МЕТОДЫ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ

Бельков Д.В.
Кафедра ВМиП ДонНТУ

Abstract

Belkov D.V. Methods of the task scheduling for the computer network. *An important practical problem, arising up on the stage of design a computer network, which consists in the task scheduling, is decided in article. Greedy methods for solving of this problem are proposed.*

Введение

В процессе эксплуатации распределенной системы сетевой трафик изменяется. С его увеличением сеть может достигнуть состояния, при котором пропускная способность резко падает, а время отклика сильно возрастает, вследствие переполнения очередей. Поэтому необходим механизм защиты сети от перегрузки. Одним из способов ограничения сетевого трафика является периодическая корректировка таблицы размещения файлов системы. В связи с этим при эксплуатации компьютерных сетей имеет важное практическое значение задача рационального размещения файлов по узлам. Перераспределение файлов задерживает выполнение вычислительных заданий в компьютерной сети. Ускорение выполнения заданий может быть достигнуто за счет составления расписания заданий с максимизацией вероятности их выполнения без перераспределения файлов. Методы составления расписания заданий, предложенные в работах [1,2], имеют временную сложность $O(m^2n)$, где m – количество вычислительных заданий, n – число мест в расписании. Они не позволяют решать задачи большой размерности. В данной статье предложены жадные методы составления расписания с временной сложностью $O(n^2 \cdot m)$ и $O(mn)$.

Постановка задачи

Обозначим: T - время выполнения задания, P - вероятность того, что перераспределение файлов не помешает выполнению задания. Если в процессе выполнения задания возникла необходимость перераспределить файлы, то его выполнение прекращается. Задание будет выполняться заново после перераспределения файлов. Поэтому величина P есть вероятность выполнения задания с первой попытки.

Определим значения P при заданной величине T и условии, что поток перераспределений файлов – это поток Эрланга k - го порядка с параметром λ. Пусть, например, задание начинает выполняться в узле сразу после очередного перераспределения файлов. В этом случае $P = 1 - F(T)$, где $F(T) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} (\lambda \cdot T)^n \cdot e^{-\lambda T} / n!$ [3]. Если $k = 1$, то $F(T) = 1 - e^{-\lambda T}$ и $P = e^{-\lambda T}$. В этом случае значения P будут тем больше, чем меньше величина T. Если $k = 2$, то $F(T) = 1 - \lambda \cdot T \cdot e^{-\lambda T}$, $P = \lambda \cdot T \cdot e^{-\lambda T}$, $dP/dT = \lambda \cdot e^{-\lambda T} - \lambda^2 \cdot T \cdot e^{-\lambda T}$. Функция F имеет максимальное значение, если $T = 1/\lambda$.

Пусть задание начинает выполняться в узле в момент, когда после очередного перераспределения файлов прошло t единиц времени. Это означает, что задание не является первым в списке выполняемых заданий. Перед ним были другие задания, на выполнение которых потребовалось t единиц времени. В этом случае значение P определим по формулам [3]:

$$f_r = (\lambda[\lambda(r+t)]^{k-1} \cdot e^{-\lambda(r+t)})/((k-1)! \cdot R((k-1), \lambda \cdot t)), \text{ где}$$

$$R((k-1), \lambda \cdot t)) = \sum_{n=0}^{k-1} (\lambda \cdot t)^n \cdot e^{-\lambda t} / n!, \quad P = \int_T^{\infty} f_r dr$$

Для быстрого выполнения заданий в каждом узле необходимо составить их оптимальное расписание. Критерием оптимальности является максимизация вероятности выполнения задания с первой попытки (без перераспределения файлов).

Обозначим: T_i - время выполнения задания i, P_{ij} - вероятность выполнения задания i с первой попытки, если в расписании оно находится на j –м месте. Пусть на j –м месте может находиться несколько заданий, т.е. разные задания могут начинать выполняться одновременно, но на разных компьютерах. В таком случае количество мест в расписании меньше, чем число заданий. Обозначим: m - количество заданий, n – количество мест в расписании, $X_{ij} = 1$, если задание i должно быть в расписании на j–м месте, иначе $X_{ij} = 0$. Пусть число заданий, которые могут начинать выполняться одновременно, ограничено и B_j - допустимое суммарное время выполнения заданий, которые находятся в расписании на j –м месте. Задача об оптимальном расписании заданий имеет вид:

Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} P_{ij} X_{ij} \to \max \qquad (1)$$

Ограничения:

$$X_{ij} \in \{0,1\},\ \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1,\ i=1...m \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} T_i X_{ij} \le B_j,\ j=1...n \qquad (3)$$

Необходимо найти матрицу X расписания заданий, обеспечивающую максимум целевой функции (1) при ограничениях (2),(3). В задаче максимизируется вероятность выполнения заданий без перераспределения файлов.

Для решения задачи (1)-(3) можно использовать методы, предложенные в работе [4], но размещать не файлы по компьютерам, а задания по местам в расписании.

Методы решения задачи

Методы решения задачи (1)-(3) состоят из mn этапов, m - количество заданий, n - количество мест в расписании. На i –м этапе выполняется процедура размещения i –го задания на одно из мест в расписании. Процедура состоит из 3 шагов.

На первом шаге метода А1 определяется место в расписании с наибольшим значением P_{ij}, j=1,…n. На втором шаге, если условие $\sum_{i=1}^{m} T_i X_{ij} \le B_j$ выполняется, то задание размещается на это место. Иначе размещение задания на найденное место запрещается, и процедура повторяется с первого шага. Временная сложность метода А1 составляет $O(n^2 \cdot m)$.

На первом шаге метода А2 сравниваются величины B_j и величины $\sum_{i=1}^{m} T_i X_{ij}$ чтобы найти допустимые для задания места в расписании. На втором шаге, среди найденных мест в расписании определяется место с наибольшим значением P_{ij}, j=1,…n. На третьем шаге задание размещается на это место. Исходными данными для процедуры служат значения P_{ij}, T_i, B_j, которые могут быть определены при мониторинге вычислительного процесса [5]. Временная сложность метода А2 составляет O(mn).

Если А – значение целевой функции, полученное приближенным методом, М – максимально возможное значение целевой функции, полученное при $B_j = \infty$, то максимальная относительная погрешность методов: $Q_m = (M - A) \cdot 100\% / M$.

Исследование методов решения задачи

Для исследования работы методов решения задачи (1)-(3) были проведены три серии вычислительных экспериментов. Задачи были решены методом А1 (метод 1), методом А2 (метод 2), методом последовательного заполнения мест в расписании (метод 3) и методом с процедурой перераспределения заданий (метод 4). Эксперименты проводились на компьютере AMD 900 MHz 128 MB RAM.

В каждой серии экспериментов задача имеет следующие исходные данные. Элементы матрицы Р сформированы по формуле: $P_{ij} = \text{random}(90)/100$, i=1,…,m; j=1…n. Вектор Т сформирован по формулам: $T_1 = m; T_i = T_1 - (i-1)$, i=1…m. Вектор В сформирован по формуле: $B_j = B_1 + (j-1)$, где $B_1 = \sum_{i=1}^{m} T_i / n$, j=1…n. Таким образом, задания упорядочены по убыванию времени их выполнения: $T_i \geq T_{i+1}$, места размещения заданий упорядочены по возрастанию значений B_j: $B_j \leq B_{j+1}$.

Обозначим: А1, А2, А3, А4 – значения целевой функции, полученные соответствующими методами, R – значения целевой функции, полученное полным перебором. Относительные погрешности методов на первом этапе: $Q1 = (R - A1) \cdot 100\% / R$, $Q2 = (R - A2) \cdot 100\% / R$, $Q3 = (R - A3) \cdot 100\% / R$, $Q4 = (R - A4) \cdot 100\% / R$.

Максимально возможную относительную погрешность методов обозначим:

$$Q1_m = (M - A1) \cdot 100\% / M \quad Q2_m = (M - A2) \cdot 100\% / M$$

$$Q3_m = (M - A3) \cdot 100\% / M \quad Q4_m = (M - A4) \cdot 100\% / M$$

В первой серии экспериментов решено 10 задач при m=8, n=3. Результаты экспериментов показаны в таблицах 1, 2 и на рисунках 1, 2.

Полным перебором задачи решены за время $\theta_p = 5{,}4 \cdot 10^{-2}$ секунды. Максимальное время работы метода А1 - $\theta_1 = 1 \cdot 10^{-5}$ секунды, максимальная относительная погрешность – 15,67 %. Максимальное время работы метода А2 - $\theta_2 = 6 \cdot 10^{-6}$ секунды, максимальная относительная погрешность – 24,95 %. По методу А2 одна задача решена точнее, чем по методу А1. Максимальное время работы метода А3 - $\theta_3 = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ секунды, его максимальная относительная погрешность – 34,24 %. По методу А3 две задачи решены точнее, чем по методам А1 и А2. Одна задача по методу А3 не решена, т.к. было нарушено условие (3). Максимальное время работы метода А4 - $\theta_4 = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ секунды, его максимальная относительная погрешность - 15,15 %. В большинстве случаев метод А4 оказался точнее других методов. Одна задача по методу А4 не решена, т.к. было нарушено условие (3).

Таким образом, худшим среди методов, как по быстродействию, так и по точности решения в большинстве случаев является метод А3. Лучшим по точности в большинстве случаев является метод А4. Лучшим по быстродействию является метод А2. Так как по методам А1 и А2 решены те задачи, которые не решены по методам А3, А4, то область применения методов А1 и А2 больше, чем у методов А3, А4.

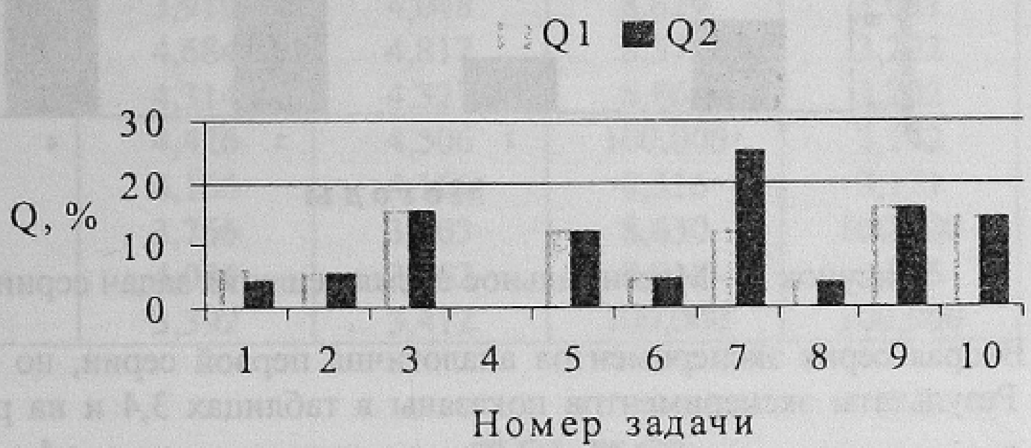

Рисунок 1 - Погрешность методов А1, А2 в серии 1

Таблица 1 – Результаты серии 1

№	А1	А2	А3	А4	R
1	5,904	6,020	5,761	5,735	6,285
2	6,758	6,758	6,358	7,000	7,147
3	5,807	5,807	6,168	6,017	6,863
4	6,952	6,952	6,848	6,952	6,952
5	5,847	5,847	0,000	6,555	6,638
6	6,204	6,204	6,229	6,261	6,494
7	5,523	4,708	4,125	5,322	6,273
8	6,061	6,061	5,794	0,000	6,305
9	5,477	5,477	5,204	5,780	6,494
10	6,571	6,571	6,421	6,549	7,658

Таблица 2 – Погрешность решений серии 1

№	$Q1_m$, %	$Q2_m$, %	$Q3_m$, %	$Q4_m$, %
1	6,06	4,21	8,33	8,75
2	5,43	5,43	11,04	2,05
3	15,38	15,38	10,13	12,32
4	0,00	0,00	1,49	0,00
5	11,93	11,93	100	1,25
6	4,47	4,47	4,08	3,60
7	11,96	24,95	34,24	15,15
8	3,86	3,86	8,10	100
9	15,67	15,67	19,87	10,99
10	14,19	14,19	16,15	14,48

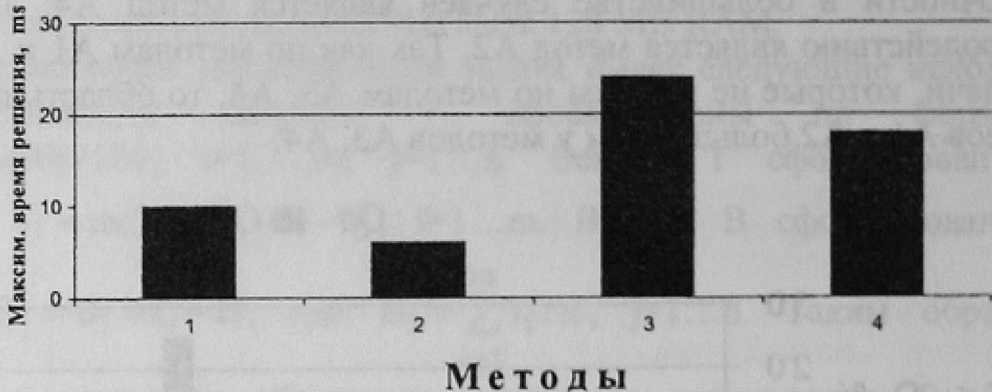

Рисунок 2 – Максимальное время решения задач серии 1

Вторая серия экспериментов аналогична первой серии, но m=1000, n=10. Результаты экспериментов показаны в таблицах 3,4 и на рисунках 3,4. Максимальное время работы метода А1 - $\theta_1 = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ секунды, максимальная относительная погрешность – 4,684%. Максимальное время работы метода А2 - $\theta_2 = 6 \cdot 10^{-5}$ секунды, максимальная относительная погрешность – 4,817 %. Максимальное время работы метода А3 - $\theta_3 = 1 \cdot 10^{-3}$ секунды, его максимальная относительная погрешность–8,92 %. Максимальное время работы метода А4 - $\theta_4 = 4 \cdot 10^{-4}$ секунды, максимальная относительная погрешность - 3,22 %. По методам А3 и А4 не решены три задачи, нарушено условие (3). В большинстве случаев лучшим по точности является метод А4, лучшим по быстродействию - метод А2. Область применения методов А1 и А2 больше, чем у методов А3, А4.

Таблица 3 – Результаты серии 2

№	A1	A2	A3	A4	M
1	793,22	791,845	758,555	800,555	825,664
2	798,24	797,705	0	0	828,346
3	796,41	795,34	757,365	803,355	828,893
4	787,865	786,76	755,67	799,945	826,58
5	796,26	796,18	758,365	805,51	832,156
6	795,925	795,26	0	806,62	832,786
7	792,82	792,82	756,83	801,045	827,281
8	798,28	797,14	757,925	0	829,516
9	797,215	798,335	757,045	805,525	831,179
10	799,1	798,935	0	0	827,157

Таблица 4 – Погрешность серии 2

№	$Q1_m$, %	$Q2_m$, %	$Q3_m$, %	$Q4_m$, %
1	3,929	4,096	8,128	3,041
2	3,635	3,699	100,000	100,000
3	3,919	4,048	8,629	3,081
4	4,684	4,817	8,579	3,222
5	4,314	4,323	8,868	3,202
6	4,426	4,506	100,000	3,142
7	4,166	4,166	8,516	3,171
8	3,766	3,903	8,630	100,000
9	4,086	3,952	8,919	3,086
10	3,392	3,412	100,000	100,000

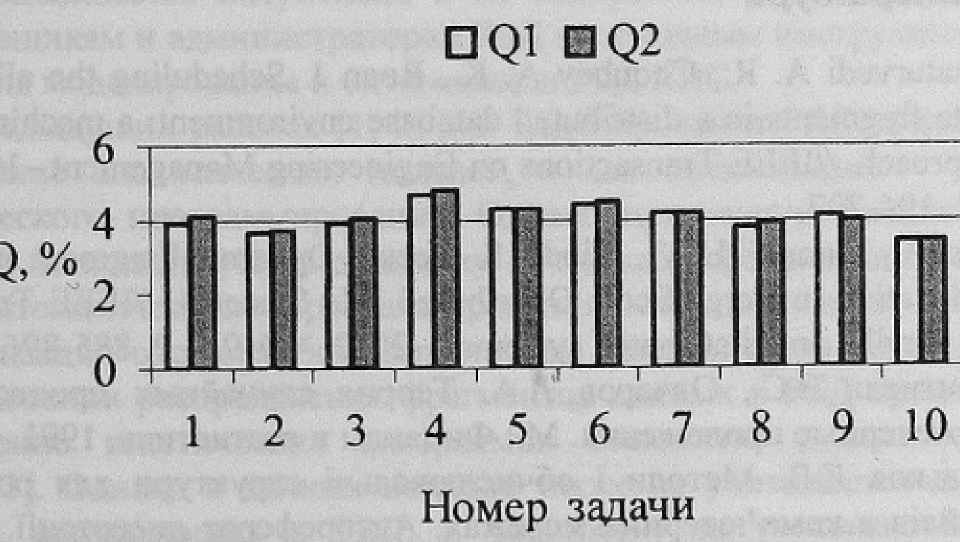

Рисунок 3 - Погрешность методов А1, А2 в серии 2

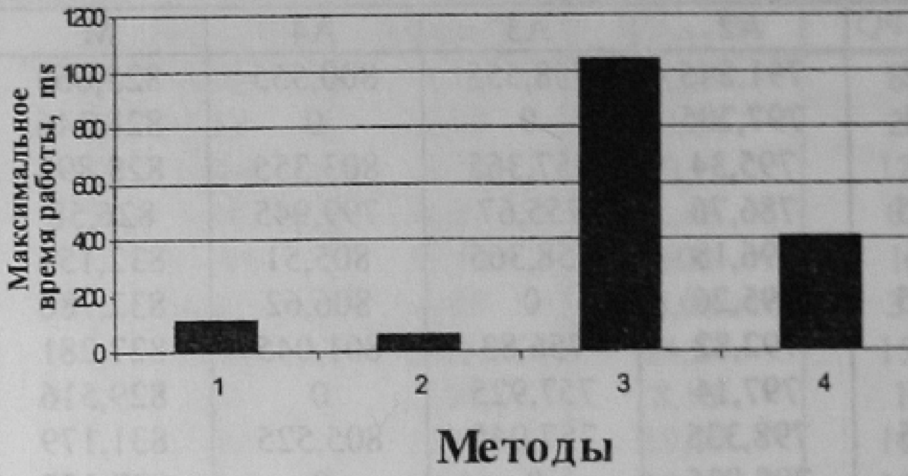

Рисунок 4 – Максимальное время решения задач серии 2

Заключение

Перераспределение файлов распределенной системы задерживает выполнение вычислительных заданий в компьютерной сети. Ускорение выполнения заданий может быть достигнуто за счет составления расписания заданий с максимизацией вероятности их выполнения без перераспределения файлов. В статье предложены методы составления такого расписания заданий и экспериментально исследованы их точность и трудоемкость. Показано, что временная сложность лучшего из методов составляет O(mn), где m – количество вычислительных заданий, n – число мест в расписании. Для тестовых задач порядка 1000 заданий и 10 мест в расписании погрешность метода не превысила 5 %.

Литература

1. Chaturvedi A. R., Choubey A. K., Roan J. Scheduling the allocation of data fragments in a distributed database environment: a machine learning approach. //IEEE Transactions on Engineering Management.–1994.- № 2. - P. 194-207.
2. Mei A., Mancini L. V., Jajodia S. Secure Dynamic Fragment and Replica Allocation in Large-Scale Distributed File Systems. //IEEE Transactions on parallel and distributed systems. – 2003. - № 9. – P. 885-896.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Финансы и статистика, 1991.- 381с.
4. Бєльков Д.В. Методи і обчислювальні структури для розміщення файлів в комп'ютерних мережах. Автореферат дисертації. Донецьк: 2004.–21 с.
5. //sas.com/rnd/itech/doc9/admin_oma/sasserver/

Дата надходження до редакції 20.05.2005 р.