

УДК 681.518

**А.А. Штепа (ассист.)**

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк  
кафедра электронной техники  
E-mail: [A.Shtepa@mail.ru](mailto:A.Shtepa@mail.ru)

## МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ И ОЦЕНКИ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ДПФ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КАНАЛОВ С ВЫСОКОРАЗЯДНЫМИ АЦП

*Исследована методическая погрешность дискретного преобразования Фурье (ДПФ) обусловленная эффектом Гиббса для информационно-измерительных систем (ИИС) на основе АЦП средней и высокой разрядности. Разработан и реализован в среде LabVIEW метод ее оценки, выполнен сравнительный анализ ряда методов ее уменьшения для измерительных каналов ИИС.*

**Ключевые слова:** информационно-измерительная система, дискретное преобразование Фурье, методическая погрешность, эффект Гиббса, моделирование, LabVIEW.

### **Общая постановка проблемы и актуальность**

Решение широкого круга практических задач цифровой обработки измерительных сигналов часто приводит к необходимости проведения гармонического анализа сигналов путем их разложения в ряд Фурье по тригонометрическим функциям. Решение этих задач обычно осуществляется с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ) с применением методов быстрого преобразования Фурье (БПФ), что обусловлено их известными положительными свойствами, среди которых следует отметить малую трудоемкость. Однако, ДПФ характеризуется также и негативными свойствами. К таким свойствам в первую очередь относятся несколько источников методических погрешностей, приводящих к искажению обрабатываемых измерительных сигналов на этапе применения ДПФ [1]. Одним из негативных свойств ДПФ, которое в наибольшей мере проявляется при разработке информационно-измерительных систем на основе высокоразрядных АЦП, является эффект Гиббса.

Явлением Гиббса называется особенность поведения частичных сумм ряда Фурье в окрестности точки разрыва функции, впервые обнаруженная Уилбрейамом в 1848 г. и позже переоткрытая Гиббсом в 1898 г. При цифровой фильтрации измерительных сигналов на основе аппарата ДПФ исходный сигнал считают периодически продолженным с периодом, равным длине исходной последовательности. Так как начало и окончание записи сигнала расположены в произвольные (независимые от сигнала) моменты времени, то длина исследуемого интервала в общем случае не равна целому числу периодов сигнала. Это приводит к несовпадению значения и производных сигнала в начальной и конечной точках и, как следствие, к появлению в спектре высокочастотных гармоник, а после фильтрации — к возникновению осцилляций на краях последовательности [2]. Исследование особенностей методической погрешности ДПФ, обусловленной эффектом Гиббса, а также эффективности методов ее уменьшения применительно к разработке измерительных каналов с АЦП средней и высокой разрядности является актуальной проблемой современного проектирования информационно-измерительных систем (ИИС).

### **Постановка задач исследования**

Целью исследования является оценка методической погрешности ДПФ обусловленной эффектом Гиббса, а также эффективности методов ее уменьшения для измерительных каналов на основе АЦП различной разрядности, для чего поставлены и решены следующие задачи:

- разработан и реализован в среде LabVIEW алгоритм оценки методической погрешности ДПФ обусловленной эффектом Гиббса;
- сформулирован критерий оценки эффективности методов уменьшения рассматриваемой методической погрешности;
- проведено исследование зависимости эффективности нескольких оконных функций, наиболее часто применяющихся для уменьшения влияния эффекта размывания спектра;
- выявлен параметр выборки измерительного сигнала, имеющий наибольшее влияние на степень проявления эффекта Гиббса;
- проанализированы результаты, сделаны выводы, позволяющие сформулировать рекомендации для обоснования выбора метода минимизации эффекта Гиббса.

**Изложение основного материала.** Отличительной особенностью эффекта Гиббса является сосредоточение искажений сигнала подвергнутого ДПФ на краях выборки (краевые эффекты). Поэтому наиболее удобным критерием оценки такого искажения можно считать длину той части выборки, методическая погрешность которой превышает некоторое допустимое значение [5]. В качестве такого допустимого значения в измерительном канале ИИС может служить величина младшего разряда АЦП, поэтому чем выше его разрядность — тем выше требование к эффективности метода уменьшения искажений, связанных с эффектом Гиббса при ДПФ.

Построим алгоритм оценки методической погрешности ДПФ, обусловленной эффектом Гиббса, на основе предложенного критерия и реализуем его в среде LabVIEW. В качестве модели измерительного сигнала выберем синусоиду, а параметры выборки (объем, разрядность АЦП) примем типичными для измерений реографического сигнала современного медикодиагностического оборудования. На сегодняшний день из физиологических диапазонов частоты дыхания а также значения нижней границы полосы пропускания реографа (для серийно выпускаемого реографа Р4–02 полоса пропускания 0,3 – 30 Гц) следует, что длительность сигнала  $T$  должна быть не менее 9..12 секунд и при частоте дискретизации  $F_d=100$  Гц объем выборки может составлять порядка 1000 точек [2]. Конечно же в реализуемой модели эти параметры могут варьироваться в достаточно широких пределах.

Эффективен способ уменьшения размывания спектра анализируемого сигнала путем увеличения интервала  $T$  наблюдения за сигналом [3]. При увеличении  $T$  и сохранении шага дискретизации сигнала по времени увеличивается размер выборки  $N$ , что приводит к уменьшению расстояния между базисными частотами, то есть к увеличению разрешающей способности по частоте ДПФ. Однако такой способ далеко не всегда приемлем из-за увеличения времени получения исходной информации для ДПФ и к увеличению трудоемкости численных расчетов при выполнении ДПФ даже с помощью методов быстрого преобразования Фурье. Поэтому для уменьшения влияния эффекта размывания спектра обычно применяют оконные функции.

Построим алгоритм оценки погрешности от эффекта Гиббса и методов ее уменьшения, используя возможности среды разработки и платформы для выполнения программ LabVIEW. Такой подход обеспечит не только простую визуализацию алгоритма, но и возможность использовать практические результаты, полученные в результате исследовательской работы, в готовых программных продуктах с наименьшим числом изменений, связанных с переходом к какому-либо языку программирования высшего уровня. В качестве базового сигнала выбрана синусоида, задавая частоту и фазу которой можно добиться любого сочетания несовпадения амплитуды первой и последней точки выборки, объемом 1024 точки. Такое число выбрано для возможности применения БПФ, что даёт значительный выигрыш в скорости работы программы. В качестве параметров БПФ введем возможность ограничения гармоник в пределах от 512 (это максимально возможное число гармоник для реализации размером в 1024 точки) до 1.

Алгоритм позволяет выбрать один из видов оконной функции, на которую в ходе исследования сначала умножится, а затем после прямого и обратного ПФ разделится реализация сигнала. Выбор в интерфейсе прямоугольного типа окна позволит изучить ситуацию, при которой минимизация эффекта Гиббса не проводилась. Исследователь имеет возможность задаться допустимой погрешностью сигнала, а алгоритм рассчитывает число точек, погрешность в которых превысила заданную допустимую. Назовем этот параметр краевой зоной. Внешний вид интерфейса программы приведен на рис. 1.

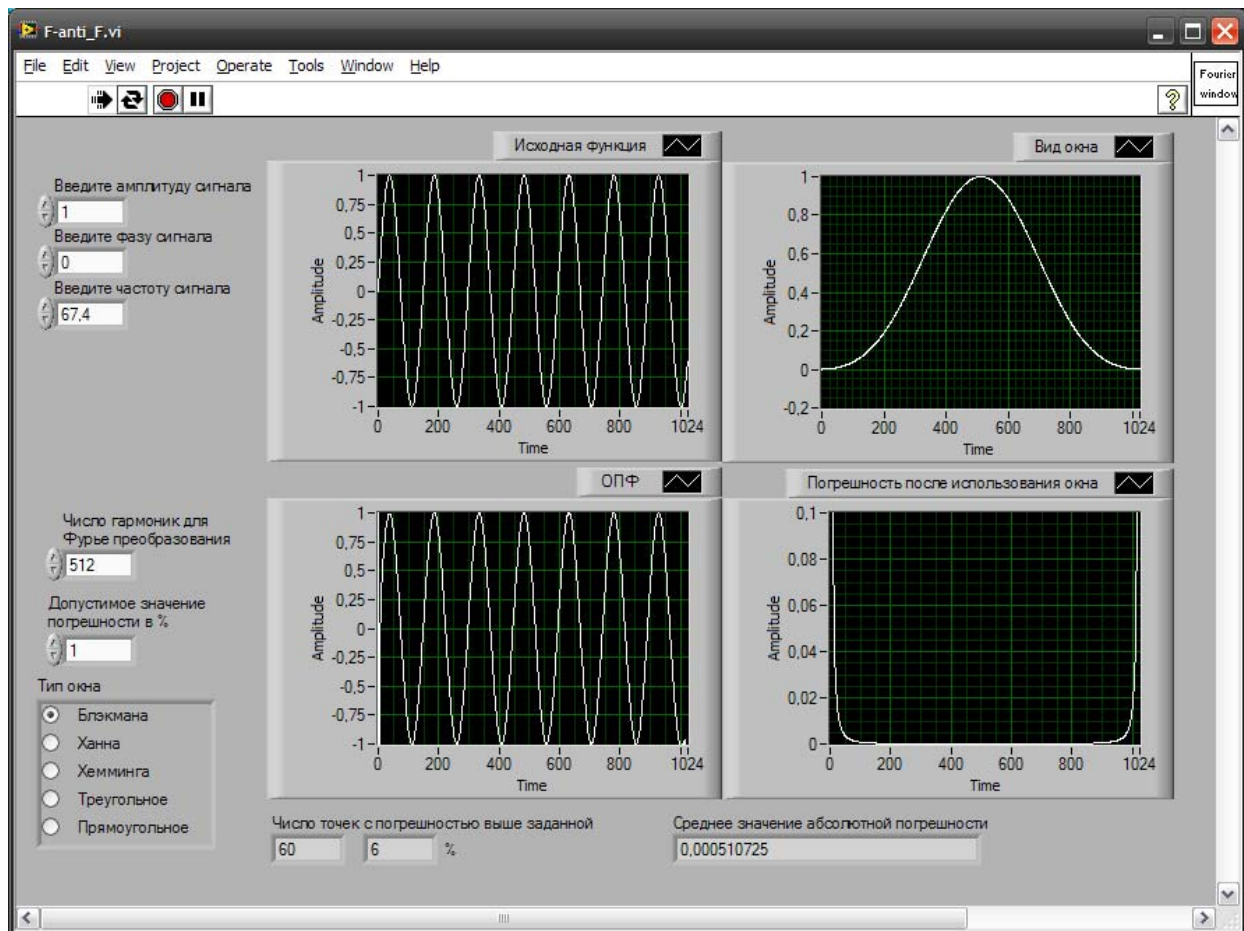


Рисунок 1 — Интерфейс программы исследования погрешности, вызванной эффектом Гиббса

В графическом виде отображается исходный сигнал — синусоида частотой 67,4 Гц с нулевой начальной фазой, 1024-точечная реализация которого вмещает неполное число периодов и разница между начальной и конечной точкой хорошо заметна. Правее визуализируется форма выбранной оконной функции, на которую будет умножен сигнал перед ДПФ. Ниже приведен результат прямого и обратного ДПФ. Последний график представляет собой модуль почленного вычитание исходного и преобразованного сигналов.

Реализация алгоритма в среде LabVIEW выполнена с помощью как готовых блоков операций ввода-вывода данных [4], математических функций и построения графических отображений, так и с применением блоков, реализующих часть алгоритма в виде текста программного кода на языке Си. Такой подход позволил значительно ускорить быстродействие программы, что характерно для 9 версии LabVIEW, однако с последними обновлениями разработчики обещают значительное улучшение быстродействия своего компилятора. Блок-схема программы представлена на рис. 2.

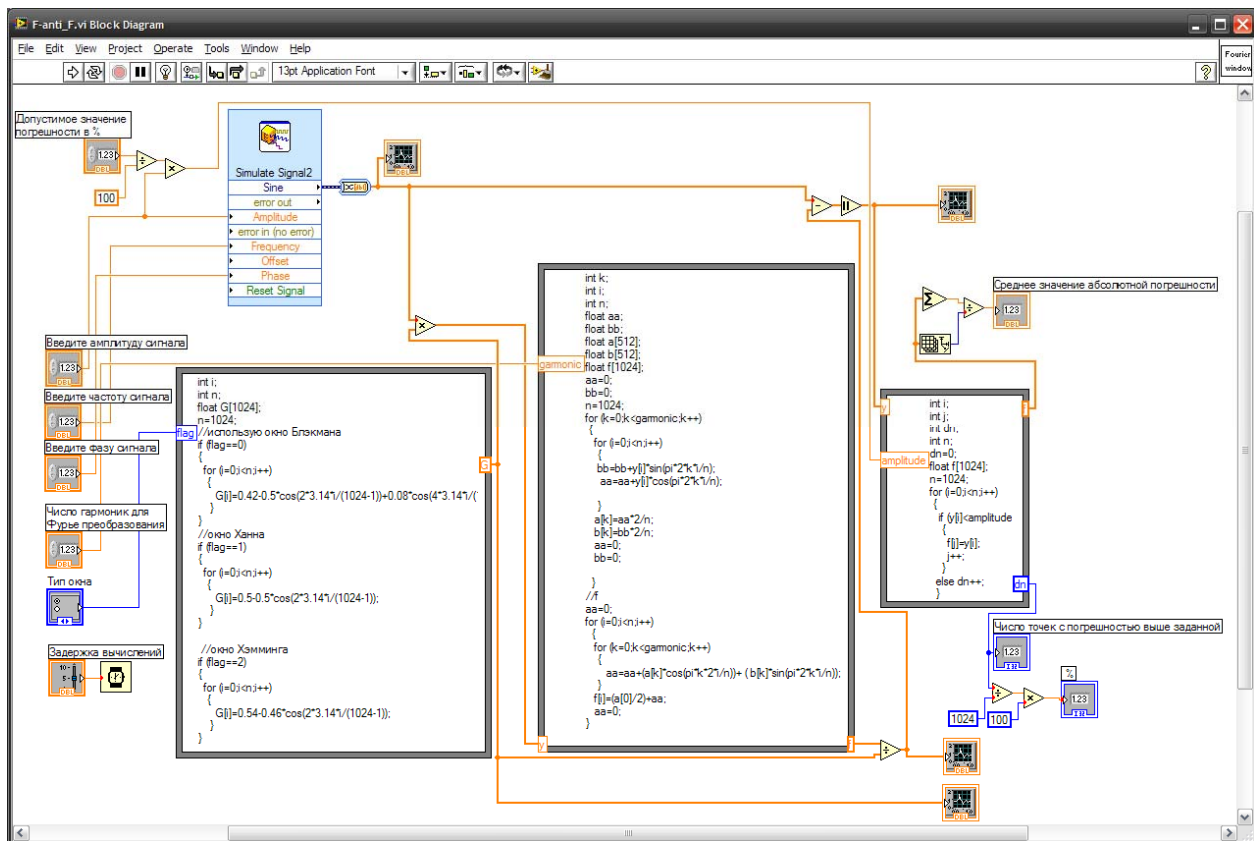


Рисунок 2 — Блок схема алгоритма исследования эффекта Гиббса при ДПФ

Исходя из упомянутых выше свойств эффекта Гиббса можно предположить, что степень искажения сигнала будет зависеть от количества точек в реализации и характера разрыва между первой и последней точками выборки. И если зависимость от объема выборки  $N$  понятна, однозначна и упоминалась выше, то влияние характера разрыва ранее не исследовалось. А без раскрытия этого вопроса будет невозможно исследовать и оценивать как степень искажения сигнала, так и эффективность методов уменьшения краевых эффектов. Дробное число периодов сигнала в выборке и разница между значением первой и последней точки в ней в различных сочетаниях способны вызывать разную методическую погрешность. Определение параметра выборки, имеющего максимальное влияние на степень искажения формы сигнала при ДПФ, является важным практическим результатом для разработки методов минимизации методической погрешности.

Рассмотрим возможные типы разрывов между первой и последней точками выборки. Наиболее удачным с точки зрения минимизации эффекта Гиббса является частный и маловероятный в реальности случай, когда в измеренной выборке помещается целое число периодов сигнала. Тут отсутствуют причины появления краевых эффектов и теоретически они вообще не должны иметь места. В разработанной модели можно подобрать частоту тестового сигнала так, что в исследуемой 1024-точечной выборке будет целое число периодов. Чтобы исследовать поведение краевых эффектов при всех возможных случаях достаточно увеличить частоту с некоторым шагом до тех пор, пока она не станет такой, чтобы в тестовой выборке снова умещалось целое число периодов, но на один больше, чем вначале. При этом каждый раз при увеличении частоты в выборке будет содержаться  $N'$  периодов:

$$N' = N + \frac{n^\circ}{360^\circ},$$

где  $N$  — начальное число периодов,  $n^\circ$  — дробность периода, то есть, часть добавочного периода в градусах.

Таким образом, при дробности  $n^\circ=0$  и  $n^\circ=360$  тестовая выборка будет содержать целое число периодов, а при  $n^\circ=180$  число периодов будет дробным, но значения первой и последней точки синусоиды совпадут. Максимальная разница между первой и последней точками выборки при  $n^\circ=90$  и  $n^\circ=270$  будет равняться амплитуде тестовой синусоиды.

Проведем такое исследование со следующими параметрами. Начальное значение частоты 88,0 Гц, конечное 97,8 Гц, шаг изменения частоты 0,2 Гц, что будет соответствовать 50 последовательным добавлениям к целому числу периодов участка соответствующего  $7,2^\circ$  периода. Разработанная программа позволяет произвести опыт как без оконного преобразования, так и с использованием нескольких распространенных весовых оконных функций. Это позволит сразу оценить их эффективность с точки зрения минимизации эффекта Гиббса при разных типах разрыва. Для определения размера краевой зоны зададимся значением допустимой погрешности характерной для 10-разрядного АЦП. Для 10-разрядного АЦП допустимое значение погрешности равно  $\frac{100\%}{2^{10}}=0,98\%$ . Результаты моделирования приведены на рис. 3.

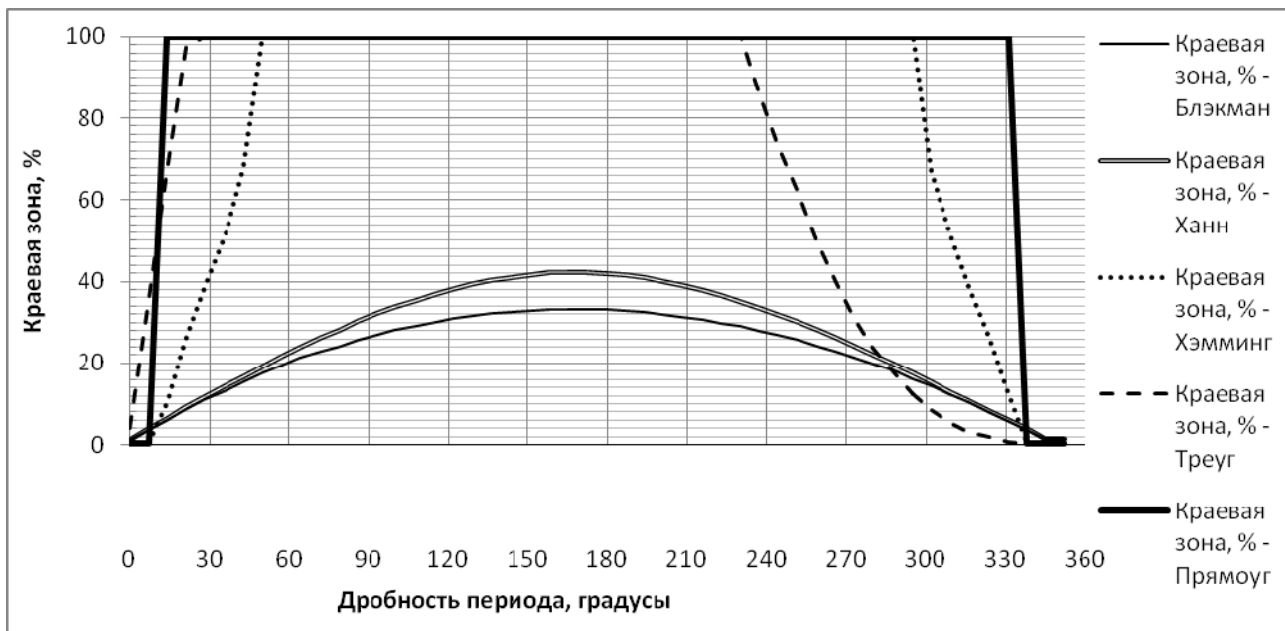


Рисунок 3 — Зависимость величины краевой зоны от характера разрыва тестовой выборки и эффективность применения весовых окон

Проведем еще одно исследование с теми же параметрами объема выборки (1024 точки) и формой тестового сигнала, но для допустимой погрешности, соответствующей младшему разряду 12-разрядного АЦП (рис. 4). Здесь только при использовании весового окна Блэкмана размер краевой зоны не достигает 100% даже в худшем случае (при  $n=180^\circ$ ). Но максимальное значение краевой зоны в 67% от всего объема выборки делает такое измерение неэффективным. Без применения лучших способов минимизации эффекта Гиббса для 12-разрядного АЦП придется использовать больший объем выборки.

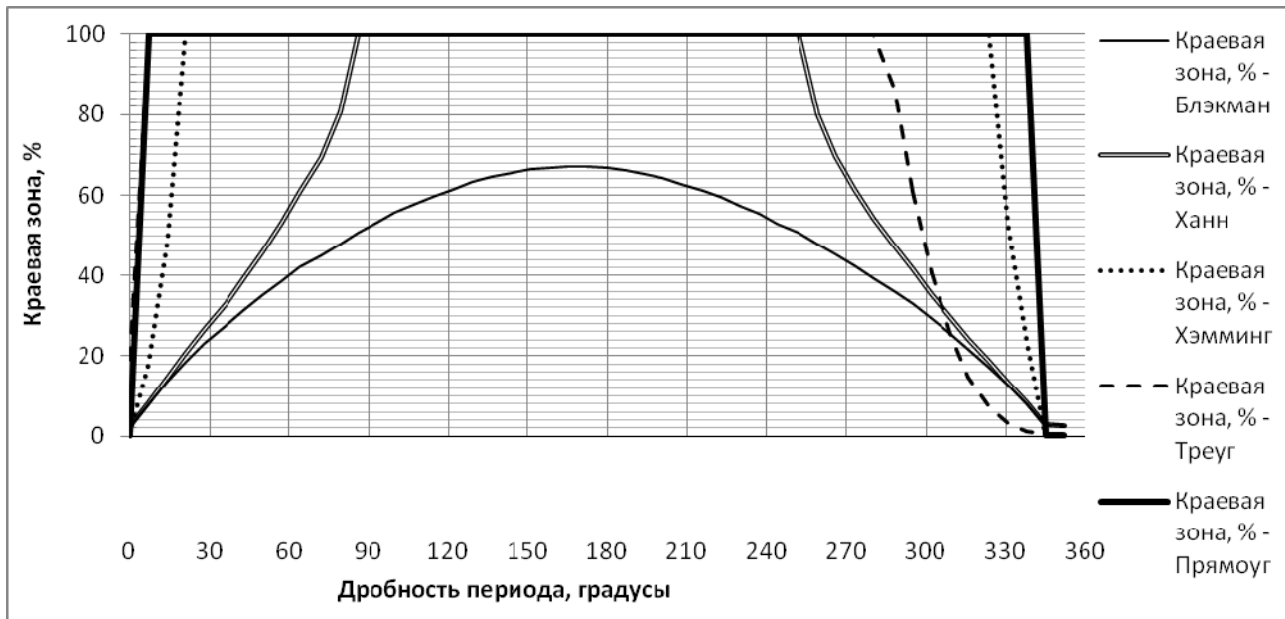


Рисунок 4 — Зависимость величины крайовой зоны от характера разрыва тестовой выборки и эффективность применения весовых окон

**Анализ результатов.** Полученные в результате моделирования данные имеют ряд важных особенностей.

1. Участок, на котором методическая погрешность от эффекта Гиббса превышает величину младшего разряда АЦП (крайовая зона) зависит от дробности периода  $n$ , монотонно нарастая от 0 при целом числе периодов в выборке к своему максимуму, который наблюдается при  $n=180^\circ$ , то есть при числе периодов  $N' = N + 0.5$ , где  $N$  — целое. При этом для используемой модели сигнала при  $n=90^\circ$  и  $n=270^\circ$  разница между значениями первой и последней точки выборки была минимальной, однако уменьшения крайовой зоны не наблюдалось.

2. Наибольший размер крайовой зоны соответствует случаю, когда оконные методы не применялись (прямоугольное окно), при этом размер крайовой зоны достигал 100% уже при незначительной дробности числа периодов.

3. Наибольшую эффективность из применявшихся в исследовании показал метод на основе окна Блэкмана, при этом для наихудшего случая при  $n=180^\circ$  размер крайовой зоны составил 33,2%;

4. При небольшой дробности  $n=288^\circ \div 360^\circ$  треугольное окно имеет эффективность выше, чем у окна Блэкмана.

5. Характер полученных зависимостей несимметричен относительно дробности  $n=180^\circ$ , меньшие значения крайовой зоны для всех опытов наблюдаются при большем на единицу числе периодов, содержащихся в выборке, где  $n=180^\circ \div 360^\circ$ , что особенно ярко проявляется для треугольного весового окна.

**Выводы.** Разработанный и реализованный в среде LabVIEW метод оценки методической погрешности ДПФ, обусловленной эффектом Гиббса для ИИС на основе 10-разрядного АЦП и при объеме выборки 1024, позволяет сделать следующие выводы:

– наихудшим случаем для анализа методической погрешности ДПФ, вызванной эффектом Гиббса является число периодов, содержащихся в обрабатываемой выборке, равное  $N' = N + 0.5$ , где  $N$  — целое;

– при объеме выборки 1024 точки методическая погрешность ДПФ, вызванная эффектом Гиббса, превышает значение наименьшего разряда 10-разрядного АЦП и поэтому возникает необходимость в поиске и применении наиболее эффективного метода ее уменьшения;

– для исследуемых параметров ИИС наиболее эффективным методом уменьшения методической погрешности является метод на основе окна Блэкмана, который обеспечивает максимальное значение краевой зоны около 33% от объема выборки для 10-разрядного АЦП и порядка 67% для 12-разрядного АЦП;

– в ходе исследования установлено, что при малых дробностях периода треугольное весовое окно имеет эффективность выше, чем окно Блэкмана, поэтому его можно рекомендовать для использования в случаях, когда число периодов в выборке, подвергающейся ДПФ, заведомо отличается от целого не более чем на 0,2 периода;

– разработанный и реализованный метод оценки методической погрешности ДПФ, обусловленной эффектом Гиббса, позволяет обосновать и сформулировать требуемый объем выборки для ДПФ при заданной разрядности АЦП в ИИС, выбрать наиболее эффективный метод минимизации данной методической погрешности, а также оценить количество точек, погрешность в которых будет превышать требуемую после ДПФ.

### Список использованной литературы

1. Годлевский В.С. Методические погрешности дискретного преобразования Фурье и способах их компенсации / В.С. Годлевский, А.М. Денисенко // Электрон. моделирование. — 2006. — 28, № 3. — С.83–98.
2. Беляев К.Р. Коррекция фазовых искажений и обработка биомедицинских сигналов / К.Р. Беляев, А.А. Морозов // Вестник МГТУ. Сер.: Приборостроение. – 1993. – № 4. — С. 40–53.
3. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложение / С.Л. Марпл. — М.: «МИР», 1990. — 584 с.
4. Федосов В.П. Цифровая обработка сигналов в LabVIEW / В.П. Федосов, А.К. Нестеренко. — М.: ДМК Пресс, 2007. — 256 с.
5. Чичикало Н.И. Повышение эффективности цифровой обработки низкоамплитудных измерительных сигналов / Н.И. Чичикало, О.А. Штепа // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2004. – №5 (11). — С.65–68.

Надійшла до редакції:  
01.03.2012 р.

Рецензент:  
д-р техн.наук, проф. Зорі А.А.

*A.A. Shtepa. A method of Research and an Assessment of a Methodical Error of DPF of Measuring Channels with High-Digit ADC. The methodical error of the discrete Fourier transform (DFT) due to the effect of Gibbs for the information-measuring systems (IMS) based on the medium and high bit depth ADC is researched. The method of its assessment is developed and realized in the environment of LabVIEW, the comparative analysis of a number of methods of its reduction for the IMS measuring channels is made.*

**Keywords:** *information and measuring system, Discrete Fourier Transformation, methodical error, Gibbs's effect, modeling, LabVIEW.*

**О.А. Штепа. Метод дослідження та оцінки методичної похибки ДПФ вимірювальних каналів з високорозрядним АЦП.** Досліджено методичну похибку дискретного перетворення Фур'є (ДПФ), що обумовлена ефектом Гіббса, для інформаційно-вимірювальних систем (ІВС) з АЦП середньої і високої розрядності. Розроблено і реалізовано в середовищі LabVIEW метод її оцінки, виконано порівняльний аналіз ряду методів її зменшення для вимірювальних каналів ІВС.

**Ключові слова:** *інформаційно-вимірювальна система, дискретне перетворення Фур'є, методична похибка, ефект Гіббса, моделювання, LabVIEW.*