

УДК 519.876.5

О.В. Василенко (магістрант), В.І. Бессараб (канд. техн. наук, доц.)
Донецький національний технічний університет
кафедра автоматики і телекомунікації
E-mail: alexvit@telenet.dn.ua

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ДИСКРЕТНО-БЕЗПЕРЕРВНИМИ ОБ'ЄКТАМИ ЗА ДОПОМОГОЮ MAX-PLUS-АЛГЕБРИ

Розглядається методика створення математичної моделі дискретно-безперервної системи за допомогою апарату «Max-Plus»-алгебра та графів синхронізації. Запропонована методика застосовується для опису виробничого об'єкту та створення керування для уникнення заборонених станів, що забезпечує бажану продуктивність та якість функціонування.

Ключові слова: ДБС, граф синхронізації, заборонений стан, діаграма Ганта.

Загальна постановка проблеми

Дискретно-безперервна система (ДБС) — це динамічна система, поведінку якої можна описати за допомогою дискретної послідовності подій. Дослідження, аналіз та розробка керування ДБС має достатньо великий практичний сенс, бо у сучасному світі можна знайти велику кількість прикладів подібних систем (наприклад конвеєрне виробництво) для яких існує необхідність дослідження динаміки та розробки керування з метою досягнення бажаної якості та продуктивності виробництва.

Для моделювання й аналізу ДБС, а також для розробки керування застосовуються різні математичні засоби. Але найбільш придатним математичним апаратом для вирішення проблем синхронізації процесів в дискретно-безперервних системах є «Max-Plus»-алгебра [1], що дозволяє описувати детерміновану систему з часовими оцінками у зручному векторно-матричному вигляді, використовуючи при цьому потенціал мереж Петрі, а саме графів синхронізації. Крім того, для апарату «Max-Plus»-алгебри розроблені програмні засоби, серед яких виділимо Max-Plus-Algebra Toolbox [2] для пакету програм MATLAB, що спрощує застосування на практиці цього математичного апарату.

Постановка задачі дослідження

Для досягнення бажаної продуктивності та якості функціонування ДБС необхідно вирішити наступну задачу:

Створити математичну модель за допомогою «Max-Plus»-алгебри та розробити логічні правила керування для уникнення заборонених станів і перевірити їх функціонування в керованій системі.

Вирішення задачі та результати дослідження

Схема об'єкта керування представлена на рис. 1. Цех обладнано конвеєрами (K1), (K2), порталним краном (ПК), та верстатами для обробки деталей (B1-B4).

Кожна з операцій має визначену тривалість. В цій системі можуть бути заборонені стани, що пов'язані з використанням спільних ресурсів - порталного крану ПК та конвеєра K2.

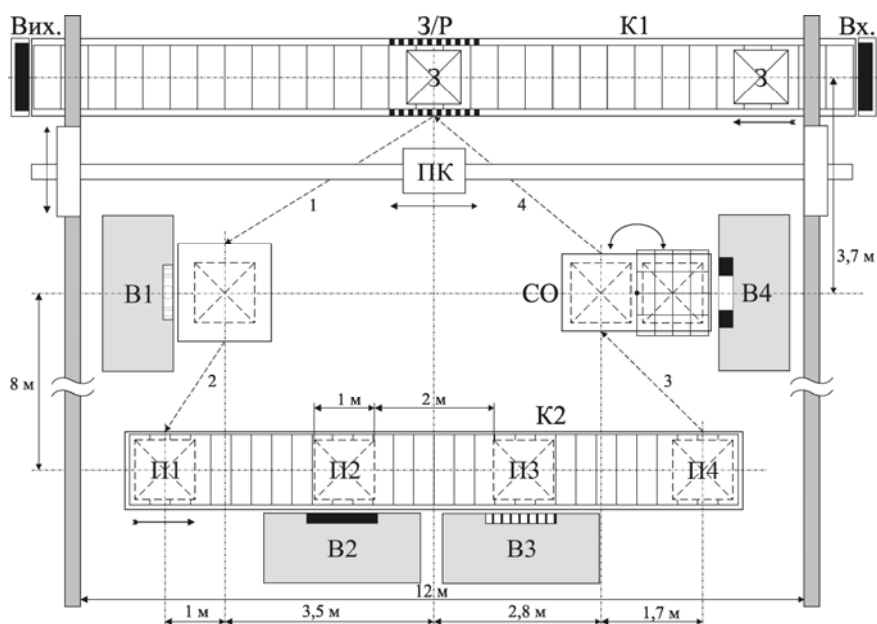


Рисунок 1 — Схема об'єкта керування

Бажана поведінка технологічного процесу цеху полягає у наступному:

Конвеєром (К1) із сусіднього цеху з періодом T рухаються необроблені заготовки (З). Після обробки в цьому цеху заготовки потрапляють до наступного цеху на наступний етап обробки. Переміщення заготовок цехом між верстатами (В1-В4) для проведення різних видів механічної обробки здійснюється порталним краном ПК.

Процес обробки в цеху починається з моменту надходження заготовки на стрічку конвеєра (К1). Коли заготовка досягає зони завантаження/розвантаження (З/Р), порталний кран розвантажує її зі стрічки конвеєра та починає рух до верстату В1. Після розвантаження заготовки на стіл верстата В1, порталний кран повертається до початкової позиції (З/Р).

Після обробки заготовки на верстаті В1 порталний кран забирає та переміщує її в початкову позицію (П1) стрічки конвеєра послідовної обробки (К2) та повертається назад.

Якщо обробка попередніх заготовок (якщо такі є) на верстатах В2-В3 завершена й позиція П4 вільна, то стрічка конвеєра К2 переміщується на одну позицію, переміщуючи заготовку з позиції П1 до верстату В2, де починається її обробка.

Після обробки на В2 заготовка переміщується (при виконанні попередніх умов) конвеєром для подальшої обробки на верстаті В3, після чого, заготовка потрапляє в позицію П4, де очікує на переміщення за допомогою порталного крана.

Після того, як заготовка оброблена на всіх верстатах конвеєра К2 порталний кран переміщує її з позиції П4 на стіл СО, що обертається, перед верстатом В4.

Подача заготовки здійснюється за допомогою обертання стола СО, на якому може знаходитися тільки одна заготовка. Після того, як заготовка оброблена на верстаті В4 та готова для завантаження, порталний кран переміщує її в зону (З/Р), де розвантажує її на стрічку конвеєра К1, яким оброблена заготовка переміщується до наступного цеху.

Математична модель об'єкта керування представляється у вигляді графа синхронізації (рис. 2). Початкове маркування графа синхронізації відповідає стану на рис. 1. Граф синхронізації описується за допомогою матриці системи A , використовуючи формулу [3, 4]:

$$a_{ij} = \begin{cases} T_T(s_j, t_k) & \text{якщо } \exists t_k : s_i \in t_k \bullet \wedge s_j \in \bullet t_k, \\ -\infty & \text{інакше.} \end{cases} \quad (1)$$

та матриці керування B , вираз (2), яка враховує керовані переходи в системі:

$$b_{ir} = \begin{cases} 0 & \text{якщо } \exists t_k : s_i \in t_k \bullet \text{ та } u_r \text{ впливає на } t_k, \\ -\infty & \text{інакше.} \end{cases} \quad (2)$$

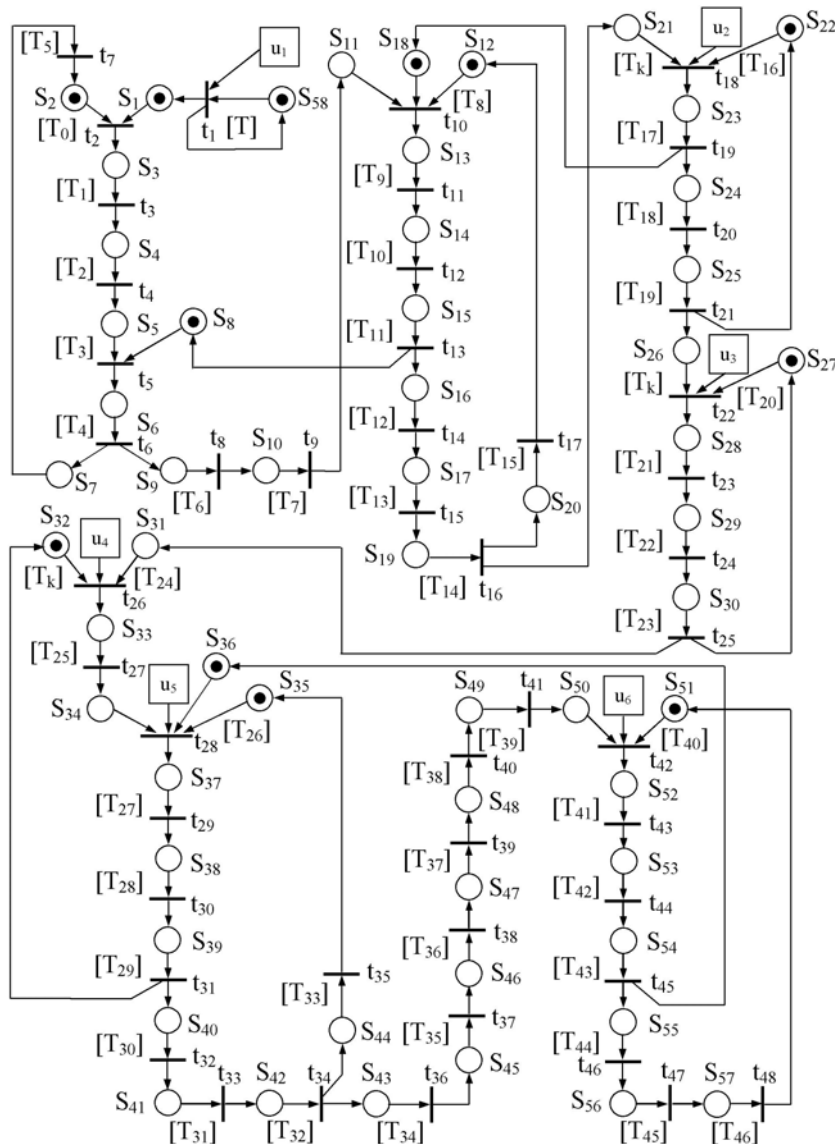


Рисунок 2 — Граф синхронізації об’єкта керування

На рисунку 2 колами позначаються позиції, що мають значення окремого стану, в якому перебуває система керування:

- S₁ — необроблена заготовка досягла позиції З/Р та готова до завантаження;
- S₂ — ПК в позиції З/Р чекає на початок завантаження необробленої заготовки;
- S₃ — ПК завантажує заготовку з К1;
- S₄ — ПК рухається з заготовкою до верстату В1;
- S₅ — ПК знаходиться над верстатом В1;
- S₆ — розвантаження заготовки на В1;
- S₇ — ПК рухається від верстату В1 в початкову позицію;
- S₈ — верстат В1 готовий до приймання заготовки;
- S₉ — заготовка чекає на обробку на верстаті В1;
- S₁₀ — обробка заготовки на верстаті В1;

- S₁₁ — заготовка оброблена на верстаті В1;
S₁₂ — ПК знаходиться в початковій позиції З/Р;
S₁₃ — рух ПК від З/Р до В1;
S₁₄ — ПК знаходиться над верстатом В1;
S₁₅ — завантаження заготовки з верстату В1;
S₁₆ — рух ПК до позиції П1 конвеєру К2;
S₁₇ — ПК знаходиться над позицією П1;
S₁₈ — позиція П1 вільна;
S₁₉ — ПК розвантажує заготовку в позицію П1 конвеєра К2;
S₂₀ — ПК рухається від П1 до початкової позиції З/Р;
S₂₁ — заготовка знаходиться в позиції П1;
S₂₂ — верстат В2 готовий до приймання необробленої заготовки;
S₂₃ — рух заготовки з позиції П1 в позицію Р2;
S₂₄ — заготовка в позиції П2 та готова до обробки на верстаті В2;
S₂₅ — обробка заготовки на верстаті В2;
S₂₆ — оброблена заготовка в позиції П2 чекає переміщення;
S₂₇ — верстат В3 готовий до приймання необробленої заготовки;
S₂₈ — рух заготовки з позиції П2 в позицію П3;
S₂₉ — заготовка в позиції П3 та готова до обробки на верстаті В3;
S₃₀ — обробка заготовки на верстаті В3;
S₃₁ — оброблена заготовка в позиції П3 чекає переміщення;
S₃₂ — позиція П4 вільна;
S₃₃ — рух заготовки з позиції П3 в позицію П4;
S₃₄ — заготовка в позиції П4 чекає на переміщення до верстату В4;
S₃₅ — ПК знаходиться в початковій позиції З/Р;
S₃₆ — стіл СО готовий до приймання заготовки;
S₃₇ — рух ПК з початкової позиції З/Р до позиції П4;
S₃₈ — ПК знаходиться над позицією П4;
S₃₉ — завантаження заготовки з позиції П4;
S₄₀ — рух ПК від позиції П4 до СО верстату В4;
S₄₁ — ПК знаходиться над столом СО;
S₄₂ — розвантаження заготовки на стіл СО;
S₄₃ — необроблена заготовка знаходиться на столі СО;
S₄₄ — ПК рухається від СО в початкову позицію З/Р;
S₄₅ — стіл СО з заготовкою обертається;
S₄₆ — необроблена заготовка знаходиться перед верстатом В4;
S₄₇ — обробка заготовки на верстаті В4;
S₄₈ — заготовка оброблена на верстаті В4;
S₄₉ — стіл СО з обробленою заготовкою обертається;
S₅₀ — оброблена заготовка чекає на розвантаження зі стола СО;
S₅₁ — ПК знаходиться в початковій позиції З/Р;
S₅₂ — рух ПК з початкової позиції З/Р до столу СО;
S₅₃ — ПК знаходиться над столом СО;
S₅₄ — завантаження заготовки зі стола СО;
S₅₅ — рух ПК від столу СО до місця розвантаження З/Р;
S₅₆ — ПК над місцем розвантаження З/Р;
S₅₇ — розвантаження обробленої заготовки на конвеєр К1;
S₅₈ — необроблена заготовка рухається конвеєром К1 до місця завантаження З/Р.

Мінімально необхідний час перебування системи в окремому стані, після якого може бути активований перехід до наступного стану, позначається у квадратних дужках.

Для врахування початкового маркування графа синхронізації складаються матриці трансформації (3) та (4):

$$(T_{A_0})_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{якщо позиція } s_i \text{ не маркована,} \\ -\infty & \text{інакше;} \end{cases} \quad (3)$$

$$(T_{A_1})_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{якщо позиція } s_i \text{ маркована,} \\ -\infty & \text{інакше.} \end{cases} \quad (4)$$

Для отримання рівняння динаміки системи попередньо розраховуються матриці (5-7):

$$A_0 = A \cdot T_{A_0}, \quad (5)$$

$$A_1 = A \cdot T_{A_1}, \quad (6)$$

$$A^* = I \oplus A \oplus A^2 \oplus A^3 \oplus \dots \oplus A^{n-1}. \quad (7)$$

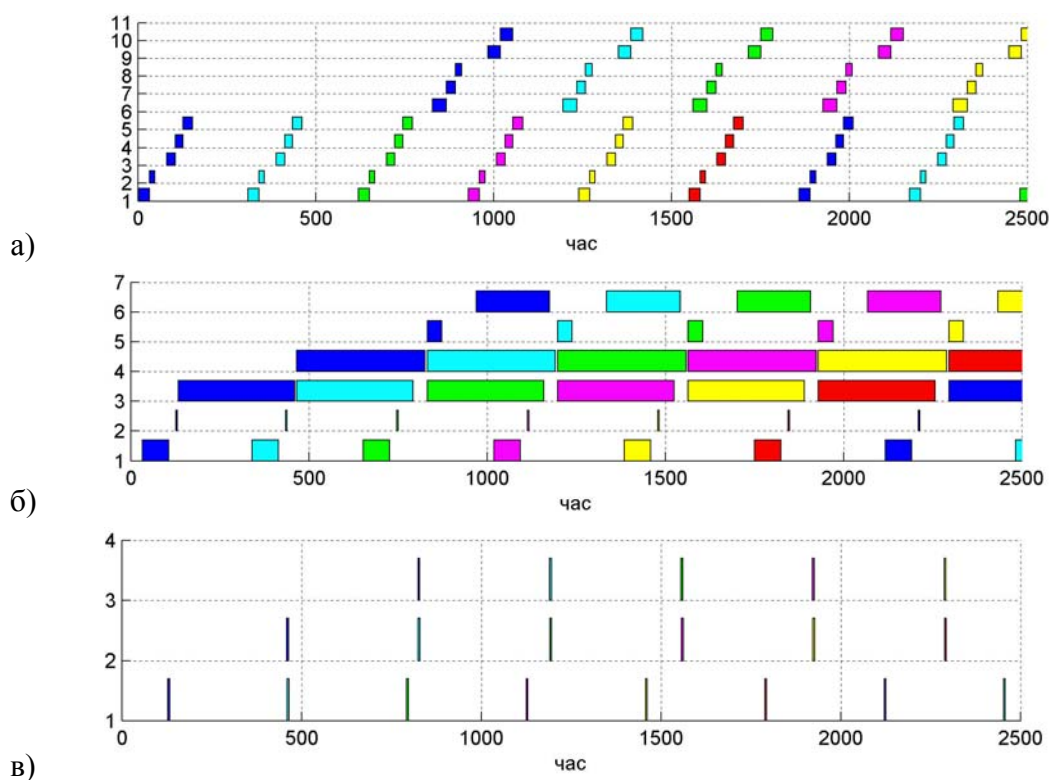
Для опису поведінки мереж Петрі без затримуючих керуючих впливів використовується матриця M :

$$M = A_0^* \cdot A_1. \quad (8)$$

Поведінка некерованого графа синхронізації розраховується за формулою (9):

$$x(k+1) = M x(k). \quad (9)$$

На рис. 3 наведені діаграми Ганта для динаміки некерованого графа синхронізації.



- а) Графік використання крана;
- б) Графік використання верстатів;
- в) Графік руху конвеєра К2.

Рисунок 3 — Графіки динаміки в некерованій системі

Діаграми Ганта часто використовуються для наочного зображення процесів в ДБС. Кожна полоса на діаграмі показує часи зайняття (маркування) окремих позицій графа синхронізації, що моделюється. Ординати діаграм слугують для переліку операцій.

На рис. 3 ординати діаграм відповідають наступним операціям в системі керування:

Графік використання крана:

1 — завантаження заготовки з К1 + рух ПК з заготовкою до В1 + затримка розвантаження на В1 + розвантаження заготовки на В1; 2 — рух ПК від В1 в початкову позицію З/Р; 3 — рух ПК до В1 + затримка завантаження + завантаження заготовки з В1; 4 — рух ПК до П1 + затримка розвантаження + розвантаження заготовки на П1; 5 — рух ПК від П1 в початкову позицію З/Р; 6 — рух ПК до П4 + затримка завантаження + завантаження заготовки з П4; 7 — рух ПК до СО + затримка розвантаження + розвантаження заготовки на СО; 8 — рух ПК від СО в початкову позицію З/Р; 9 — рух ПК до СО + затримка завантаження + завантаження заготовки з СО; 10 — рух ПК від СО в початкову позицію З/Р + затримка розвантаження на К1 + розвантаження заготовки на К1.

Графік використання верстатів:

1 — заготовка на В1 + обробка на В1 + підготовка ПК до руху + рух ПК до В1 + затримка розвантаження з В1 + розвантаження заготовки з В1; 2 — заготовка в позиції П1; 3 — заготовка в позиції П2 + обробка на В2 + очікування переміщення з П2; 4 — заготовка в позиції П3 + обробка на В3 + очікування переміщення з П3; 5 — заготовка в позиції П4; 6 — заготовка на СО + обертання СО + обробка на В4 + обертання СО + очікування на розвантаження зі СО.

Графік руху конвеєра К2:

1 — переміщення заготовки з П1 до П2; 2 — переміщення заготовки з П2 до П3; 3 — переміщення заготовки з П3 до П4.

Для знайденої матриці M некерованого графа синхронізації розраховуємо власне число, що дорівнює $\lambda=366$. Також матриця має тільки один власний вектор.

Аналізуючи графіки є очевидним, що така система є нероботоздатною, бо в ній має місце накладення часових проміжків використання крана на сусідніх циклах роботи системи. Цим порушується очевидна вимога роздільного використання крана для виконання поточних завдань. Крім того, виходячи з діаграми руху конвеєра К2, має місце асинхронність надходження запитів з позицій П1-П3 на запуск конвеєра, що порушує нормальний технологічний процес обробки заготовок на конвеєрі.

Для досягнення необхідного протікання процесу виробничого цеху, що полягає у скоординованій роботі порталного крана, конвеєрів К1 та К2, а також верстатів, необхідно синтезувати керовану систему за допомогою керованих переходів та логічних умов, що задають бажану поведінку системи [5]. Керування виконується керованими переходами u .

До поведінки керованого графа синхронізації складаються прості вимоги:

- момент часу $x_i(k)$ k -го маркування позиції s_i повинен бути досягнутий через τ часові одиниці після k -го моменту часу маркування $x_j(k)$ позиції s_j ;
- момент часу $x_i(k+1)$ $(k+1)$ -го маркування позиції s_i повинен бути досягнутий через τ часові одиниці після k -го моменту часу маркування $x_j(k)$ позиції s_j .

У першому випадку відбувається затримка маркування позиції s_i під час одного циклу. Для виконання цієї умови в мережі Петрі вибирається керований перехід t_s , від якого йде шлях до позиції s_i . Нехай вага цього шляху дорівнює δ , тобто не раніш ніж через δ часові одиниці після запуску переходу t_s буде маркована позиція s_i . Якщо на перехід t_s впливає керуючий вплив u_m , тоді умови може бути виконана за допомогою наступного елемента матриці зворотного зв'язку R_0 :

$$(R_0)_{mj} = \tau \otimes (-\delta). \quad (10)$$

Аналогічно для умови другого типу розраховується наступний елемент матриці R_1 , що надає системі бажану поведінку:

$$(R_1)_{mj} = \tau \otimes (-\delta). \quad (11)$$

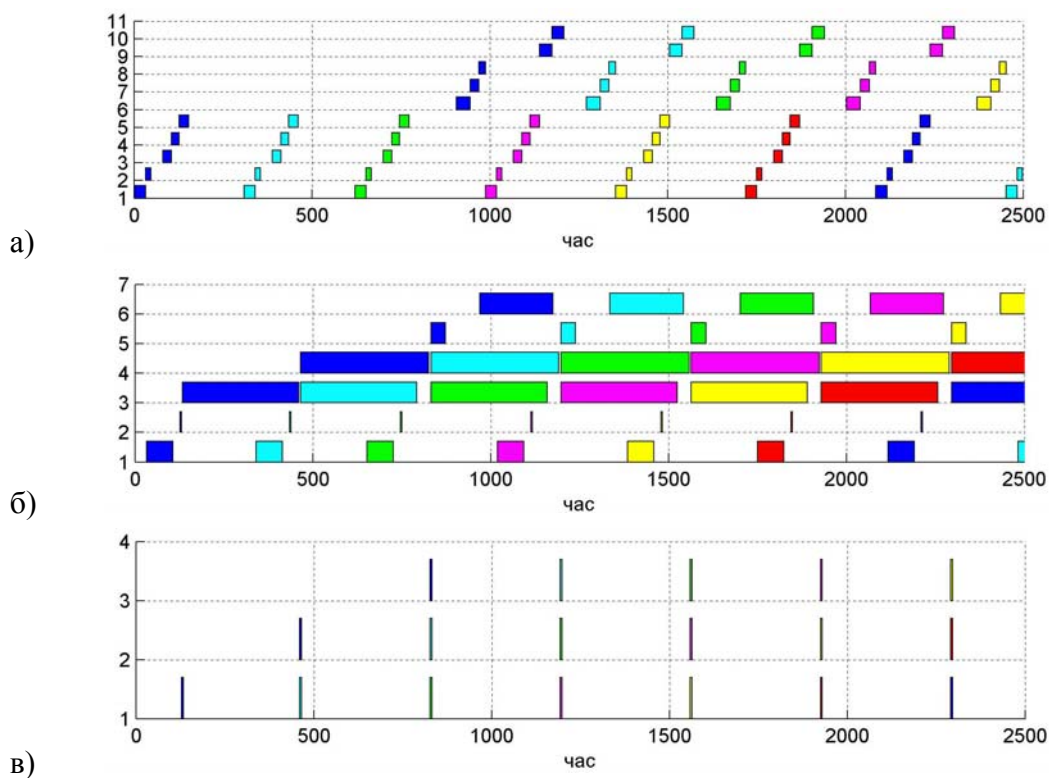
Аналізуючи діаграми некерованої системи складемо наступні прості логічні вимоги:

- а) позиція S_{28} повинна маркуватися в поточному циклі через $\tau_1 = T_k \otimes 2$ часові одиниці після маркування позиції S_{26} ;
- б) позиція S_{33} повинна маркуватися в поточному циклі через $\tau_2 = T_{24} \otimes 1$ часові одиниці після маркування позиції S_{31} ;
- в) позиція S_{23} на поточному циклі повинна маркуватися негайно після маркування позиції S_{28} на попередньому циклі;
- г) позиція S_1 повинна маркуватися в поточному циклі через 156 часових одиниць після маркування позиції S_{24} ;
- д) позиція S_{37} повинна маркуватися в поточному циклі через 74 часових одиниць після маркування позиції S_{34} ;
- е) позиція S_{52} повинна маркуватися в поточному циклі через 170 часових одиниць після маркування позиції S_{44} .

Реалізація цих логічних умов досягається за допомогою матриць зворотного зв'язку R_0 та R_1 . Елементи матриць R_0 та R_1 знаходяться згідно з формулами (10) та (11).

Поведінка керованого графа синхронізації розраховується за формулою (12):

$$x(k+1) = (A_0 \oplus B R_0)^* (A_1 \oplus B R_1) x(k) = M_s x(k). \quad (12)$$



- а) Графік використання крана;
- б) Графік використання верстатів;
- в) Графік руху конвеєра К2.

Рисунок 4 — Графік динаміки в керованій системі

Як бачимо на рис. 4 запуск конвеєра К2 став синхронізований та скоординовано використання портального крана, тобто усунуті всі заборонені стани.

Власне число матриці M_s дорівнює $\lambda_s=366$, тобто $\lambda_s=\lambda$. Матриця M_s має один власний вектор. Поведінка керованого процесу за часом дорівнює поведінці некерованого процесу. Разом з тим збільшився період надходження необроблених заготовок до цеху на 15% з 310 до 366 часові одиниці.

Висновки

На розглянутій ДБС було показано, що апарат «Max-Plus»-алгебри може застосовуватися для опису ДБС, для дослідження динаміки процесів та для вирішення проблем синхронізації та уникнення заборонених станів, які можуть призводити до небезпечних або небажаних ситуацій на об'єкті. Застосування методів «Max-Plus»-алгебри на практиці, а саме для моделювання ДБС, спрощується завдяки використанню програмного забезпечення Max-Plus-Algebra Toolbox для пакету MATLAB. Отримана математична модель керованої системи може використовуватися в подальшому при програмуванні логічних контролерів для системи керування виробничим процесом.

Список використаної літератури

1. Бессараб В.І. Математичні основи теорії дискретно-безперервних систем: монографія / В.І. Бессараб. — Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2011. — 175 с.
2. Jaroslaw Stanczyk. Max-Plus Algebra Toolbox for Matlab and GNU Octave / Jaroslaw Stanczyk. – User Guide: Magdeburg, 2005. – 102 p
3. Mathias Kluwe. Automatisierung ereignisdiskreter und hybrider Systeme / Mathias Kluwe. – Beiblätter zur Vorlesung, 2010 – 75 S.
4. Synchronization and Linearity / F. Baccelli, G. Cohen, G. Olsder et al. – 1992. – 485 p
5. Moßig. Algebraischer Steuerungsentwurf für eine Klasse ereignisdiskreter Prozesse mittels der Max-Plus-Algebra / Moßig. — Fortschr.-Ber. VDI Reihe 20 Nr. 224. Düsseldorf: VDI Verlag 1996. – 144 S.

Надійшла до редакції:
30.01.2012 р.

Рецензент:
д-р техн. наук, проф.
Скобцов Ю.О.

A.V. Vasilenko, V.I. Bessarab. Research of the Dynamics of the Control System for the Discrete Event Objects with the Help of «Max-Plus»-Algebra. We considered the method of creating mathematic model for discrete event system with the help of «Max-Plus»-Algebra and synchronization graph. Introduced method is used for description of the manufacturing entity and for control creation that prevents of deadlock conditions and ensures necessary productivity and quality of functioning.

Keywords: DES, synchronization graph, deadlock condition, Gantt chart.

А.В. Василенко, В.И. Бессараб. Исследование динамики системы управления дискретно-непрерывными объектами при помощи «Max-Plus»-алгебры. Рассматривается методика создания математической модели дискретно-непрерывной системы при помощи аппарата «Max-Plus»-алгебры и графов синхронизации. Предложенная методика применяется для описания производственного объекта и создания управления для предотвращения запрещенных состояний, что обеспечивает необходимую производительность и качество функционирования

Ключевые слова: ДБС, граф синхронизации, запрещенное состояние, диаграмма Ганта.

© Василенко О.В., Бессараб В.И., 2012