

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АНАЛИЗА КРИВЫХ ТЕПЛОВЫХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В УЗЛАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН ПРИ ПОНИЖЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Алексеев Е. Р.

Кафедра ВМиП ДонГТУ

E-mail: aer@queen.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

*Alekseev E. R. Mathematical models of analysis of curves thermal transitional processes in electric engines units under stepping down avolage. In given article parameters selection methods of curves thermal transitional processes are described. This mathematical model realized by program on language Delphi. Analysis of real heating and cooling curves of asynchronous motor MTH 111-6 was carried out.*

### Введение

Кривые нагрева и охлаждения являются своеобразными весовыми функциями, представляющие реакцию системы (изменение температуры в узлах электрической машины) на скачкообразное воздействие источники тепла (в виде потерь), имеющие место при включении или отключении электрической машины. Они являются основными характеристиками динамики тепловых процессов. Обычно рассматриваются кривые нагрева (охлаждения) наиболее напряжённых в тепловом отношении узлов электрических машин. Например, для асинхронных двигателей – это лобовая часть обмотки статора.

Из решения уравнений теплового состояния [1] следует, что аналитические выражения кривых тепловых переходных процессов представляют в виде суммы экспоненциальных составляющих.

Кривые нагрева и охлаждения могут быть аппроксимированы функциональной зависимостью, состоящей из двух экспонент с большими ( $T_{1НГ}$  и  $T_{1ОХ}$ ) и малыми ( $T_{2НГ}$  и  $T_{2ОХ}$ ) постоянными времени.

Их выражения для режима нагрева  $\theta_{НГ}(t)$  и охлаждения  $\theta_{ОХ}(t)$  соответственно равны:

$$\begin{aligned} \theta_{НГ}(t) &= \theta_{уст} (1 - a_{1НГ} \exp(-t/T_{1НГ}) - a_{2НГ} \exp(-t/T_{2НГ})) \\ \theta_{ОХ}(t) &= \theta_{уст} (a_{1ОХ} \exp(-t/T_{1ОХ}) + a_{2ОХ} \exp(-t/T_{2ОХ})) \end{aligned} \quad (1)$$

где:  $a_{1НГ}$ ,  $a_{2НГ}$ ,  $a_{1ОХ}$  и  $a_{2ОХ}$  – коэффициенты удельного веса экспонент с малыми и большими постоянными времени кривых нагрева и охлаждения.

Аппроксимация кривых тепловых переходных процессов выражениями с двумя экспонентами позволяет отразить особенности динамики теплового состояния в узлах электрических машин. Длительность тепловых переходных процессов в большей степени определяется экспоненциальной составляющей с большой постоянной времени, а скорость изменения температуры на различных этапах переходных процессов равная

$$\frac{d\theta}{dt} = \theta_{уст} \left( \frac{a_1}{T_1} \exp(-t/T_1) + \frac{a_2}{T_2} \exp(-t/T_2) \right) \quad (2)$$

экспоненциальными составляющими с малой постоянной времени.

Кроме того, следует отметить, что аппроксимация двумя экспонентами позволяет учесть изменение формы кривой нагрева при различных нагрузках, вследствие изменения соотношения постоянных и переменных потерь, а также кривой охлаждения при

изменении соотношения начальных  $\theta_i(0)$  в узлах электрических машин [1]. Это осуществляется путём изменения соотношения коэффициентов удельного веса экспонент.

При повышенных коэффициентах нагрузки невозможно получить полную кривую нагрева, так как установившиеся температуры обмоток могут превысить допустимую. Последнее означает, что из кривой нагрева невозможно выделить свободную составляющую и, следовательно, воспользоваться полулогарифмическими кривыми для получения постоянных времени и коэффициентов удельного веса в формулах аппроксимированных кривых. В этом случае можно воспользоваться выражением скорости изменения температуры  $d\theta_{\text{НГ}}(t)/dt$  при нагреве, представляющее собой производную от зависимости  $\theta_{\text{НГ}}(t)$  и, следовательно, включающего в себя только экспоненциальные составляющие. Для этого из массива точек кривой нагрева ( $\theta_{\text{НГ}k}, t_k$ ) необходимо получить массив точек ( $d\theta_{\text{НГ}}/dt, t_k$ ) и далее, используя методы с применением свойств этих кривых, построенных в полулогарифмическом масштабе, получить величины экспонент  $T_{1\text{НГ}}$  и  $T_{2\text{НГ}}$  и их коэффициентов удельного веса  $a_{1\text{НГ}}$  и  $a_{2\text{НГ}}$ . Величину установившегося значения температуры можно рассчитать, используя формулы (1). Приведенный метод имеет недостаток, связанный с трудностями получения массива точек кривой  $d\theta_{\text{НГ}}(t)/dt$  и массива точек кривой нагрева  $\theta_{\text{НГ}}(t)$ .

### 1. Использование метода наименьших квадратов для подбора параметров кривых нагрева и охлаждения.

Возникла проблема как лучше подобрать эти параметры. Математический аппарат для решения этой задачи, в общем-то известен.

Решение задачи определения установившейся температуры по неполной кривой нагрева можно осуществить методом наименьших квадратов. В общем случае, для неполной кривой нагрева с учётом (1), имеет место пять неизвестных  $\theta_{\text{уст}}$ ,  $T_{1\text{НГ}}$ ,  $T_{2\text{НГ}}$ ,  $a_{1\text{НГ}}$  и  $a_{2\text{НГ}}$ .

В этом случае методом наименьших квадратов следует составить систему из пяти уравнений. С целью упрощения процессов расчёта можно постоянные времени  $T_{1\text{НГ}}$  и  $T_{2\text{НГ}}$  принять равными постоянным времени кривой нагрева при номинальной нагрузке ( $\beta=1$ ). Тогда исследуемая функция (кривая нагрева) будет представлена уравнением:

$$y = A - A_1 \exp(-t/T_{1\text{НГ}}) - A_2 \exp(-t/T_{2\text{НГ}}), \quad (3)$$

где  $A$  - свободный член ( $A = \theta_{\text{уст}}$ ). Принимая во внимание, что  $A = A_1 + A_2$  получим:

$$y = A(1 - \exp(-t/T_{1\text{НГ}}) + A_1(\exp(-t/T_{2\text{НГ}}) - \exp(-t/T_{1\text{НГ}}))). \quad (4)$$

В соответствии с методом наименьших квадратов [2] необходимо выполнить условие

$$\sum_{i=1}^n \left( y_i - A \left( 1 - \exp\left(-\frac{t_i}{T_{2\text{НГ}}}\right) + A_1 \left( \exp\left(-\frac{t_i}{T_{2\text{НГ}}}\right) - \exp\left(-\frac{t_i}{T_{1\text{НГ}}}\right) \right) \right) \right)^2 \rightarrow \min, \quad (5)$$

из которого следует

$$\frac{\partial \left( \sum_{i=1}^n (y_i - Az_{1i} - A_1 z_{2i})^2 \right)}{\partial A} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \left( \sum_{i=1}^n (y_i - Az_{1i} - A_1 z_{2i})^2 \right)}{\partial A_1} = 0, \quad (7)$$

где:  $z_{1i} = 1 - \exp(-t_i / T_{2НГ})$ ,  $z_{2i} = \exp(-t_i / T_{2НГ}) - \exp(-t_i / T_{1НГ})$ .

После взятия производных получим систему двух уравнений:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - Az_{1i} - A_1 z_{2i}) z_{1i} = 0, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - Az_{1i} - A_1 z_{2i}) z_{2i} = 0. \quad (9)$$

Решение которой даёт [3]:

$$A = \frac{\sum y_i z_{2i} \sum z_{1i} z_{2i} - \sum y_i z_{1i} \sum z_{2i}^2}{(\sum z_{1i} z_{2i})^2 - \sum z_{1i}^2 \sum z_{2i}^2}, \quad (10)$$

$$A_1 = \frac{\sum y_i z_{1i} \sum z_{1i} z_{2i} - \sum y_i z_{2i} \sum z_{1i}^2}{(\sum z_{1i} z_{2i})^2 - \sum z_{1i}^2 \sum z_{2i}^2}.$$

Аналогично можно подобрать и параметры кривой охлаждения.

Разработана компьютерная программа ТЕРЛО на языке Delphi, позволяющая подобрать параметры кривых нагрева и охлаждения  $\theta_{уст}$ ,  $a_{1НГ}$  ( $a_{1ОХ}$ ) и  $a_{2НГ}$  ( $a_{2ОХ}$ ) при фиксированных  $T_{1НГ}$  ( $T_{1ОХ}$ ),  $T_{2НГ}$  ( $T_{1ОХ}$ ), и найти оптимальные значения всех этих пяти параметров кривых. Был проведён анализ точности алгоритмов, реализованных в программе. Результаты, полученные с помощью данной программы, сравнивались с результатами, полученными в среде MathCAD 8 и специализированного пакета Microcal Origin 4.1. С помощью пакета MathCAD удалось получить результаты, совпадающие с результатами работы нашей программы при фиксированных значениях  $T_{1НГ}$  ( $T_{1ОХ}$ ),  $T_{2НГ}$  ( $T_{1ОХ}$ ), но MathCAD считает в 3 раза дольше. При реализации в MathCADe подбора всех пяти параметров возникли проблемы с реализацией итерационного алгоритма. Итерационный процесс приходится контролировать, а иногда и корректировать для каждой экспериментальной кривой. С подобными проблемами мы столкнулись и при реализации нашей задачи в программе Mathematica 3.0. Специализированный пакет подбора параметров кривых Microcal Origin хорошо справляется с задачей подбора пяти параметров, но опять же считает медленнее и для него очень важно правильно выбрать начальное приближение для наших параметров; при неправильном выборе процесс не сходится, и приходится начинать всё сначала. Мы убедились, что программа ТЕРЛО считает быстрее указанных пакетов. Инженеру-пользователю при работе с ней необходимо только ввести экспериментальную кривую нагрева (охлаждения) и не надо заботиться о сходимости итерационно процесса и о выборе начального приближения параметров  $T_{1НГ}$  ( $T_{1ОХ}$ ),  $T_{2НГ}$  ( $T_{1ОХ}$ ). Программа ТЕРЛО является частью автоматизированной системы анализа и прогнозирования теплового состояния асинхронных двигателей.

## 2. Подбор параметров кривых нагрева двигателя МТН 111-6.

В результате эксперимента, были получены зависимости  $\theta_{НГ}(t)$  и  $\theta_{ОХ}(t)$  для асинхронного двигателя МТН 111-6 для различных значений напряжений. Эти данные представлены на рис. 1, 2. Кривые снимались при токе статора  $I_1 = I_{1Н}$ .

Были подобраны коэффициенты кривых нагрева  $\theta_{уст}$ ,  $a_{1НГ}$ ,  $a_{2НГ}$ , при постоянных времени  $T_{1НГ}$  и  $T_{2НГ}$ , соответствующих оптимальным постоянным времени при номинальном напряжении. Результаты представлены в таблице 1. Был проведён полный анализ кривых нагрева и подобраны коэффициенты  $\theta_{уст}$ ,  $a_{1НГ}$ ,  $a_{2НГ}$ ,  $T_{1НГ}$ ,  $T_{2НГ}$ . Результаты приведены в таблице 2.

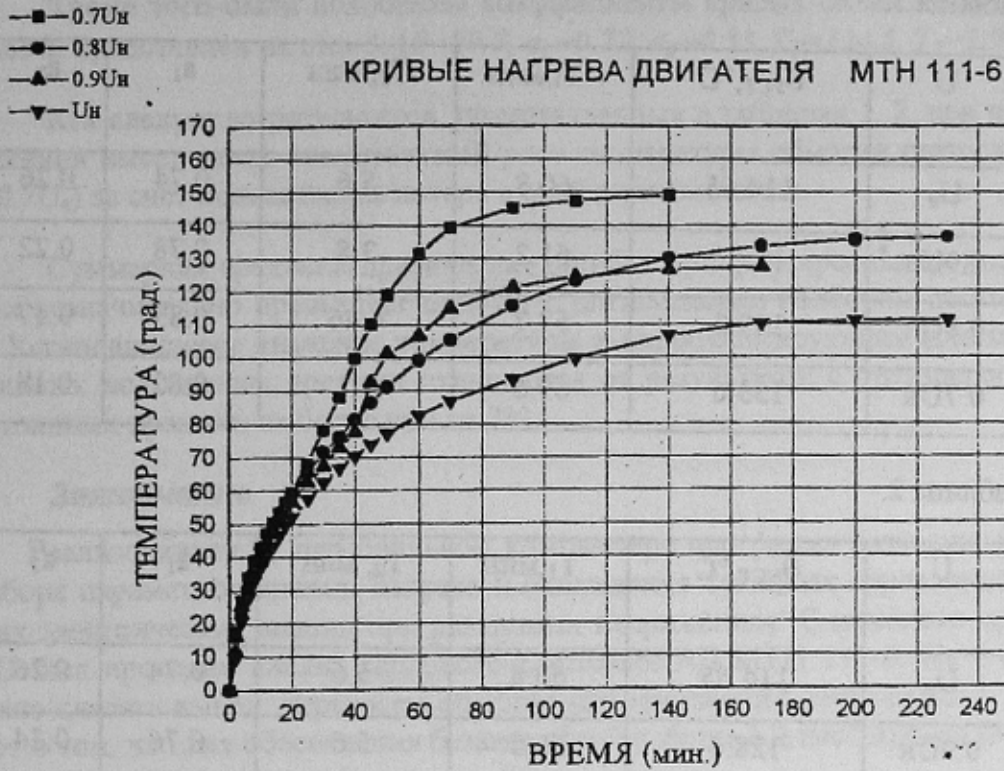


Рисунок 1. – Экспериментальные точки кривых нагрева двигателя МТН 111-6

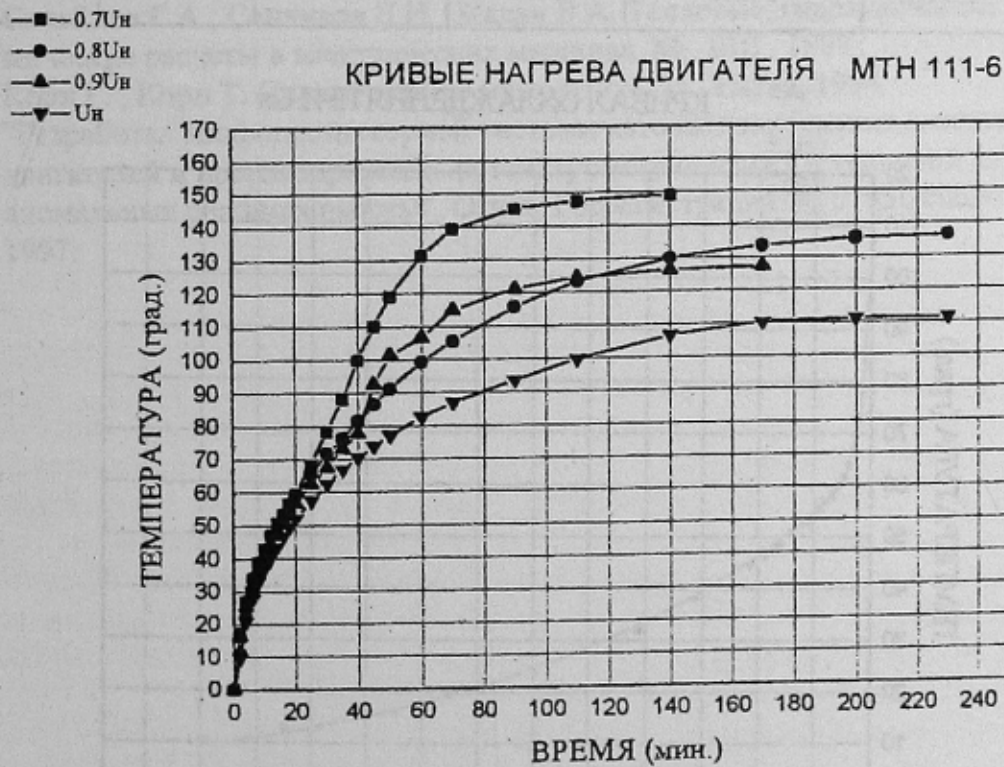


Рисунок 2. – Экспериментальные точки кривых охлаждения двигателя МТН 111-6

Таблица 1.

U	$\theta_{уст}, ^\circ\text{C}$	$T_1, \text{мин}$	$T_2, \text{мин}$	$a_1$	$a_2$
$U_H$	114.65	60.8	5.6	0.74	0.26
$0.9U_H$	129.1	61.2	3.8	0.78	0.22
$0.8U_H$	139.2	57.7	4.46	0.83	0.17
$0.7U_H$	153.6	69.6	3.1	0.82	0.18

Таблица 2.

U	$\theta_{уст}, ^\circ\text{C}$	$T_1, \text{мин}$	$T_2, \text{мин}$	$a_1$	$a_2$
$U_H$	114.65	60.8	5.6	0.74	0.26
$0.9U_H$	128.4	60.8	5.6	0.76	0.24
$0.8U_H$	140.2	60.8	5.6	0.82	0.18
$0.7U_H$	148.6	60.8	5.6	0.83	0.17

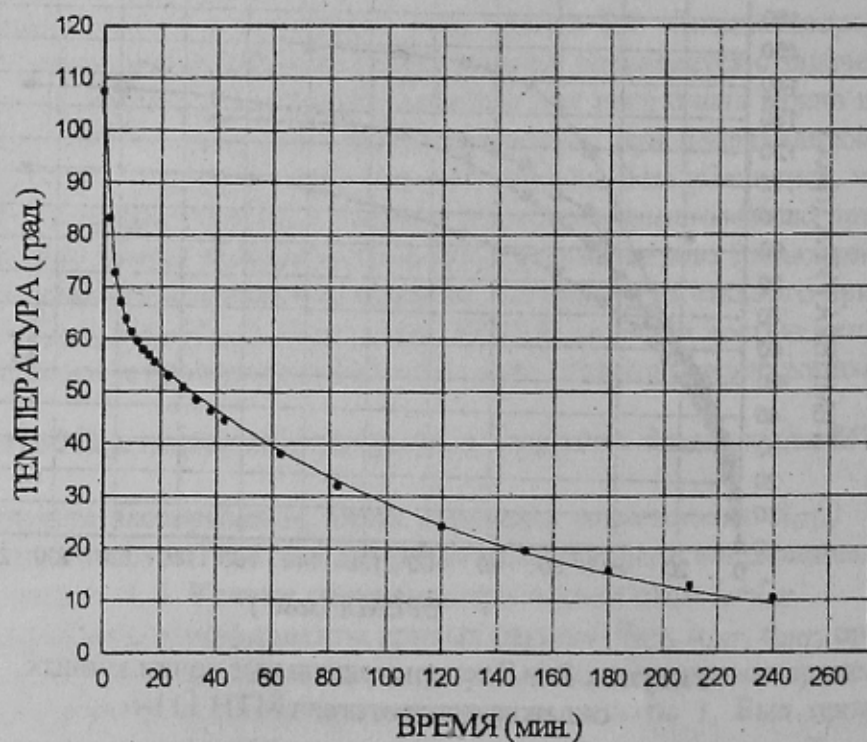
КРИВАЯ ОХЛАЖДЕНИЯ ПРИ  $U_H$ 

Рисунок 3. — Подобранный кривая охлаждения двигателя МТН 111-6.

Кроме того были подобраны коэффициенты кривых охлаждения. График зависимости представлен на рис. 3. ( $\theta=80.7$ ;  $a_1=0.79$ ,  $a_2=0.53$ ,  $T_1=124.5$ ,  $T_2=2.9$ )

Как следует из результатов, представленных в таблицах 1, 2, при понижении напряжения имеет место значительный рост температуры обмотки статора (до 30% при  $U=0.7U_n$ ) за счёт повышенных потерь в обмотках двигателя.

Суммарная среднеквадратическая ошибка при фиксированных постоянных времени незначительно превышает ошибку с оптимальным подбором постоянных времени. Установившееся значение температуры в аппроксимирующих кривых при фиксированных постоянных времени отличаются от результатов с оптимальным подбором постоянных времени не более чем на 3%.

### Заключение

Реализованная на персональном компьютере программа позволяет решать задачу подбора параметров кривых нагрева и охлаждения тепловых переходных процессов в узлах электрических машин при различных напряжениях. С помощью программы TEPLO был проведён анализ теплового состояния АД МТН 111-6. На этом основании можно сделать вывод: перегревы обмоток при понижении напряжения  $U_1$  свидетельствуют о том, что для обеспечения безаварийной работы АД необходимо снизить момент  $M_c$  нагрузки на валу.

### Литература:

1. Силайлов Г. А., Санников Д. И., Жадан В. А. Тепловые, гидравлические и аэродинамические расчеты в электрических машинах. М., ВШ., 1989.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., Наука, 1984.
3. "Разработка микропроцессорной системы автоматизированных испытаний электродвигателей и прогнозирования их электромеханических и тепловых характеристик в аномальных режимах работы". Отчет, Госрегистрация № 0195U006905, Донецк, 1997.