УДК 622.24.053

Канд. техн. наук УЛИТИН Г.М.
Донецкий государственный технический университет, г. Донецк, Украина

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН ПРИ БОЛЬШИХ ГЛУБИНАХ БУРЕНИЯ

При бурении скважин на глубинах в тысячи метров усилие на долото создается собственным весом бурильной колонны и возможна потеря ее устойчивости по типу сжатого стержня. При исследовании устойчивости решения неординарных дифференциальных уравнений представляются в виде степенных рядов [1,2], что приводит к довольно громоздким выражениям для описания напряженно-деформированного состояния весомого стержня, который служит моделью бурильной колонны. Чтобы избежать этих затруднений, некоторые авторы для упрощения решения заменяют распределенную нагрузку на сосредоточенную [3,4] или используют численные методы [2].

Такой подход к решению задач устойчивости дает возможность рассмотреть только случай ограниченных глубин бурения, т.к. с увеличением глубины бурения коэффициенты рядов начинают резко возрастать, что вызывает необходимость учета большого числа членов. Поэтому некоторые авторы [5] для больших глубин бурения используют асимптотические методы в решениях дифференциальных уравнений. Использование функций Ломмеля [6] и их асимптотических представлений для больших значений аргумента позволяет путем предельного перехода получить удобные формулы для расчета критических нагрузок при больших глубинах бурения.

Уравнение изогнутой оси весомого стержня длиною l и весом q единицы длины с учетом выбора начала координат на нижнем конце возьмем в виде

$$EJy''' + q(l-x)y' = -R, \tag{1}$$

где R – горизонтальная реакция направляющих бурильной колонны, EJ – изгибная жесткость.

Уравнение (1) с помощью замены $\xi = ql - qx$ и $u=q'$ приводится к уравнению

$$u''_{\xi\xi} + a^2 \xi u = -a^2 R,$$

решение которого можно представить в виде [7]

$$u(z) = C_1 z^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{3}}(z) + C_2 z^{\frac{1}{2}} J_{-\frac{1}{3}}(z) - \left(\frac{2a}{3}\right)^{\frac{2}{3}} R z^{\frac{1}{2}} S_{0,\frac{1}{3}}(z),$$

где $a^2 = (EJq^2)^{-1}, z = \frac{2}{3} a \xi^{\frac{3}{2}}, J_{\pm\frac{1}{3}}(z)$ – функции Бесселя первого рода, $S_{0,\frac{1}{3}}(z)$ – функция Ломмеля.

Т.к. $y'=u$, то переходя к переменной z и интегрируя, получаем

$$y(z) = C_1 \bar{J}_{\frac{1}{3}}(z) + C_2 \bar{J}_{-\frac{1}{3}}(z) + C_3 + \frac{2R}{3q} \bar{S}_{0,\frac{1}{3}}(z),$$

где $\bar{J}_{\pm\frac{1}{3}}(z)=\int\limits_0^z J_{\pm\frac{1}{3}}(z)dz, \bar{S}_{0,\frac{1}{3}}(z)=\int\limits_0^z S_{0,\frac{1}{3}}(z)dz$, а C_1, C_2, C_3 – произвольные постоянные.

Для удовлетворения граничных условий определим по известным формулам выражения для углов поворота, изгибающего момента и поперечной силы, которые с учетом рекуррентных соотношений для функций Бесселя и Ломмеля принимают соответственно вид

$$y'_x(z)=-aq\left(\frac{3z}{2a}\right)^{\frac{1}{3}}\left(C_1J_{\frac{1}{3}}(z)+C_2J_{-\frac{1}{3}}(z)+\frac{2R}{3q}S_{0,\frac{1}{3}}(z)\right)$$

$$M(z)=\left(\frac{3z}{2a}\right)^{\frac{2}{3}}\left(C_1J_{-\frac{2}{3}}(z)-C_2J_{\frac{2}{3}}(z)-\frac{4R}{9q}S_{-1,-\frac{2}{3}}(z)\right)$$

$$Q(z)=\frac{3}{2}qz\left(C_1J_{\frac{1}{3}}(z)+C_2J_{-\frac{1}{3}}(z)-\frac{16R}{27q}S_{-2,-\frac{1}{3}}(z)\right).$$

Остановимся на двух случаях закрепления концов стержня: жесткая заделка и шарнирное закрепление концов, т.к. вид граничного условия для верхнего конца не влияет на устойчивость колонн при глубоком бурении [2]. Удовлетворяя граничным условиям, получаем системы однородных уравнений для рассматриваемых случаев:

$$C_1\bar{J}_{\frac{1}{3}}(\alpha)+\frac{2R}{3q}\bar{S}_{0,\frac{1}{3}}(\alpha)=0,$$
$$C_1J_{\frac{1}{3}}(\alpha)+\frac{2R}{3q}S_{0,\frac{1}{3}}(\alpha)=0 \qquad (y(0)=y'(0)=y(l)=y'(l)=0)$$

$$C_2\bar{J}_{-\frac{1}{3}}(\alpha)+\frac{2R}{3q}\bar{S}_{0,\frac{1}{3}}(\alpha)=0$$
$$C_2J_{\frac{2}{3}}(\alpha)+\frac{4R}{9q}S_{-1,-\frac{2}{3}}(\alpha)=0 \qquad (y(0)=y''(0)=y(l)=y''(l)=0)$$

Приравнивая определитель этих систем к нулю, приходим к уравнениям для вычисления критических длин $l_{кр}$:

$$\bar{J}_{\frac{1}{3}}(\alpha)S_{0,\frac{1}{3}}(\alpha)-J_{\frac{1}{3}}(\alpha)\bar{S}_{0,\frac{1}{3}}(\alpha)=0 \qquad (2)$$

$$\frac{2}{3}\bar{J}_{-\frac{1}{3}}(\alpha)S_{-1,-\frac{2}{3}}(\alpha)-J_{\frac{2}{3}}(\alpha)\bar{S}_{0,\frac{1}{3}}(\alpha)=0, \qquad (3)$$

где $l_{кр} = \frac{1}{q}\left(\frac{3\alpha_1}{2a}\right)^{\frac{2}{3}}$, α_1 – минимальный положительный корень уравнений (2) и (3).

Если воспользоваться асимптотическими представлениями функций Бесселя и Ломмеля [6], то из уравнений (2) и (3) соответственно получаем уравнения:

$$tg(\alpha - \frac{5}{12}\pi) = \alpha \ln\alpha; min\{\alpha^2 \ln\alpha = \frac{2}{3}, \alpha = \frac{5}{12}\pi\}. \tag{4}$$

В литературе численными методами вычислялись для больших глубин бурения усилия $P_{кр} = k\sqrt[3]{EJq^2}$, где коэффициент k, в зависимости от вида граничных условий, принимает соответственно значения $k = \sqrt[3]{9\alpha^2 / 4} = 2{,}33;1{,}02$ [2]. Аналогичные результаты, полученные Виллерсом: **k=3,09; 1,88**. Значения коэффициента, вычисленные по формулам (4), соответственно равны: **k=2,38; 1,57**.

Таким образом, применение функций Ломмеля позволило строго математически получить точное в смысле предельного перехода значение коэффициента k, необходимого для расчета на устойчивость длинных бурильных колонн.

Библиографический список

1. **Расчет** бурильных труб в геологическом бурении // Эпштейн Е.Ф., Мацейчик В.И., Ивахнин И.И., Асатурян А.Ш. –М.: Недра, 1979. – 160 с.
2. **Сароян А.Е.** Теория и практика работы бурильной колонны. –М.: Недра, 1990. – 264 с.
3. **Калинин А.Г.** Искривление скважин. –М.: Недра, 1974. – 304 с.
4. **Кирсанов А.Н., Зинченко В.П., Кардаш В.Г.** Буровые машины и механизмы. –М.: Недра, 1981. – 448 с.
5. **Тихонов В.С., Агеева И.Ю.** Свободные колебания вращающейся глубоководной бурильной колонны // Сопротивление материалов и теория сооружений. –К.: Киевский госуд. техн. университет строительства и архитектуры. – 1996. – Вып. 62. – С. 135–142.
6. **Ватсон Г.И.** Теория бесселевых функций. –М.: ИЛ, 1949. – 798 с.
7. **Улитин Г.М.** Продольно-перечный изгиб и устойчивость бурильных колонн // Изв. Донецкого горного института. – Донецк, 2000. – №2. – С. 26–28

УДК 622.243.14.

Канд. техн. наук ФИЛИМОНЕНКО Н.Т.
Донецкий государственный технический университет, г. Донецк, Украина

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ИНЕРЦИИ ПРИ РАБОТЕ ПУЛЬСАЦИОННОГО ПНЕВМАТИЧЕСКОГО ВЫТЕСНИТЕЛЯ

Опыт бурения в условиях поглощения промывочной жидкости показал эффективность технологии призабойной пульсирующей промывки скважин с помощью погружных пневматических вытеснителей [1]. Технология экономична, так как не требует доставки на объект работ промывочной жидкости, и экологична, поскольку промывка скважины осуществляется естественным очистным агентом.

Характер промывки обусловлен рабочим циклом пневматического вытеснителя, со-