

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПЛМ В ОДНОУРОВНЕВУЮ СЕТЬ СВЕРНУТЫХ ПЛМ

К.В. Аношин, П.Н. Бибило

Институт технической кибернетики НАН Беларуси

Abstract

Anoshin K.V., Bibilo P.N. PLA decomposition into single-level net of folded PLAs. The methodology of programmable logic arrays (PLA) area minimization is described. The methodology consists in exchange of original PLA for the net of PLAs, for which area minimization that uses column folding based on factorization is realized. The heuristic algorithm realizing the given methodology is described. The efficiency of the chosen approach for PLA area minimization is validated by the experiments.

Введение

Программируемые матричные структуры, в частности программируемые логические матрицы (ПЛМ), нашли широкое применение при проектировании управляющей логики в сверхбольших интегральных схемах (СБИС). За счет использования ПЛМ удастся значительно сократить время проектирования СБИС, однако при этом матричные структуры занимают значительную площадь кристалла. Поэтому основной задачей при использовании ПЛМ является минимизация их площади. Самыми распространенными подходами к решению данной задачи являются минимизация числа промежуточных шин ПЛМ (сводится к задаче совместной минимизации систем булевых функций в классе ДНФ) и свертка ПЛМ [1, 2]. Свертка ПЛМ основана на разрывах шин матричной структуры, что позволяет реализовать на одной шине две переменные. Свертка ПЛМ эффективна для «разрезанных» ПЛМ, т.е. таких ПЛМ, в которых имеется небольшое число точек коммутации входных шин с промежуточными. Предлагаемый метод ориентирован на минимизацию площади «заполненных» ПЛМ, для которых свертка не позволяет добиться уменьшения площади кристалла СБИС. Метод базируется на замене ПЛМ сетью свернутых ПЛМ. Свертка «заполненных» ПЛМ осуществляется с помощью оригинального алгоритма, основанного на предварительной факторизации ПЛМ.

1. Столбцовая свертка ПЛМ, основанная на факторизации

ПЛМ предназначена для реализации систем дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ) булевых функций и состоит из двух транзисторных матричных подсхем, называемых обычно матрицей И и матрицей ИЛИ [1]. Входные переменные и их отрицания подаются на вертикальные шины матрицы И. На горизонтальных шинах матрицы И реализуются элементарные конъюнкции входных переменных. На вертикальных шинах матрицы ИЛИ реализуются дизъюнкции элементарных конъюнкций (рис. 1, а). Под площадью ПЛМ понимается произведение числа ее вертикальных шин на число горизонтальных шин.

При простой (однократной) столбцовой свертке матрицы И некоторые из входных (вертикальных) шин данной матрицы разрываются (не более чем в одном месте), и на каждой из разорванных шин реализуются две различные переменные.

Далее под сверткой ПЛИМ будет пониматься простая столбцовая свертка. На рис. 1, б представлена ПЛИМ, соответствующая исходной ПЛИМ (рис. 1, а), для которой осуществлено сокращение площади при помощи столбцовой свертки матрицы И. Место разрыва вертикальной шины обозначено символом "≈".

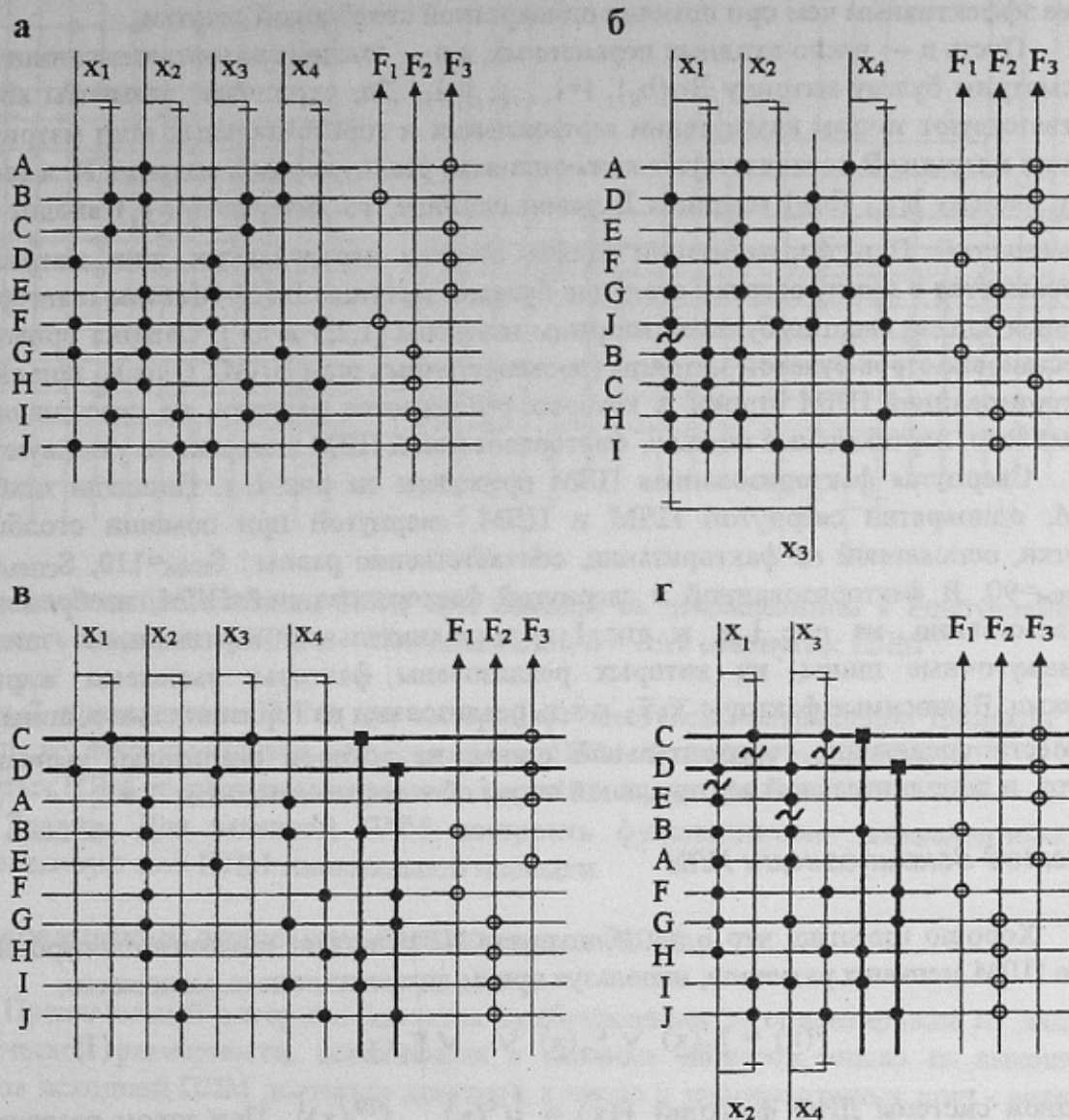


Рис. 1. Столбцовая свертка ПЛИМ, основанная на факторизации: а – исходная ПЛИМ; б – ПЛИМ, свернутая при помощи столбцовой свертки матрицы И; в – факторизованная ПЛИМ; г – свернутая факторизованная ПЛИМ

Факторизация ПЛИМ основана на факторизации элементарных конъюнкций, реализованных на промежуточных шинах ПЛИМ. Факторизация - замена общих частей (факторов) нескольких элементарных конъюнкций некоторой новой булевой переменной [3]. Например, на промежуточных шинах В, С, Н, I ПЛИМ реализуются конъюнкции, имеющие фактор $u_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_3$, а на шинах D, F, G, J – конъюнкции, имеющие фактор $u_2 = x_1 x_3$. Факторизация ПЛИМ - схемотехнический прием реализации факторов u_i на отдельных дополнительных промежуточных шинах ПЛИМ. При этом переменные u_i становятся входными шинами, которые имеют точки коммутации с теми промежуточными шинами, в которых реализуются конъюнкции, имеющие фактор.

Факторизованная ПЛМ изображена на рис. 1, в. С точки зрения классификации матричных структур факторизованная ПЛМ представляет собой частный случай многоуровневой логической матрицы (МЛМ) [4].

Факторизация позволяет разредить матрицу И ПЛМ, после чего уменьшение ее площади при помощи столбцовой свертки, основанной на факторизации, оказывается более эффективным чем при помощи однократной столбцовой свертки.

Пусть n — число входных переменных, а p — число горизонтальных шин ПЛМ. Рассмотрим булеву матрицу $V = \{b_{ij}\}$, $i=1, \dots, p$, $j=1, \dots, 2n$, единичные элементы которой соответствуют точкам коммутации вертикальных и горизонтальных шин матрицы И. Строки матрицы V соответствуют конъюнкциям, реализуемым в матрице И, а именно, если элемент $b_{i, 2j-1}$ ($b_{i, 2j}$) матрицы V равен единице, то литерал x_j (\bar{x}_j) входит в i -ю конъюнкцию. При формализации задача свертки вертикальных шин матрицы И превращается в задачу свертки столбцов булевой матрицы V [1]. Методы и алгоритмы решения задачи свертки булевой матрицы известны [1, 2, 5 и др.]. Свертка приводит к перестановке строк булевой матрицы (промежуточных шин ПЛМ). Однако при свертке факторизованной ПЛМ строки, в которых реализуются факторы, не переставляются. Кроме того, вертикальные шины u_i факторизованной ПЛМ в свертке не участвуют.

Свернутая факторизованная ПЛМ приведена на рис. 1, г. Площади исходной ПЛМ, однократно свернутой ПЛМ и ПЛМ, свернутой при помощи столбцовой свертки, основанной на факторизации, соответственно равны: $S_{ПЛМ}=110$, $S_{СПЛМ}=100$, $S_{ФСПЛМ}=90$. В факторизованной и свернутой факторизованной ПЛМ, изображенных, соответственно, на рис. 1, в и рис. 1, г, дополнительные вертикальные шины и промежуточные шины, на которых реализованы факторы, выделены жирными линиями. Выносимые факторы $\bar{x}_1 \bar{x}_3$ и $x_1 x_3$ реализованы на горизонтальных шинах C и D . Место соединения горизонтальной шины, на которой реализован выносимый фактор, и дополнительной вертикальной шины обозначено символом "■".

2. Метод декомпозиции ПЛМ

Хорошо известно, что одну «большую» ПЛМ можно заменить одноуровневой сетью ПЛМ меньших размеров, используя прием дизъюнктивного разложения

$$\underline{F}(\underline{x}) = \underline{F}_1(\underline{x}) \vee \underline{F}_2(\underline{x}) \vee \dots \vee \underline{F}_k(\underline{x}) \quad (1)$$

исходной системы ДНФ функций $\underline{F}(\underline{x}) = \{f^1(\underline{x}), \dots, f^m(\underline{x})\}$. При таком разложении каждая из подсистем $\underline{F}_i(\underline{x})$, $i=1, \dots, k$, реализуется на отдельной ПЛМ, а дизъюнкции в (1) реализуются в виде проводного ИЛИ выходных полюсов ПЛМ, входящих в сеть. Разложение (1) будем строить группированием конъюнкций исходной системы ДНФ в блоки - подсистемы $\underline{F}_i(\underline{x})$. В работе [6] построение разложения (1) называется «декомпозицией ПЛМ по промежуточным шинам». Для минимизации площади отдельных ПЛМ сети будем применять метод факторизации и последующей свертки.

Пусть построенные ПЛМ сети имеют следующие параметры:

n_1, \dots, n_k — числа вертикальных шин в матрицах И,

q_1, \dots, q_k — числа вертикальных шин в матрицах ИЛИ,

p_1, \dots, p_k — числа горизонтальных шин ПЛМ.

Под площадью сети ПЛМ будем понимать величину S , вычисляемую по формуле:

$$S = (n_1 + \dots + n_k + q_1 + \dots + q_k) \cdot \max(p_1, \dots, p_k). \quad (2)$$

Стоит отметить, что, подсчитывая площадь таким образом, мы учитываем только суммарную площадь информационных матриц ПЛИМ сети.

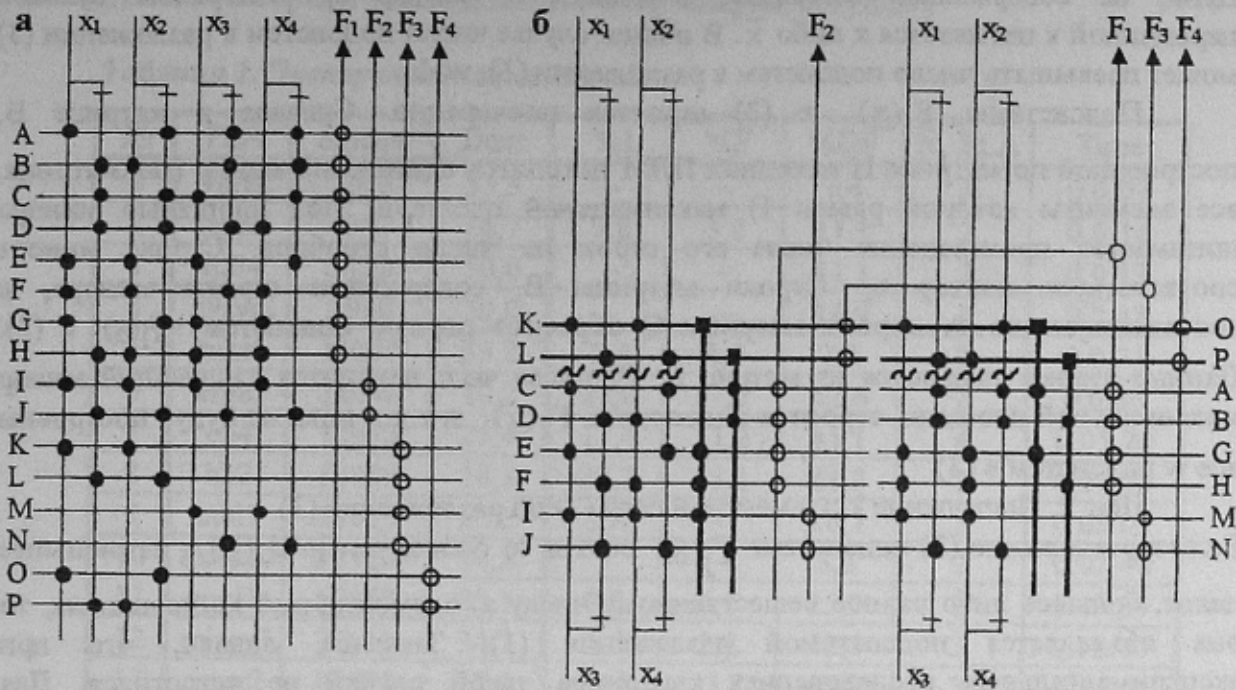


Рис. 2. Сокращение площади ПЛИМ при помощи ее декомпозиции в одноуровневую сеть свернутых ПЛИМ: а - исходная ПЛИМ; б - сеть свернутых ПЛИМ

На рис. 2 представлена ПЛИМ, для которой осуществлено сокращение площади при помощи ее декомпозиции в сеть свернутых ПЛИМ. Площади исходной ПЛИМ и сети свернутых ПЛИМ соответственно равны: $S_{ПЛИМ}=192$, $S_{СЕТИ}=144$.

Задача. Для заданной ПЛИМ построить функционально эквивалентную ей одноуровневую сеть ПЛИМ минимальной площади.

3. Итеративный алгоритм декомпозиции ПЛИМ

Предлагаемый алгоритм является приближенным и ориентирован на задачи практической размерности, когда число n входных полюсов, число m выходных полюсов исходной ПЛИМ достигает десятков, а число p промежуточных шин - сотен и тысяч.

Для заданного числа k ($k=2, 3, \dots$) блоков - элементов сети строится сеть минимальной площади. Если для $k+1$ уменьшение площади сети не произошло, то построенная предыдущая k -элементная сеть является результирующей.

Для заданного числа k сеть минимальной площади строится следующим образом.

Шаг 1. Строится разложение

$$\underline{F}(x) = \underline{F}_1(x) \vee \underline{F}_2(x) \vee \dots \vee \underline{F}_w(x), \tag{3}$$

в котором каждая из функций f_j^q , $j=1, \dots, k$, $q=1, \dots, m$, системы

$\underline{F}_j(x) = \{f_j^1(x), \dots, f_j^m(x)\}$ представима в виде

$$f_j^q(x) = c_j D_j^q, \tag{4}$$

где u_j - фактор всех элементарных конъюнкций, входящих в подсистему $F_j(x)$, D_j^q - ДНФ, не содержащая литералов, входящих в фактор u_j . Литералом булевой переменной x называется x либо \bar{x} . В общем случае число подсистем в разложении (3) может превышать число подсистем в разложении (1): $w > k$.

Подсистемы $F_j(x)$ в (3) строятся поочередно. Сначала в матрице B , построенной по матрице I исходной ПЛИМ находится единичный минор (подматрица, все элементы которой равны 1) максимальной площади. Под площадью минора понимается произведение числа его строк на число столбцов. Строке минора соответствует фактор u_j . Строки матрицы B , содержащие строки минора, и соответствующие им строки матрицы Q образуют первую подсистему $F_1(x)$ в (3). Данные строки удаляются из матриц B , Q , после чего находится следующий минор максимальной площади, строится подсистема $F_2(x)$, и т.д., пока не будут построены все w подсистем в (3).

Шаг 2. Построение k -элементной сети (1) по разложению (3). Если в разложении (3) подсистема $F_j(x)$ задана на более, чем $\lceil p/k \rceil$ ($\lceil a \rceil$ – наименьшее целое, большее либо равное вещественному числу a) элементарных конъюнкциях, то она объявляется подсистемой разложения (1). Заметим, однако, что при экспериментальных исследованиях алгоритма такой случай не встретился. Для остальных подсистем решается задача группировки их по блокам, сводящаяся к комбинаторной задаче разбиения системы чисел на классы с ограниченной суммой [3]. Дизъюнкция подсистем, попавших в один класс, представит собой подсистему разложения (1).

Шаг 3. Факторизация и последующая свертка ПЛИМ, реализующих подсистемы $F_j(x)$ в (1), с помощью метода [6].

Шаг 4. Вычисление площади построенной сети свернутых ПЛИМ по формуле (2).

4. Экспериментальные данные

Модифицированный алгоритм декомпозиции ПЛИМ в сеть свертываемых ПЛИМ был программно реализован на языке C++, и на персональном компьютере с процессором Pentium-100 проведен эксперимент на множестве промышленных ПЛИМ, собранных в центре микроэлектроники Северной Каролины (MCNC benchmark set, 1991). Модификации был подвергнут шаг 2. Данный шаг был упрощен – в очередную подсистему $F_j(x)$ заносились элементарные конъюнкции, содержащие строки поочередно строящихся миноров. Процесс занесения строк продолжался до тех пор, пока выполнялось ограничение $\lceil p/k \rceil$. При этом исчезала необходимость в решении задачи разбиения системы чисел на классы.

Приблизительно для каждой второй ПЛИМ алгоритм декомпозиции дал большее сокращение площади, чем алгоритм однократной свертки исходной ПЛИМ. В табл. 1 приведены некоторые из этих ПЛИМ.

В табл. 1 введены следующие обозначения: PLA – наименование ПЛИМ; Square – площадь исходной ПЛИМ; Dens – плотность заполнения матрицы I (в %); %1 – уменьшение площади исходной ПЛИМ методом однократной столбцовой свертки (по отношению к площади исходной ПЛИМ, в %); %F – уменьшение площади исходной ПЛИМ при помощи ее факторизации и столбцовой свертки (в %); %DF – уменьшение

площади исходной ПЛМ при помощи ее декомпозиции в сеть свернутых ПЛМ; N_PLA – число ПЛМ в построенной сети ПЛМ; Time – время работы программы, реализующей алгоритм декомпозиции (часы, минуты, секунды).

Таблица 1. Экспериментальные данные

№	PLA	Square	Dens	%1	%F	%DF	N PLA	Time
1	9sym	1653	33,3	–	–	7,4	3	0.0.07
2	sum5	4342	26,7	3,8	3,2	11,9	2	0.0.14
3	rd84	5120	50,0	–	–	11,1	2	0.0.13
4	z9sym	7980	50,0	–	–	14,9	4	0.0.48
5	sum6	11005	25,8	3,2	2,9	7,2	2	0.0.31
6	arbitr	12090	10,2	29,0	31,5	42,6	2	0.0.35
7	e64	12675	25,4	17,4	31,2	45,1	4	0.05.20
8	b12	16809	14,3	28,2	25,1	41,3	3	0.01.09
9	add7	21315	25,2	2,8	–	26,1	5	0.03.01
10	ex1010	30720	14,8	–	–	3,3	2	0.02.48
11	cordic	57888	33,1	8,3	6,1	25,7	2	0.09.39
12	misex3	77616	34,7	4,7	2,2	12,5	3	0.02.40
13	apex2	83835	17,9	30,8	33,2	43,8	3	0.31.49
14	cps	102678	22,8	7,6	10,1	61,3	5	0.07.44
15	seq	170703	14,9	23,0	23,8	35,3	2	0.31.40
16	spla	170742	49,2	3,8	3,8	42,7	4	0.15.35
17	ex4	176080	2,8	44,3	44,2	50,6	2	01.12.51
18	apex5	395094	2,5	36,0	35,0	44,9	2	02.26.45

Заключение

Предложенный в данной работе алгоритм сокращения площади ПЛМ при помощи декомпозиции ПЛМ в сеть свернутых ПЛМ является эффективным и пригодным для решения задач практической размерности.

Литература

1. Бибило П.Н. Синтез комбинационных ПЛМ-структур для СБИС. Минск: Наука и техника, 1992. – 232 с.
2. Ульман Дж. Вычислительные аспекты СБИС : Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1990. – 480 с.
3. Синтез асинхронных автоматов на ЭВМ / Под ред. А. Д. Закревского. Минск: Наука и техника, 1975. – 184 с.
4. Мурога С. Системное проектирование сверхбольших интегральных схем : Пер. с англ. Кн. 2. – М.: Мир, 1985. – 290 с.
5. Аношин К.В. Итеративный алгоритм столбцовой свертки ПЛМ, основанный на ее факторизации // Материалы второй международной конференции “Автоматизация проектирования дискретных систем”. – Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1997. – Т. 3. – С. 209–216.
6. Закревский А.Д. Логический синтез каскадных схем. М.: Наука, 1981. – 416 с.