необхідні для виконання завдання (ZQ)

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	...	Q <sub>p</sub>
Z <sub>1</sub>	0.42		...	0.63
Z <sub>2</sub>	0.78	0.24	...	
...	...	...	...	...
Z <sub>v</sub>		0.89	...	0...81

$ZQ_{ij}$  – розмір  $j$ -го якості необхідний для виконання  $i$ -го завдання.

Таблиця 10 - Завдання співробітників (SZ)

	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	...	Z <sub>v</sub>
S <sub>1</sub>	1	1	...	1
S <sub>2</sub>	0	0	...	1
...	...	...	...	...
S <sub>1</sub>	1	0	...	0

Якщо  $SZ_{ij} = 1$ , отже  $i$ -й співробітник є виконавцем  $j$ -ого завдання. Прийемо:

$$\sum SZ_{ij} \in [0, v], \forall i. (11)$$

Будь-який співробітник може мати довільну кількість завдань. Також будь-яке завдання може мати довільну кількість виконавців.

Тепер можемо розрахувати час, необхідний співробітнику чи співробітникам (див. табл. 10) для виконання  $i$ -го завдання:

$$Zt_i^I = Zt_i / (\sum_k (KZN_{ki} * KZQ_{ki}) * SZ_{ki}), \quad (12)$$

де

$$KZN_{ki} = \sum_k (SN_{kj} / ZN_{ij}) / NN_i \quad (13)$$

$$KZQ_{ki} = \sum_k (SQ_{kj} / ZQ_{ij}) / NQ_i \quad (14)$$

Визначимо ще один вектор  $T (I..c)$  – команди. Команди – це співробітники, які беруть участь у рішенні одного завдання. Є матриця  $ST$ , яка демонструє склад групи (див. табл. 11).

Таблиця 11 – Склад груп  $ST$

	$T_1$	$T_2$	...	$T_c$
$S_1$	1	1	...	1
$S_2$	0	1	...	1
$S_3$	0	0	...	1
$S_4$	0	0	...	0
$S_5$	0	0	...	1
...	...	...	...	...
$S_l$	0	0	...	0

Якщо  $ST_{ij} = 1$ , то  $i$ -й співробітник є у  $j$ -ій команді.

Сформуємо матрицю завдань команд  $TZ$  (див. табл. 12).

Таблиця 12 – Завдання груп  $TZ$

	$Z_1$	$Z_2$	...	$Z_v$
$T_1(S_1)$	...	...	...	...
$T_2(S_1 S_2)$	...	24	32	...
$T_3(S_1 S_3)$	...	45	...	40
$T_4(S_1 S_4)$	34	...	23	...
...	...	...	...	...
$T_h(S_1 S_2 S_3)$	15	...	13	8
...	...	...	...	...

$TZ_{ij}$  – час потрібний  $i$ -ій групі для виконання  $j$ -го завдання.

$$TZ_{ij} = Zt_j / (\sum_k (KZN_{ki} * KZQ_{ki}) * ST_{ki}), \quad (15)$$

Таким чином задача перетворилася на задачу про призначення з класу оптимізаційних [3], методом рішення якої був обраний "угорський метод".

Для виконання будь-якого завдання, що виникає в процесі виробництва, співробітнику необхідні професійні навички, причому визначеної величини. У залежності від співвідношення необхідних і реальних величин навичок співробітників змінюється час, необхідний для виконання цього завдання (див. табл. 12). У свою чергу

величина навичок може змінюватися після проходження співробітником навчальних курсів (10). Спочатку були визначені вимоги до функції впливу навчальних курсів на навички співробітників. Це те, що абсолютне оволодіння навичкою неможливо і величина володіння навичкою вимірюється в діапазоні від 0 до 1. Була запропонована функція  $y(x) = 1 - A^x$  (див. рисунок 2).

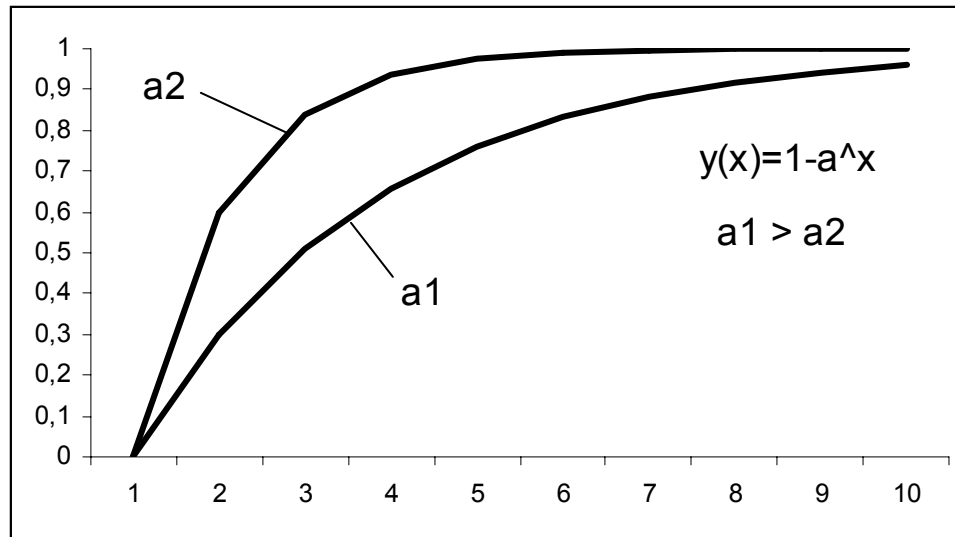


Рисунок 2 – Функція впливу навчальних курсів на навички співробітників

### **Перелік посилань**

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. - М.: Логос, 2000
2. Миллер Г. Магическое число семь плюс минус два. Инженерная психология. - М.: Прогресс, 1964
3. Лихтенштейн В.Е., Павлов В.И. Экономико-математическое моделирование - М.: ПРИОР, 2001 - 448 с.

Поступила в редакційну колегію 05.11.2002