

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ СЕТЕВЫХ СИСТЕМАХ

Чередникова О.Ю., Назаренко Д.А.

Кафедра ЭВМ ДонНТУ

ola@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Cherednikova O.J., Nazarenko D.A. Modeling of transients in complex network systems. The large networks, such, as electrical networks, mine ventilating networks, hydraulic networks etc. are considered. The importance of operative modeling of transients in a network, in particular, from a position of management of distribution of flows is emphasized. The technique of the planimetric transformation equations at their integration for an effective utilization of a Zeidel method is offered.

Введение

К сетевым объектам относятся разветвленные системы энергоснабжения, шахтные вентиляционные сети, газораспределительные сети и др. Общим для всех сетевых объектов является представление их топологии в виде ориентированного графа, что в дальнейшем используется для автоматического формирования узловых и контурных уравнений [1]. Вид компонент таких уравнений зависит от физических свойств материальных потоков, циркулирующих в сети.

Граф сетевого объекта является ориентированным, связным, но не сильно связным. Последнее означает, что среди вершин графа можно указать миноранты и мажоранты, т.е. вершины, для которых отсутствуют соответственно входящие или исходящие ветви. Решение задач анализа потокораспределения и синтеза оптимальных структур сети связано со значительными трудностями при алгоритмизации математического описания сети и его программной реализации.

1. Анализ существующих разработок

1.

В промышленной практике получили значительное распространение алгоритмы и программы для расчета установившегося потокораспределения в сложных сетевых системах [2 – 4]. При этом нередки случаи, когда большая сеть содержит свыше 1000 ветвей. По отношению к шахтной вентиляционной сети ее математическое описание имеет вид системы нелинейных алгебраических уравнений, для решения

которых используются различные модификации метода Андрияшева [2] и метода минимальной мощности [3,4].

Каждый тип сетевого объекта имеет определенные особенности, связанные с его физической природой. В частности, для шахтных вентиляционных систем первоочередное значение имеют требования по поддержанию безопасных условий труда в подземных выработках. Для управления материальными потоками в такой сети необходимо контролировать не только их установившиеся значения, но и переходные процессы при изменении управляющих воздействий [5]. Тем не менее, существующие разработки ориентированы на сравнительно небольшие сетевые системы [6,7].

Известны также алгоритмы, в которых производится численное интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений воздухораспределения [8]. Однако в этом случае инерционность воздушного потока условно присваивается лишь одной ветви контура, в связи с чем получаемый переходный процесс не адекватен реальному.

2. Цель исследований

Цель рассматриваемых исследований – разработка метода моделирования переходных процессов в сложной сетевой системе, имеющей не менее 1000 ветвей. Предлагаемые алгоритмы должны быть представлены в виде, позволяющем их реализовать на современных компьютерах.

3. Описание методики моделирования

Пусть анализируемая сеть имеет m ветвей и n узлов. Тогда для нее должно быть составлено $n-1$ узловых и $\gamma = m - n + 1$ контурных уравнений.

Узловые уравнения

$$\sum_{i \in U_s} Q_i = 0, \quad s = 1 \dots (n-1),$$

где Q_i - значение материального потока в i -ой ветви, инцидентной узлу U_s .

Потери энергии в ветви с учетом переходного процесса

$$h_i = L_i \frac{dQ_i}{dt} + R_i Q_i^p,$$

где L_i - индуктивность (инерционность потока) i -ой ветви;

$$L_i = \rho_i \frac{l_i}{S_i} \text{ (для воздушного потока),}$$

ρ_i - плотность воздуха, кг/м^3 ;

l_i - длина выработки, м;

S_i - площадь поперечного сечения выработки, м^2 ;

R_i - активное сопротивление ветви;

$1 \leq p \leq 2$ (для электрической сети $p=1$, для вентиляционной $1 \leq p \leq 2$ в зависимости от турбулентности воздушного потока).

Контурные уравнения

$$\sum_{i \in W_v} L_i \frac{dQ_i}{dt} = - \sum_{i \in W_v} R_i Q_i^p + \sigma_i h_E, \quad v=1.. \gamma,$$

где h_E - напор источника энергии,

$$\sigma_i = \begin{cases} 1, & \text{если источник энергии входит в состав контура } W_v \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

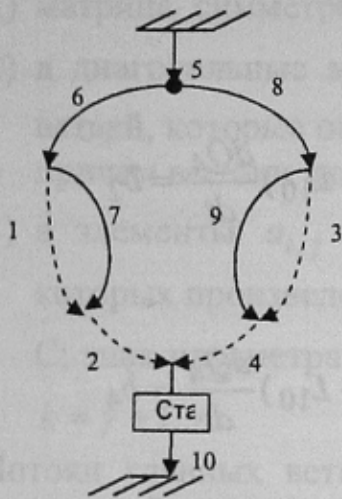


Рисунок 1 -

Схема

На рис. 1 приведена упрощенная схема сетевого объекта. Для демонстрации изложенного ниже метода решения составим систему узловых и контурных уравнений. Для этого выделим в сети главные ветви, последовательное замыкание которых образует соответствующий контур (на рис.1 эти ветви показаны пунктиром). При этом нумерацию ветвей в сети произведем таким образом, чтобы главные ветви получили последовательные номера $1.. \gamma$.

Узловые уравнения, разрешенные относительно потоков главных ветвей, имеют вид:

$$Q_5 = Q_2 + Q_4$$

$$Q_6 = Q_2$$

$$Q_7 = Q_2 - Q_1$$

$$Q_8 = Q_4$$

$$Q_9 = Q_4 - Q_3$$

$$Q_{10} = Q_2 + Q_4$$

(1)

Контурные уравнения, формируемые при замыкании каждой главной ветви, представлены ниже.

$$L_1 \frac{dQ_1}{dt} - L_7 \frac{dQ_7}{dt} = -R_1 Q_1^P + R_7 Q_7^P$$

$$L_5 \frac{dQ_5}{dt} + L_6 \frac{dQ_6}{dt} + L_7 \frac{dQ_7}{dt} + L_2 \frac{dQ_2}{dt} + L_{10} \frac{dQ_{10}}{dt} = h_E - R_5 Q_5^P - R_6 Q_6^P - R_7 Q_7^P - R_2 Q_2^P - R_{10} Q_{10}^P \quad (2)$$

$$L_3 \frac{dQ_3}{dt} - L_9 \frac{dQ_9}{dt} = -R_3 Q_3^P + R_9 Q_9^P$$

$$L_5 \frac{dQ_5}{dt} + L_8 \frac{dQ_8}{dt} + L_9 \frac{dQ_9}{dt} + L_4 \frac{dQ_4}{dt} + L_{10} \frac{dQ_{10}}{dt} = h_E - R_5 Q_5^P - R_8 Q_8^P - R_9 Q_9^P - R_4 Q_4^P - R_{10} Q_{10}^P$$

Заменив в левой части системы (2) потоки $Q_5 \dots Q_{10}$ на потоки в главных ветвях $Q_1 \dots Q_4$, после преобразований получим

$$(L_1 + L_7) \frac{dQ_1}{dt} - L_7 \frac{dQ_2}{dt} = b_1$$

$$L_7 \frac{dQ_1}{dt} + (L_5 + L_6 + L_7 + L_2 + L_{10}) \frac{dQ_2}{dt} + (L_5 + L_{10}) \frac{dQ_4}{dt} = b_2$$

$$(L_3 + L_9) \frac{dQ_3}{dt} - L_9 \frac{dQ_4}{dt} = b_3$$

$$(L_5 + L_{10}) \frac{dQ_2}{dt} - L_9 \frac{dQ_4}{dt} + (L_4 + L_8 + L_9 + L_4 + L_{10}) \frac{dQ_4}{dt} = b_4 \quad (3)$$

Здесь $b_1 \dots b_4$ - правые части соответствующих уравнений системы (2). Проинтегрируем левую и правую части в (3) в предположении, что $b_i = \text{const}$ на каждом шаге интегрирования.

$$a_{1,1} Q_1 + a_{1,2} Q_2 + 0 + 0 = b_1 \Delta t$$

$$a_{1,2} Q_1 + a_{2,2} Q_2 + 0 + a_{2,4} Q_4 = b_2 \Delta t$$

$$0 + 0 + a_{3,3} Q_3 + a_{3,4} Q_4 = b_3 \Delta t$$

$$0 + a_{2,4} Q_2 + a_{3,4} Q_3 + a_{4,4} Q_4 = b_4 \Delta t \quad (4)$$

Чтобы вывести аналитические выражения для вычисления элементов $a_{i,j}$ и b_i , запишем в явном виде матрицу контуров C , в которой номер строки определяет номер контурного уравнения (номер главной ветви), а номер столбца – номер ветви. При этом предполагается, что обход ветвей контура производится по направлению главной ветви. Элемент матрицы контуров

$$c_{i,k} = \begin{cases} 1, & \text{если направление } k\text{-ой ветви совпадает с направлением контура} \\ -1, & \text{если направление } k\text{-ой ветви не совпадает с направлением контура} \\ 0, & \text{если } k\text{-ая ветвь не входит в состав } i\text{-го контура} \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица коэффициентов A (4) обладает следующими свойствами:

- 1) матрица симметричная, т.е. $a_{i,j} = a_{j,i}$;
- 2) в диагональные элементы $a_{i,i}$ входит сумма параметров L_k тех ветвей, которые определяются i -ой строкой матрицы контуров C , причем все они входят в $a_{i,i}$ с положительным знаком;
- 3) в элементы $a_{i,j}$ ($i \neq j$) входят параметры L_k тех ветвей, для которых произведение $c_{i,k} c_{j,k} \neq 0$, где i, j - номера строк матрицы C ; знак параметра L_k определяется знаком произведения $c_{i,k} c_{j,k}$;
 $k = \gamma + 1..m$.

Потоки главных ветвей действуют независимо друг от друга. При замыкании i -ой главной ветви поток, протекающий по i -му контуру, можно назвать i -ым контурным потоком. Этот поток определяет в j -ом контуре падение напряжения (депрессию) на ветвях, общих для i -го и j -го контуров. На тех же ветвях имеют место падения напряжения (депрессии) от j -го контурного тока на i -ом контуре. В связи с этим матрица коэффициентов A является симметричной. Ветви, общие для i -го и j -го контуров, определяются элементами i -ой и j -ой строк матрицы C .

Формулу для вычисления коэффициентов $a_{i,j}$ можно записать следующим образом:

$$a_{i,j} = \sum_{k=1}^m c_{i,k} c_{j,k} L_k \quad (5)$$

Аналогично для элементов b_i вектора свободных членов получим

$$b_i = - \sum_{k=\gamma+1}^m c_{i,k} R_k Q_k^p + \sigma_i h_E$$

Система (4) – это модификация системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Применяемый при этом метод численного интегрирования (Эйлера, Рунге-Кутта и др.) принципиального значения не имеет, это отражается лишь на количестве шагов интегрирования. Решение системы (4) на каждом шаге сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, определяемой матрицей коэффициентов A и вектором свободных членов \bar{B} с использованием системы узловых уравнений при вычислении элементов b_i .

Прежде чем выбрать метод решения системы (4), рассмотрим характерные особенности матриц контуров C и коэффициентов A , а также способ их программной реализации. Будем считать при этом, что большая сеть имеет количество ветвей $m = 1000$ и количество узлов $n = 301$. тогда количество независимых контуров составляет $\gamma = 700$.

Матрица контуров в полном виде содержит $\gamma \times m = 700000$ элементов, что является чрезмерным даже при использовании современных ЭВМ. В то же время данная матрица является сильно разреженной. Кроме того, подматрица в составе первых γ столбцов всегда имеет лишь единичные диагональные элементы, что позволяет не представлять ее в явном виде в памяти ЭВМ. Тогда матрицу контуров можно записать в виде одномерного массива T , содержащего лишь номера ненулевых элементов матрицы, и дополнительного небольшого массива-указателя номеров начала каждого контура в массиве T . Численные эксперименты по отношению к реальным сетям показывают, что при компактном представлении матрицы C количество ее элементов составляет не свыше 5 % исходного количества (в данном случае 35000, что вполне допустимо).

Аналогичное представление можно использовать также для матрицы коэффициентов A и системы узловых уравнений. При этом должно быть учтено то обстоятельство, что матрица A симметричная; это позволяет не записывать в явном виде нижний треугольник этой матрицы.

Возможные способы решения системы (4):

- метод Гаусса;

- обратная матрица:
- метод Зейделя.

Метод Гаусса в процессе своей работы добавляет в матрицу A ненулевые элементы. Это требует представления матрицы коэффициентов A в полном виде, что возможно лишь для сравнительно простых сетей.

По второму способу также матрица коэффициентов должна быть представлена в полном виде, при этом формируемая обратная матрица A^{-1} дополнительно содержит $\gamma \times \gamma$ элементов. Кроме того, время формирования матрицы A^{-1} экспоненциально возрастает с ростом значения параметра γ . Например, уже при $\gamma = 100$ на компьютере с тактовой частотой 700 Мгц потребовалось около 8 мин. машинного времени.

Метод Зейделя не добавляет новые элементы в процессе своей работы и является предпочтительным, если при этом выполняются условия устойчивости решения. Достаточным критерием устойчивости решения по методу Зейделя является выполнение отношения [8]:

$$\sum_{i \neq j} |a_{ij}| < |a_{ii}|, \quad i = 1.. \gamma, .$$

т.е. в каждой строке матрицы A значение диагонального элемента по модулю должно быть больше суммы модулей остальных элементов.

Анализ матрицы коэффициентов (4) и формулы (5) показывает, что такое условие в матрице A сетевого объекта выполняется. Численные эксперименты, выполненные для реальных сетей, подтверждают устойчивость метода Зейделя при моделировании переходного процесса в сети.

Следует обратить внимание еще на одно обстоятельство. В алгоритмах расчета установившегося воздухораспределения в шахтной вентиляционной сети [2-4 и др.] предполагается, что для всех ветвей сети показатель степени $p = 2$. Это не совсем корректно. В ШВС имеется некоторое количество ветвей с ламинарным ($p = 1$) и промежуточным ($p = 1,5$) законами движения, что не может быть учтено в упомянутых выше алгоритмах. В то же время представление уравнений сети в виде (4) и задание типа воздушного потока в описании ветвей сети позволяет без труда учесть конкретные значения показателя степени p при вычислении элементов вектора свободных членов b_i .

Заключение

В статье приведен анализ сетевых систем с точки зрения расчета переходных процессов потокораспределения. Предложены алгоритмы преобразования контурных уравнений к виду, позволяющему эффективно использовать память ЭВМ с обеспечением устойчивости их решения при

использовании метода Зейделя. Выполнены решения тестовых задач для сравнительно небольших шахтных вентиляционных систем. В дальнейшем планируется при исследовании переходных процессов в больших сетях разработать дополнительные мероприятия по повышению быстродействия решения рассматриваемой задачи, а также модифицировать описание сети для учета практически важных частных случаев.

Литература

1. Цой С., Цхай С.М. Прикладная теория графов. - Алма-Ата: Наука, 1971. - 490 с.
2. Абрамов Ф.А., Тяп Р.Б., Потемкин В.Я. Расчет вентиляционных сетей шахт и рудников. - М.: Недра, 1978. - 232 с.
3. Цой С., Рязанцев Г.К. Принцип минимума и оптимальная политика управления вентиляционными и гидравлическими сетями. - Алма-Ата: Наука Каз.ССР, 1968. - 258 с.
4. Смоланов С.Н. Расчет воздухораспределения в шахтной вентиляционной сети при подземном пожаре // Известия Донецкого горного института. - Донецк, 2002. - №2. С.16-23.
5. Лапко В.В. и др. Автоматизированная система контроля и прогнозирования состояния рудничной атмосферы угольных шахт. Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: Проблеми моделювання та автоматизації проектування динамічних систем, випуск 10: - Донецьк, ДонДТУ, 1999. - С. 253 - 258.
6. Кузнецов С.М. Исследования переходных процессов в тяговой сети численными методами. // Электротехника. - 2004. №3. С.41-46.
7. Лямаев Б.Ф. и др. Стационарные и переходные процессы в сложных гидросистемах. Л., машиностроение, 1978. - 192 с.
8. Святный В.А. Решение задач расчета воздухораспределения в шахтной вентиляционной сети методом установления // Известия вузов. Горный журнал. - 1979, №1. - С.50-59.
9. Бахвалов Н.С. Численные методы. -М.: Наука, 1973. - 632 с.

Дата надходження до редакції 02.06.2005 р.