КУБИЧЕСКОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ АНАЛИЗА АВТОМАТОВ

Хаханов В.И., Кривуля Г.Ф., Монжаренко И.В.
Кафедра АПВТ, ХТУРЭ,
krivoulya@khture.kharkov.ua

Annotation

Huhunov V.I., Krivuly G.F., Monjarenko I.V. Cubic calculus for the analysis of automatic control units. *The uniform mathematical means of compact exposition of functions and structures in the form of tables, universal concerning a solution of problems of the analysis including realization of direct and inverse implications, being base procedures in methods of modelling, generation of the tests, monitoring and searching of imperfections for digital products of computer facilities is submitted.*

Математические модели объектов, оперирующих дискретной информацией, отображаются триадой компонентов [1]:

$$F = \langle f, t, h \rangle,$$

где f, t, h - дискретные параметры описания функций, времени, структуры устройства. Компонент f отображает многообразие аналитических, табличных, графических форм представления моделей. Относительно t классификация моделей определяет: синхронные - не учитывающие временные параметры объектов и примитивов; асинхронные - использующие реальные или модельные задержки элементов; дельта-троичные - учитывающие модельные задержки ПЭ и разброс времени переключения входных сигналов объекта [2]; с нарастающей неопределенностью - момент переключения входных сигналов элементов учитывает разброс параметров задержки прохождения сигналов от внешних входов к выходам. Параметр h классифицирует степень подробности задания структуры и идентифицирует: функциональную или автоматную модель для представления поведения комбинационного или последовательностного ПЭ; структурно-функциональную или итеративную, а также чистую структуру, представляющую собой орграф.

Трехмерный образ модели полезен при выборе структур данных с минимальной степенью подробности, отвечающей адекватности поведения объекта для решения конкретной задачи анализа в рамках системы диагностического обслуживания. Как правило, тема верификации проекта и анализа состязаний рассматривается при задании полной f-t-h-структуры, в то время как генерация проверяющих тестов и анализ их качества вполне могут обходиться f-h-моделью объекта.

Параметр времени в f-h-структурах - понятие относительное, определяющее фреймы (такты) автоматных состояний. Длительность каждого модельного такта есть величина, превосходящая максимальную задержку цифровой схемы. При таких условиях адекватность структуры реальному объекту уменьшается по номинальным временным характеристикам, благодаря чему появляется возможность решения задач диагностирования в пространстве <функция, структура, модельное время - последовательность автоматных тактов>, формализация которого складывается в систему бинарных отношений элементов, каждый из которых или все вместе есть автоматная синхронная модель цифровой или МП-структуры вентильного, функционального, алгоритмического уровней детализации.

1.Автоматная концепция модели цифрового устройства

Одним из возможных соединений пространства и времени (модельного) может служить формат переменных конечного автомата первого рода в бинарных отношениях двух фреймов:

	Z(t-1)	
X(t)	Z(t)	Y(t)

(1)

Это следует из аналитического задания автоматной модели:

W=<X, Y, Z, f, g,>,`

где X, Y, Z - множества входных, выходных, внутренних переменных для кодирования соответствующих состояний автомата;

f, g - характеристические функции переходов, выходов, определяющие импликативные отношения на указанных множествах:

$Z(t)=f[X(t),Z(t-1)]$; $Y(t)=g[X(t),Z(t-1)]$.
(2)

Выполнив в (2) замену $Q(t+1)=Z(t)$, получаем канонические уравнения задания автомата Мили: $Q(t+1)=f[X(t),Q(t)]$; $Y(t)=g[X(t),Q(t)]$.

Зависимость состояний выходов от значений на входах, предопределяет ограниченность использования Мили-структуры для решения задач диагностирования, ввиду дополнительного риска возникновения состязаний входных и выходных сигналов. В меньшей степени такой опасности подвержены автоматы Мура, имеющие функции выходов, не зависящие от состояния входов: $Q(t+1)=f[X(t),Q(t)]$; $Y(t)=g[Q(t)]$, благодаря чему автомат будет использоваться в качестве концептуальной или содержательной модели при формировании функционалов - примитивных автоматов. Однако, такая структура неудобна для технологии восприятия машиной и человеком, благодаря различным форматам задания отдельных автоматных переменных: Q задается в двух временных тактах, X и Y - в одном. Следствием этого можно считать неэффективность использования переменных X,Q,Y в двухфреймовом пространстве состояний автомата. Что же можно предложить взамен традиционному формату?

Функции переходов-выходов автомата Мура (Мили, первого рода) будем считать частными случаями обобщенного модельного (ОМ-) автомата [1], задаваемого на формате:

X(t-1)	Z(t-1)	Y(t-1)
X(t)	Z(t)	Y(t)

(3)

системой отношений:

$$Z(t)=f[X(t-1),X(t),Y(t-1),Z(t-1)];$$
$$Y(t)=g[X(t-1),X(t),Z(t-1),Y(t-1)], \quad (4)$$

Структура выражений, определяющих поведение ОМ-автомата, позволяет использовать все поля формата (3) для расширения пространства состояний и компактной записи таблицы переходов-выходов цифрового объекта. По сравнению с (1) для формирования состояний Z(t), Y(t) дополнительно используются поля X(t-1), Y(t-1).

ОМ-автомат есть средство для уменьшения таблиц описания пространства состояний входных, внутренних, выходных линий при максимальном использовании двухфреймового формата автоматных переменных. На практике применение ОМ-автомата дает новые возможности описания устойчивых переходов под управлением фронтальной (передний или задний фронты) синхронизации; записи условий возникновения состязаний по вход-выходным переменным автомата на физически существующих линиях.

2.Табличное представление моделей цифровых устройств

Многообразие структур описания поведения конечных автоматов определяется аналитическими, графическими, табличными формами. Первые две компактны, изобразительны, легко понимаемы человеком, но не технологичны для компьютерного анализа, что требует создания специальных процессоров или мощных программных средств (трансляторов) для машинной интерпретации моделей. Табличная форма является технологичной, универсальной, простой структурой для пользователя и компьютера, что не требует значительных средств для создания трансляторов, поэтому при проектировании компонентов системы диагностического обслуживания дополнительные ресурсы можно направить на создание новых технологий анализа цифровых объектов.

Самой примитивной формой является двоичная таблица истинности (переходов), задающая в явном виде импликативные отношения входных, внутренних и выходных булевых переменных на минимально возможном алфавите описания дискретных процессов.

Существенный недостаток такого описания - большой объем таблиц - может быть сведен к минимуму введением избыточности в алфавит кодирования состояний булевых переменных в одном временном фрейме: $A^1=\{0,1,X=\{0,1\},Ж(U)\}$, где для обозначения высокого импеданса далее вводится символ Z=Ж. С позиции теории множеств и по определению A^1 есть замкнутый относительно операций пересечения, объединения, дополнения, булеан, образованный на универсуме примитивов {0,1} взятием множества всех подмножеств. Естественно, интерес представляет не сам теоретико-множественный алфавит, но его адаптация к описанию цифровых объектов и вычислительных процессов. Достижения кубического исчисления (КИ), как матаппарата геометрического (векторного, табличного) представления булевых функций и методов их анализа в n-мерном векторном пространстве, направлены на обработку моделей комбинационного типа в в одном временном такте. Практическое использование однотактного КИ для описания и обработки последовательностных схем является нетехнологичным, поскольку применение структуры пространства состояний (3) влечет за собой увеличение (почти удвоение) числа модельных переменных, необходимых для кубического задания поведения цифрового устройства в одном временном фрейме, и появление псевдопеременных X(t-1), Y(t-1), Z(t-1), увеличивая тем самым объем таблиц и усложняя анализ схемы процедурами двойного преобразования модели цифрового объекта из ее представления в натуральном множестве линий к модельному, где выполняется анализ объекта для построения диагностической информации, с последующим возвратом к первому для проведения контроля и поиска дефектов.

Отсюда возникает задача преобразования $F^1 \circledast F^2$ однотактной модели конечного автомата к двухтактной: $P(F^1,F^2)=(P^*,P^\wedge,P^\sim)$ на основе использования определенных далее операторов: P^* - конкатенации, $P^\wedge$ - минимизации, $P^\sim$ - поглощения, где система отношений:

$$F^1=<(t),(X^{t-1}X^t,Z^{t-1}Z^t,Y^{t1}Y^t),\{A^1> \quad (5)$$

представляет общий случай однотактной модели устройства, заданной кубическим покрытием $C=C_{ij}$, которое необходимо привести к виду:

$$F^2 = <(t-1,t),(X,Z,Y),\{A^2\}>. \quad (6)$$

Формат модели (6) соответствует n-мерному векторному булеву пространству геометрического отображения функций, где каждая точка есть координата n-мерного двоичного вектора, называемого кубом Ci ОС. Куб Ci, имеющий k координат, равных X, называется k-кубом. k-Куб, представляет собой линию, если k=1, и плоскость, если k=2.

Задача преобразования совокупности однотактных векторов, формирующих кубическое покрытие F1-модели, в двухтактное КП F2-структуры в булевом пространстве рассматривается как трансформация булева пространства, когда дуга, соединяющая две вершины (переход) F1-модели, преобразуется в вершину F2-модели с помощью оператора конкатенации, заданного табл.1.

Таблица 1

t-1	t				
*	0	1	X	U	Z
0	Q	E	A	G	G
1	H	J	B	T	T
X	O	I	Y	K	K
U	0	1	X	U	Z
Z	0	1	X	N	U

После этого возможно "свертывание" пространства, заключающееся в уменьшении количества двоичных кубов за счет расширения множества k-векторов при использовании операторов: P^, P~.

Устранение проблемы размерности однотактного КП при описании последовательностных устройств связано с введением двухтактного кубического исчисления (ДКИ). Основным компонентом ДКИ является алфавит AX [1], который задает все возможные переходы двухтактной автоматной переменной в моменты (t-1,t) универсумом примитивов Y={00,01,10,11}. Определение замкнутого относительно теоретико-множественных операций алфавита связано со взятием булеана на универсуме Y. Мощность порождаемого таким образом алфавита определяется выражением K=2n , где n - количество примитивов в Y. В частности, 16 символов двухтактного алфавита имеют следующую интерпретацию:

A^x= {Q=00,E=01,H=10,J=11,O={Q,H},I={E,J},A={Q,E}, B={H,J},S={Q,J},P={E,H},C={E,H,J},F={Q,H,J},L={Q,E,J}, V={Q,E,H},Y={Q,E,H,J},U}.

Имея алфавиты A1, Ax, определяющие состояния переменных в моменты <t>, <t-1,t> и, в соответствии с принципом симметрии вводится замкнутое множество A0={G,T,K={G,T},N}, аналогичное символам A1, но служащее для описания автоматных переменных в момент <t-1>.

Из трех независимых алфавитов, имеющих различные свойства, создается один универсальный. Объединяющим форматом для них служат два временных фрейма <t-1,t>. Приведение однотактных символов ai0 OA0, ai1 O A1 к двухтактной форме выполняется с помощью символа Z, который эквивалентен пустому множеству U в одном автоматном такте, но "чуть-чуть" полнее последнего и задает описание переменной в состоянии высокого импеданса или высокого выходного сопротивления. С помощью буквы Z форматы однотактных символов принимают вид: ai0=<a,Z>, ai1<Z,a>, где a - однотактные булевы состояния из множества A ={0, 1, X={0,1}, Z}, абстрагированные от времени. При этом символы пустых множеств U,Z,N на двух автоматных тактах определены в следующем виде: Z=UZ; N=ZU; U=UU; UU=ZZ.

Состояние ZZ будем считать неустойчивым пустым множеством, которое на двух автоматных тактах переходит в стабильную "пустоту", определяемую символом U. С учетом приведенных равенств отношения введенных символов пустых множеств регулируются тождествами: Z З N =U, Z И N =ZZ=U, Z З U =U, Z И U =Z, N З U =U, N И U =N.

По определению на каждом множестве A0, A1, AX выполняются все аксиомы и тождества абстрактной математической решетки с дополнениями, такие как ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность, идемпотентность, действия с универсумом и пустым множеством, двойного дополнения, правила де-Моргана, поглощения.

А-алфавит, теоретико-множественные операции, векторные операции (далее просто операторы) пересечения, объединения, поглощения, минимизации определяют двухтактное кубическое исчисление (ДКИ) как математическую структуру для описания и анализа моделей цифровых объектов с целью выполнения прямой и/или обратной импликации.

$$M=\langle A,\ \text{З},\ \text{И},\ \sim,\ *,\ \#, P^{\text{И}}, P^{\text{З}}, P^{\sim}, P^{\wedge}\rangle,$$

где $A=\{A^0, A^1, A^X\}$ - алфавит двухтактного кубического исчисления;

З, И,~ - операции пересечения, объединения, дополнения;

* - координатная операция конкатенации: $a_i(t-1,t)\ \text{О}\ A = (a_i^0 * a_i^1)$;

\# - координатная операция разъединения: $a_i^1(t)\text{О}A^1 = P^{\#}(a_i)$;

$P^{\text{З}}$ - векторная операция пересечения:

$$C_i\ \text{З}\ C_t = \text{Ж}, \text{ если } \$_j\ (C_{ij}\ \text{З}\ C_{tj} = \text{Ж});$$

$$B = C_i\ \text{З}\ C_t\ \text{№}\ \text{Ж}, \text{ если } "j\ (C_{ij}\ \text{З}\ C_{tj}\ \text{№}\ \text{Ж});$$

РИ - векторная операция объединения:

$$B = C_i \text{И}\ C_t, \text{ когда } "j\ (B_j = C_{ij}\ \text{И}\ C_{tj}).$$

Р~ - векторная операция поглощения:

$$C_i\ \text{Н}\ C_t, \text{ если } "j\ (C_{ij}\ \text{З}\ C_{tj} = C_{ij});$$

Р^ - векторная операция минимизации:

$$B=C_i\text{И}C_r, \text{ если } \$j\ (C_{ij}\ \text{№}\ C_{tj})\ \&\ {}^{\wedge}\$r\ (C_{ir}\ \text{№}\ C_{tr});\ (i,t=1,m;\ j,r=1,n).$$

Процедура минимизации строк таблицы переходов, записанных в двухтактном алфавите, не требует дифференцирования координат на входные, внутренние, выходные. Во-первых, выходные линии автомата являются и входными условиями для определения следующего состояния, поэтому нет смысла в разделении переменных. Во-вторых, входные линии также способны нести нагрузку в двух автоматных тактах, например, при записи фронтального перехода синхронизации. В-третьих, формат переменных ОМ-автомата задает равенство всех линий относительно двух фреймов, формирующих условия или сам переход.

Эффективность практического использования А-алфавита для описания автоматных моделей может быть продемонстрирована на примере минимизации в табл.2 (столбец А) покрытия D-триггера, синхронизированного передним фронтом.

Таблица 2

	A						B			C			D		
	t-1	t	t-1	t	t-1	t									
	C	C	D	D	Q	Q	C	D	Q	C	D	Q	C	D	Q
1	1	0	1	1	X	1	H	J	I	H	J	I	H	J	I
2	0	0	X	X	1	1	Q	Y	J	L	Y	J	L	Y	S
3	0	1	X	X	1	1	E	Y	J	H	Q	O	H	Q	O
4	1	1	X	X	1	1	J	Y	J	L	Y	Q			
5	1	0	0	0	X	0	H	Q	O						
6	0	0	X	X	0	0	Q	Y	Q						
7	0	1	X	X	0	0	E	Y	Q						
8	1	1	X	X	0	0	J	Y	Q						

Такое покрытие не может быть уменьшено в однотактном кубическом исчислении, поскольку любая пара строк имеет различия не менее чем по двум координатам. Выполним кодирование переходов булевых переменных символами А-алфавита и запишем модель D-триггера в формате двухтактных автоматных переменных. Для этого воспользуемся формальным преобразованием двух однотактных состояний в одно двухтактное с помощью несимметричной *-операции конкатенации (табл.1).

Двухтактное КП с уменьшенным числом переменных представлено столбцом В. Попытка минимизации кубов столбца В полученного двухтактного покрытия дает положительный результат для наборов: 2,3,4 и 6,7,8, что определяется кубами С. Объединяя в С кубы 2,3, отличающиеся по одной переменной, получаем конечный результат - кубы D.

Алгоритм минимизации таблицы переходов представлен пунктами:

1.Формирование однотактной таблицы переходов в алфавите {0,1,X} на множестве входных, псевдовходных и выходных переменных.

2.Конкатенация состояний переменных, определенных в таблице на двух временных автоматных тактах.

3.Итеративная минимизация числа двухтактных векторов путем объединения пары наборов, отличающихся по одной координате.

Заключение.

Представленное ДКИ есть эффективный математический аппарат для адекватного и компактного описания цифровых моделей автоматного уровня, которое позволяет значительно уменьшить временные затраты проектирования кубических покрытий элементов и схем, моделирования неисправностей и исправного поведения, генерации тестов, контроля и поиска дефектов. Ограничения ДКИ связаны с размерностью таблиц при описании ОЗУ, ПЗУ, однокристальных МП.

Литература

1. Хаханов В.И. Техническая диагностика цифровых и микропроцессорных структур.- ISBN 5-7763-2645-1.- К.: ИСИО, 1995.- 242 с.
2. Автоматизация диагностирования электронных устройств/ Ю.В. Малышенко, В.П. Чипулис, С.Г. Шаршунов/ Под ред. В.П.Чипулиса.- М.: Энергоатомиздат, 1986.- 216 с.