УДК 681.5.013

В.М. Довгаль (д-р техн. наук, проф.), Б.В. Гавриленко (канд. техн. наук, доц.), С.В. Неежмаков (канд. техн. наук, доц.)
Курский государственный университет, г. Курск
Межрегиональный Центр высоких информационных технологий,
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра «Горная электротехника и автоматика им. Р.М. Лейбова»
E-mail: vmdovgal@yandex.ru, bvg@dgtu.donetsk.ua, serg_n@list.ru

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ: ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРИНЯТИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

В работе рассматриваются проблемы корректности разработки математического обеспечения для процессов принятия решений на основе нечеткой логики в сфере компьютерной медицинской диагностики; приводятся доказательства логической противоречивости метода диагностики и нарушения законов теории нечетких множеств в базовой статье с целью повышения качества методов и инструментальных средств медицинской диагностики.
Ключевые слова: *теория нечетких множеств, компьютерная диагностика, функция принадлежности, коэффициент уверенности, нечеткая логика, алгоритм.*

Общая постановка проблемы

В последнее время прикладная теория нечетких множеств бурно развивается и находит полезные приложения в разных областях науки и техники. Популярность этого математического аппарата привлекает внимание многих исследователей, однако чрезмерная формализация создает существенные трудности для экспертизы результатов его применения в естественнонаучных приложениях. В работе [1] рассмотрены некоторые российские научные работы с некорректным применением теории нечетких множеств. Данная публикация является естественным продолжением темы статьи [1], и сосредоточена на исследовании механизмов использования нечеткой логики принятия решений в медицинской диагностике в статье [2]. В этой статье изложен метод диагностики, который положен в основу последующих публикаций и диссертаций, защищенных в Юго-Западном государственном университете (г. Курск). Трактовки терминов ниже по тексту и математические положения основываются на фундаментальной монографии Арнольда Кофмана [3].

Постановка задач исследования

Основная задача исследования заключается в анализе логической состоятельности, математической корректности и практической пригодности метода медицинской диагностики на основе нечеткой логике, представленного в статье [2].

Решение задач и результаты исследований

Рассмотрим базовую статью [2] из *рецензируемого* журнала «Биомедицинская радиоэлектроника», № 5, 2009 г. группы авторов из разных стран: Н.А. Кореневский (ЮЗГУ, РФ), Флорин Ионеску (Университет прикладных наук, г. Констанц, Германия), Кузьмин (ЮЗГУ, РФ), Риад Таха Аль-Касасбех (Университет прикладных наук «Эль-Балка», г. Амман, Иордания). Цитата из статьи: «*Базовым элементом при синтезе нечетких решающих правил является* ***функция принадлежности к*** *исследуемым* ***классам*** *состояния здоровья пациентов* ***с носителем*** [в статье так называют базовое множество (универсум) — *Авт.*], ***определяемым по шкалам информационных признаков*** *(факторов риска)* x_i *или* *комбинированным шкалам* Y_i *. Соответствующие функции принадлежности обозначим как* $\mu_{\omega e}(x_i)$*,* $\mu_{\omega e}(Y_i)$*».*

Таким образом, в статье вводятся одноместные функции принадлежности к классу диагнозов ω, но который является множеством на прямом произведении множества диагностических признаков, с универсумом (базовое множество, аргумент) X”, представляющим собой множество значений одного и только одного измеряемого признака.

Использование одноместных функций принадлежности к классу диагнозов ω по множеству значений признака X” (шкале), приводит к неустранимому логическому противоречию исходных положений метода диагностики.

В анализируемой статье используется одноместная «функция принадлежности $\mu_\omega(x)$ к диагнозу (классу) ω с носителем [базовым множеством, универсумом, аргументом — *Авт.*] $\forall x \in X”$, где X” — шкала диагностического признака. Это строго определяет, что некоторые $x \in X \subseteq X”$ *с ненулевой* степенью принадлежности есть элементы из **ω***, т.е. $X \subseteq \omega^*$, где ω*= support ω**.** В теории нечетких множеств суппорт (support) определяется как множество элементов $x \in X”$ таких, что $\mu_\omega(x) > 0$. Естественно, для класса ω *с нечеткой мерой* строго выполняется:

$$\text{support}\ \omega = \omega^* \subseteq P = X”_1 \times X”_2 \times \ldots \times X”_N \text{ при } N > 1,$$

где P — *четкое* множество (пространство) диагностических признаков X”i, полученное как прямое произведение *четких* базовых множеств значений признаков, которые в границах используемого метода поступают на обработку в диагностическую систему последовательно. Таким образом, имеется три *строго четких* множества X, ω* и P, а для них вступают в силу объективные *законы классической алгебры множеств.* Рассмотрим подмножества:

1. $\omega^* \subseteq P$ — по определению суппорта и по заданию диагноза в N- мерном пространстве диагностических признаков при N > 1. Очевидно, что при N = 1 нет необходимости строить диагностическую систему.

2. $X \subseteq \omega^*$ — по заданной (введенной в статье [2]) нечеткой мере $\mu: X” \to [0,1]_\omega$, т.е. $\mu_\omega(x)$ для $\forall x \in X”$, что рассматривалось выше.

Кроме того, множества X и P не имеют общих элементов на основании строгого определения равенства кортежей (элементов множеств): они, прежде всего, равны тогда и только тогда, когда имеют равную длину (равное число элементов). В работе кортежи из X объективно имеют длину, равную 1, а кортежи из P объективно имеют длину, равную N > 1. Отсюда $X \cap P = \emptyset$, тогда получим

3. $X \subseteq$ не-P.

Таким образом, анализируемый метод основывается на следующих трех исходных формальных положениях:

$$X \subseteq \text{не-}P;\ \ \omega^* \subseteq P;\ \ X \subseteq \omega^*.$$

По закону контрапозиции $X \subseteq \text{не-}P = P \subseteq \text{не-}X$, тогда по закону транзитивности получим в точности

$$(X \subseteq \omega^*)\text{И}(\omega^* \subseteq P)\text{И}(P \subseteq \text{не-}X) = X \subseteq \text{не-}X, \tag{1}$$

что является для строго заданного *объективно четкого множества X доказанным и принципиально неустранимым логическим противоречием».* Свойство отображать из некоторого базового множества в степени принадлежности к другому базовому множеству, не имеющему общих элементов с первым, противоречит термину «нечеткая мера». Авторы статей *осуществляют* ***подмену*** *термина «нечеткое отображение из множества значений признака в множество классов кортежей диагнозов», термином «функция принадлежности к диагнозу по признаку* $\mu_\omega(x)$*».*

Вместе с тем, если ω и X не имеют общих элементов, т.к. для ω элементами являются кортежи с длиной N, а для X кортежи имеют длину 1, то событие $x \in \omega$ принципиально невозможно, следовательно, его вероятность равна нулю. Также все $\mu_{\omega j}(xi)$ всегда будут равны нулю.

Описанные противоречия ставят под сомнение корректность использования описанного метода в качестве инструмента медицинской диагностики. Рассмотрим логическую несостоятельность объекта исследования **даже при корректном задании** нечетких переменных, как нечетких мер на каждом множестве значений признаков.

Пусть заданы два базовых множества признаков, например, X1 — шкала нервно-психического напряжения и X2 — шкала температуры тела. Пусть на каждом базовом множестве заданы нечеткие переменные нечеткие множества A и B соответственно. Тогда будем иметь $\mu_A(x1)$ и $\mu_A(x2)$, на *разных базовых множествах* $\forall x1 \in X1$ и $\forall x2 \in X2$ соответственно, не имеющих общих элементов. В анализируемой статье над множествами, заданными функциями принадлежности выполняется логическая операция объединения в виде «алгебраической (вероятностной) суммы множеств». Логические операции в теории множеств с нечеткой мерой, как и «алгебраическая сумма множеств», имеют строгое определение и разрешены для выполнения только тогда, когда множества-операнды задаются на одном и только одном базовом множестве (см. основополагающую работу [3], стр. 49, формула (8.4)). Вопреки существующему определению в анализируемой статье однократно или многократно выполняется операция на разных базовых множествах, например, для класса диагнозов A

$$\mu\,(?) = \mu_A(x1) + \mu_A(x2) - \mu_A(p1)*\mu_A(x2),\ \forall x1 \in X1,\ \forall x2 \in X2 \text{ и } X1 \cap X2 = \acute{\varnothing} \qquad (2)$$

т.е. выполняется запрещенная операция, а результат операции μ (?) является некорректным для множеств с нечеткой мерой. При использовании выражения (2) *множество кортежей диагнозов, т.е. базовое множество не может быть определено, а тогда нет основы для разграничения классов кортежей двух и более диагнозов. Авторами статей определяется значение степени принадлежности на прямом произведении [0, 1]×[0,1], а не на X1×X2.*

Покажем, что формула (2) всегда будет равна 1 при заданных условиях. По закону де Моргана строго выполняется равенство

$$\mu_A(x1) + \mu_A(x2) - \mu_A(x1)*\mu_A(x2) = 1 - (1 - \mu_A(x1))*(1 - \mu_A(x2)), \qquad (3)$$

но базовые множества X1 и X2 не имеют общих элементов. Например, P1 — значения шкалы числа лейкоцитов, X2 — шкала частоты пульса, а тогда и дополнения любого из их подмножеств не имеют общих элементов, точнее, при непересекающихся базовых множествах любые их подмножества не пересекаются, а дополнения любого подмножества также является подмножеством или только на X1, или только на X2, отсюда

$$(1 - \mu_A(x1))*(1 - \mu_A(x2)) = 0 \text{ и } 1 - 0 = 1,$$

следовательно,

$$\mu_A(x1) + \mu_A(x2) - \mu_A(x1)*\mu_A(x2) = 1.$$

Тот же результат получим для класса диагнозов B

$$(1 - \mu_B(x1))*(1 - \mu_B(\,(x2)) = 0 \text{ и } 1 - 0 = 1,$$

следовательно,

$$\mu_B(x1) + \mu_B(\,(x2) - \mu_B(x1)*\mu_B(x2) = 1.$$

Естественно, для других классов C, D,…,W авторы статьи [2] по закону де Моргана должны получать для каждого класса результат, равный 1, что ими игнорируется. Кроме того, разграничение классов на основе предлагаемого авторами инструмента принципиально неосуществимо, поскольку выбор максимального значения из всех 1 для каждого класса не позволяет осуществить выбор одного из множества классов для входного кортежа признаков, соответствующего некоторому пациенту. Такая формула, которая всегда равна 1 при любых значениях функций принадлежности в левой части равенства (3) и при любом числе классов диагнозов, *принципиально непригодна для разграничения классов.*

Кроме того, прежде чем записывать операцию в виде (2), авторы для использования запрещенной операции над множествами с нечеткой мерой, без достаточных оснований

переименовывают *«функции принадлежности* $\mu_{\omega i}(xj)$*»* (i = 1–N; j = 1–M; N — число признаков; M — число классов диагнозов) *в «коэффициенты уверенности (КУ) в диагнозе»*. Но при возвращении имен, подмена термина выступает со всей очевидностью. Переименование «функций принадлежности $\mu_{\omega i}(xj)$» в КУ не связано с корректным переходом к мерам доверия, используемых в теории Шортлиффа-Бьюкенена, а в анализируемом методе диагностики во всех статьях выполняется непосредственная подстановка КУ = $\mu_{\omega i}(xj)$. Поэтому формула (2) в анализируемой статье принимает вид:

$$КУ = КУ1 + КУ2 – КУ1*КУ2 \quad (4)$$

и это выражение называется авторами формулой Э. Шортлиффа. Еще раз подчеркнем, что $\mu_{\omega i}(xj)$ всегда равна 0, поэтому вне зависимости от названия формулы результат всегда будет равен 0.

Самым значимым является то, что авторы в своих статьях при организации процесса диагностики *аннулируют важнейший ее этап, который предназначен для формирования базового множества кортежей диагноза,* т.е. формирование базового множества кортежей диагнозов. Без базового множества кортежей диагнозов корректное решение задачи разграничения классов кортежей диагнозов не представляется возможным ни при последовательном введении признаков для обработки, ни при использовании всех одновременно. Построение базового множества кортежей диагнозов для случая рассмотрения множеств-признаков с нечеткой мерой в известных и корректных приложениях множеств с нечеткой мерой осуществляется, как правило, с помощью *операции прямого произведения нечетких множеств*:

$$\mu_{\omega}(P) = \min(\mu_{\omega}(x1), \mu_{\omega}(x2),\ldots, \mu_{\omega}(xN)), \quad (5)$$

заданных на разных признаках, для локализации каждого класса кортежей диагнозов.

Со всей очевидностью для двух признаков X1 и X2 (как и для любого их числа)

$$\mu_{\omega}(x1)+ \mu_{\omega}(x2)– \mu_{\omega}(x1)*\mu_{\omega}(x2) \neq \min(\mu_{\omega}(x1), \mu_{\omega}(x2)), \quad (6)$$

чем устанавливается факт *подмены терминов, как основной логической ошибки* в структуре заявленного авторами метода диагностики на основе «нечеткой логики принятия решений».

Также со всей очевидностью формула (2) *не является эквивалентной* операции max(min(***)), реализующей метаимпликацию [3]. Обозначения *** замещают обозначения одноместных функций принадлежности с разными аргументами.

Без предварительного выполнения прямого произведения множеств с нечеткой мерой с функциями принадлежности, заданными корректно, используя только формулу (2), задача диагностики не имеет решения. Действительно, при всем разнообразии значений $\mu_{\omega 1}(x1) > 0$ и $\mu_{\omega 2}(x2) > 0$ с помощью формулы (2) будет определены значения принадлежности, но неизвестно к какому нечеткому классу диагнозов, поскольку классы диагнозов не заданы на прямом произведении диагностических признаков.

Установленные факты противоречия исходных посылок (положений), применения запрещенной операции, подмены терминов исключают необходимость анализа последующих этапов рассматриваемого метода диагностики на основе нечеткой логики принятия решений [2] и результатов проведенных экспериментов, поскольку экспериментальная проверка метода, созданного на противоречивых основаниях и с логическими ошибками «подмены терминов» не может быть осуществлена.

Выводы

1. Доказано, что введение в статье [2] «функции принадлежности к диагнозу по признакам» приводит к неустранимому противоречию используемого метода диагностики. Авторы после модификации теории нечетких множеств не осуществили проверку исходных положений на непротиворечивость. Установлено, что введенная авторами «функция принадлежности» всегда равна нулю.

2. В анализируемой статье все решающие правила реализуются при условиях, запрещающих применять операцию объединения нечетких множеств «алгебраическая сумма

множеств». Доказано, что при условиях применения решающих правил и корректном задании нечетких множеств на каждом диагностическом признаке в соответствии с законом де Моргана результат всегда будет строго равен 1 для всех классов диагнозов, что не позволяет осуществить выбор принадлежностей для пациента, заданного конкретным кортежем, к соответствующим классам диагнозов.

3. Установлено, что в анализируемом методе диагностики не выполняется формирование прямого произведения нечетких признаков, что не позволяет построить и локализовать классы диагнозов, а вначале выполняется «псевдообъединение» нечетких множеств на основе формулы Э. Шортлиффа, которая при некорректно заданных «функциях принадлежности» всегда будет давать нулевой результат. Следовательно, использование рассмотренного метода диагностики является неприменимым в практических приложениях.

Список использованной литературы

1. Довгаль В.М. Проблемы приложений теории нечетких множеств: автоматическая диагностика / В.М. Довгаль, С.В. Неежмаков, В.Ф. Шевченко // Наукові праці ДонНТУ. — 2011. — Вип. 20 (182). С. 137 – 144.
2. Кореневский Н.А. Прогнозирование возникновения, обострения и донозологическая диагностика остеохондрозов поясничного отдела позвоночника с использованием методов рефлексодиагностики / Н.А. Кореневский, Ф. Ионеску, А.А. Кузьмин, Р.Т. Аль-Касасбех. // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2009. - № 5. — С. 60 – 64.
3. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. - М.: Радио и связь, 1982.

Надійшла до редакції:
29.02.2012 р.

Рецензент:
д-р техн. наук, проф. Ткаченко В.М.

V.M. Dovgal, B.V. Gavrilenko, S.V. Neezhmakov. Information technologies: problems of the mathematical providing of acceptance of diagnostic decisions. *The problems of correctness of development of the mathematical providing are in-process examined for the processes of making decision on the basis of fuzzy logic in the field of computer medical diagnostics; proofs of logical contradiction of method of diagnostics and violation of laws of theory of fuzzy sets are adduced in the base article with the purpose of upgrading of methods and tools of medical diagnostics.*

Keywords: *theory of fuzzy sets, computer diagnostics, function of belonging, coefficient of confidence, fuzzy logic, algorithm.*

В.М. Довгаль, Б.В. Гавриленко, С.В. Нєєжмаков. Інформаційні технології: проблеми математичного забезпечення ухвалення діагностичних рішень. *У роботі розглядаються проблеми коректності розробки математичного забезпечення для процесів ухвалення рішень на основі нечіткої логіки у сфері комп'ютерної медичної діагностики; наводяться докази логічної суперечності методу діагностики і порушення законів теорії нечітких великих кількостей у базовій статті з метою підвищення якості методів і інструментальних засобів медичної діагностики.*

Ключові слова: *теорія нечітких великих кількостей, комп'ютерна діагностика, функція приналежності, коефіцієнт упевненості, нечітка логіка, алгоритм.*