

## БЛОЧНО ОРИЕНТИРОВАННЫЕ SIMULINK-МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ СЕТЕВЫХ ОБЪЕКТОВ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Разинков Д.С.  
Кафедра ЭВМ ДГТУ  
svjatnyj@cs.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

*Razinkov D.S., Block-oriented SIMULINK-models of net dynamic objects with the concentrated parameters. The mathematical modeling of net dynamic objects is the integral part of research of multicoherent systems, proceeding in them. In this article is considered the construction of mathematical models of network dynamic objects with the concentrated parameters in environment MATLAB-SIMULINK.*

### Введение

В различных областях техники широкое распространение получили динамические объекты сетевой структуры, которые относятся к классу сложных динамических систем. Математическое моделирование этих объектов становится неотъемлемой частью исследования протекающих в них многосвязных процессов, разработки систем управления, сопровождения проектных работ, обучения обслуживающего персонала.

В статье рассмотрено построение математических моделей сетевых динамических объектов с сосредоточенными параметрами в среде MATLAB-SIMULINK на основе метода непосредственного интегрирования и матричного описания графа объекта, позволяющего автоматически формировать систему уравнений в виде, удобном для моделирования. В качестве примера объекта моделирования использован фрагмент шахтной вентиляционной сети.

### 1. Формальное описание и структура моделей сетевых объектов

Под сетевым динамическим объектом понимается совокупность элементов, связанных между собой физическими узлами, через которые осуществляется целенаправленное распределение потоков (электрический ток, потоки жидкостей и газов в соответствующих инженерных сетях). Динамические процессы изменения потоков в элементах и сети в целом делятся на процессы с сосредоточенными и распределенными параметрами. Будем рассматривать элементы сетей с сосредоточенными параметрами, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. На рис. 1 представлены элементы электрических и аэро(гидро)динамических сетей.

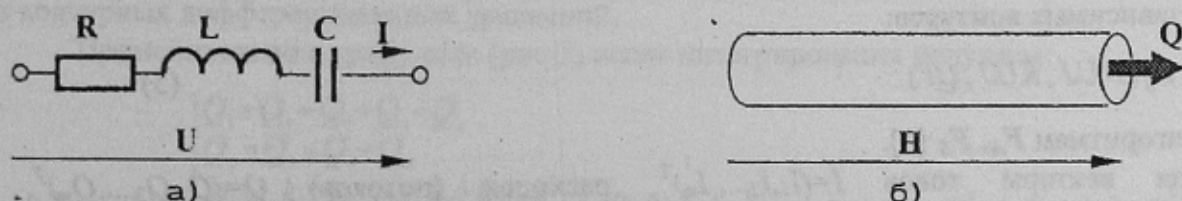


Рис.1 Элементы электрической а) и аэро(гидро)динамической б) сетей.

Ток  $I(t)$  в элементе электрической сети (рис. 1, а) определяется уравнением:

$$L \frac{dI}{dt} + R \cdot I + \frac{1}{C} \int I dt = U, \quad (1)$$

где  $R, L, C$  - параметры элемента,  $U$  - разность потенциалов в узлах сети, к которым он подключен.

В случае аэро(гидро)динамической сети поток воздуха (газа, жидкости) в отдельном элементе (рис.1,б) можно упрощенно (пренебрегая сжимаемостью потока) описать следующим дифференциальным уравнением:

$$K \frac{dQ}{dt} + RQ^2 = H, \quad (2)$$

где  $K$  - коэффициент, характеризующий инерционность воздушного потока,  $R$  - аэродинамическое сопротивление,  $Q$  - поток (расход) воздуха (газа, жидкости),  $H$  - депрессия (разность давлений в начальном и конечном узлах ветви).

Сетевые объекты различной физической природы могут иметь плоские или объемные геометрические строения (рис. 2 - простая шахтная трехмерная вентиляционная сеть), которые представляются в виде графов (рис.3), отображающих все связи между элементами.

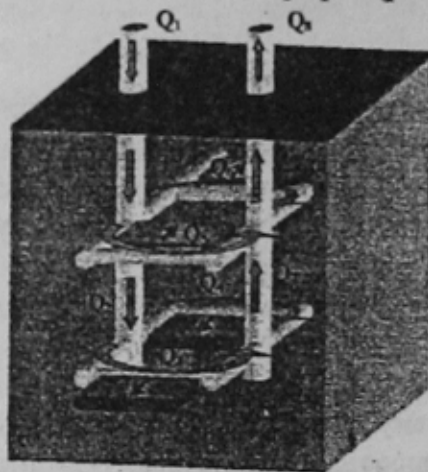


Рис.2 Простая вентиляционная сеть

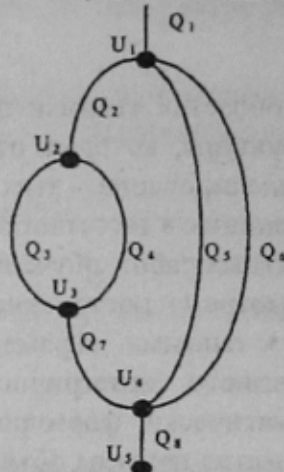


Рис.3 Граф вентиляционной сети

Главными характеристиками графа являются число ветвей  $m$  и узлов  $n$ . Топология графа формально кодируется таблицей вида:

$$NUJ \quad KUJ \quad QI, \quad (3)$$

где  $QI$  - идентификаторы потоков в ветвях,  $NUJ, KUI$  - идентификаторы начальных и конечных узлов ветви. При этом  $I \in (1, 2, \dots, m)$ ,  $J \in (1, 2, \dots, n)$ .

Из топологической таблицы (3) могут быть получены матрицы инциденций

$$A = F_A(NUJ, KUJ, QI) \quad (4)$$

и независимых контуров:

$$S = F_S(NUJ, KUJ, QI) \quad (5)$$

по алгоритмам  $F_A, F_S$  [1].

Вводя векторы токов  $I = (I_1, I_2, \dots, I_m)^T$ , расходов (потоков)  $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_m)^T$ , диагональные матрицы параметров  $L, R, 1/C, K$ , векторы нелинейной зависимости  $Z = (Q_1^2, Q_2^2, \dots, Q_m^2)^T$  и источников напряжения  $E = (E_1, E_2, \dots, E_m)^T$ , давлений турбомашин  $H = (H_1, H_2, \dots, H_m)^T$ , можно записать матрично-векторные уравнения сетевых объектов в виде:

$$\begin{cases} AI = 0 \\ SL \frac{dI}{dt} + SRI + S \frac{1}{C} \int Idt = SE \end{cases} \quad (6)$$

или

$$\begin{cases} AQ = 0 \\ SK \frac{dQ}{dt} + SRZ = SH \end{cases} \quad (7)$$

Таким образом, формальное описание сетевых динамических объектов (СДО) включает уравнения элементов (процессов в ветвях) вида (1) или (2), таблицу кодирования графа СДО (3), алгоритмы построения матриц (4), (5) и матрично-векторные уравнения вида (6) или (7). Описание является основой для построения моделей СДО. Анализируя опыт аналогового, аналого-цифрового и цифрового моделирования подобных объектов [1], можно заключить, что к моделям предъявляются следующие требования: дружелюбность к пользователю, выражающаяся в основном в удобстве работы с исходными данными (топология и параметры) и с результатами моделирования; возможность работы с несколькими численными методами решения уравнений, автоматизированное составление и приведение уравнений СДО к виду, удобному для численного решения. Этим требованиям соответствует структура модели СДО, включающая топологический анализатор (ТА), генератор уравнений (ГУ), решатель уравнений (РУ), подсистему диалога и визуализации результатов моделирования (ПД)[1,2,3]. Эта структура обеспечивает компьютерную поддержку всех этапов разработки и применения моделей:

1. Кодирование графа СДО и задание параметров ветвей и источников энергии.
2. Построение дерева и антидерева графа, матриц инцидентий и контуров (топологический анализ).
3. Систематизация и структурирование потоков и параметров в матрично-векторном представлении.
4. Автоматическое генерирование векторно-матричных систем уравнений СДО.
5. Решение уравнений заданным численным методом (моделирование динамических процессов).
6. Визуализация результатов моделирования.
7. Диалоговое управление этапами 1-6 со стороны разработчика (пользователя) системы.

Известны два основных метода построения моделей СДО[1,2], которые могут быть положены в основу функционирования названных структурных единиц моделей: метод непосредственного интегрирования и метод разрешения систем уравнений относительно векторов производных и потоков в ветвях дерева. Рассмотрим возможности реализации этих методов и структуры моделей СДО в среде MATLAB-SIMULINK.

## 2. Метод непосредственного интегрирования

Метод предложен В.А. Святным [1,2] и успешно применялся для построения аналоговых и аналого-цифровых моделей. Идея метода состоит в том, что  $n-1$  неизвестных токов (потоков) находятся из узловых алгебраических уравнений, а  $\gamma = m - n + 1$  неизвестных — из контурных дифференциальных уравнений.

Применительно к графу сети (рис.2) после интегрирования получаем:

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5 \\ Q_2 = Q_3 = Q_4 + Q_5 \\ Q_3 = -\frac{k_1 + k_2}{k_3} Q_4 + \frac{k_2 + k_1}{k_3} Q_5 + \frac{1}{k_3} \int [H - R_1 \cdot Q_3^2 - (R_1 + R_2) \cdot Q_4^2 - (R_2 + R_3) \cdot Q_5^2] dt \\ Q_4 = -\frac{k_1 + k_2}{k_1} Q_5 + \frac{k_2 + k_1}{k_1} Q_3 + \frac{1}{k_1} \int [H - R_1 \cdot Q_3^2 - (R_1 + R_2) \cdot Q_4^2 - (R_2 + R_3) \cdot Q_5^2] dt \\ Q_5 = -\frac{k_1 + k_2}{k_3} Q_4 + \frac{1}{k_3} \int [H - R_1 \cdot Q_3^2 - (R_1 + R_2) \cdot Q_4^2] dt \\ Q_5 = -\frac{k_1 + k_2}{k_1} Q_4 + \frac{1}{k_1} \int [H - R_1 \cdot Q_3^2 - (R_1 + R_2) \cdot Q_4^2] dt \end{cases} \quad (8)$$

По этой системе составляется блок-схема модели в среде SIMULINK (рис.4). Задав тестовый скачок депрессии  $H$ , получаем динамическую картину изменения расходов  $Q_3, Q_4, Q_5, Q_6$  в ветвях схемы (рис.5).

Легко заметить, что рассмотренный метод решения сетевых задач довольно трудоемок, так как весь процесс подготовки уравнений, расчёта параметров и составления схемы выполняется вручную без компьютерной поддержки. Кроме того, блочная модель имеет значительные размеры и сложна для восприятия. Опыт показывает, что этот метод может применяться для простых сетевых объектов при изучении методики использования блочно-ориентированного языка моделирования SIMULINK.

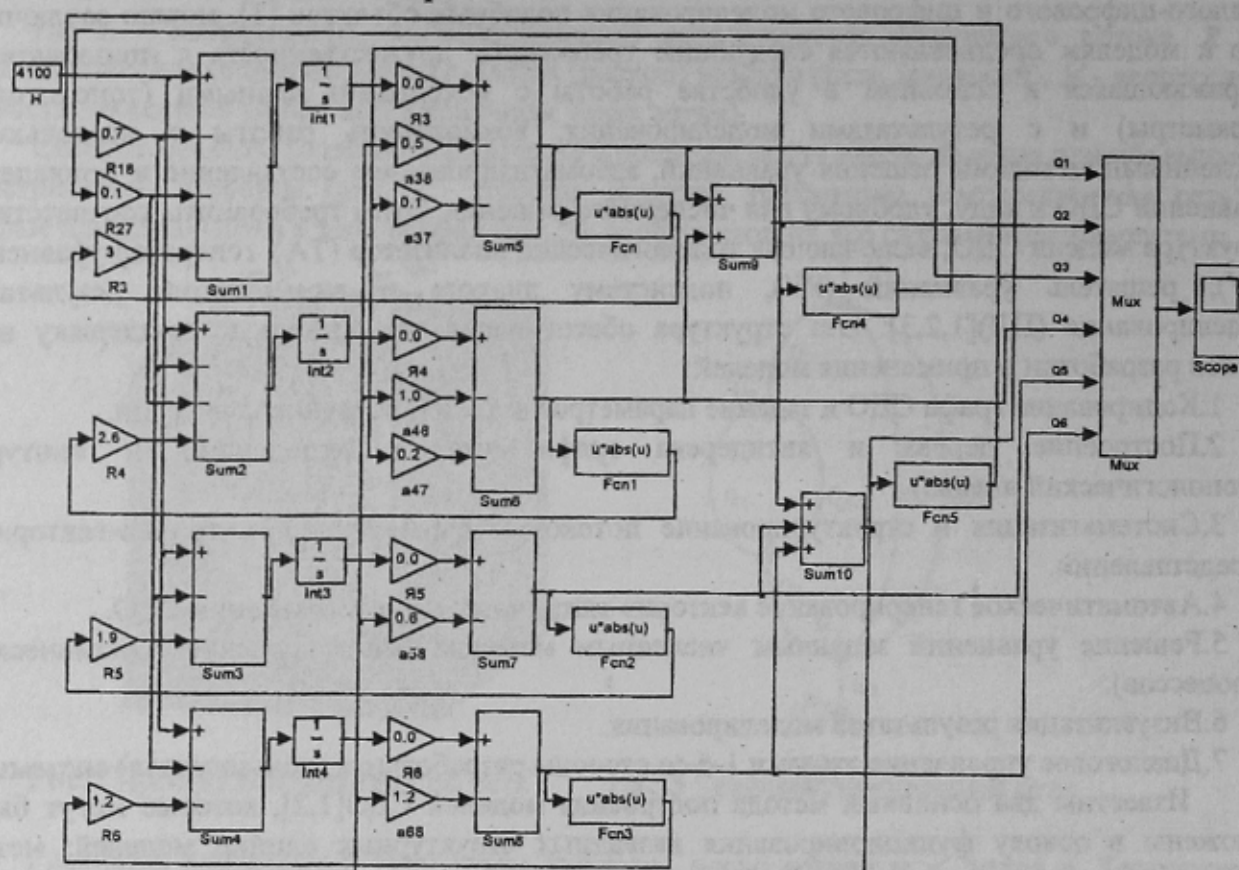


Рис.4 Модель системы вентиляции в среде MATLAB-SIMULINK

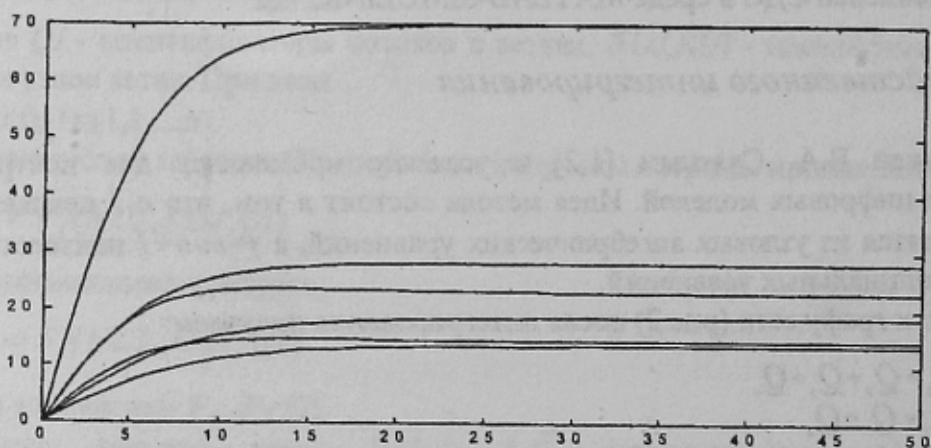


Рис.5 - Динамика расходов воздуха в ветвях схемы при скачке депрессии.

### 3. Метод разрешения систем уравнений относительно вектора производных и токов (потоков) в ветвях дерева графа сети

Построив дерево и антидерево графа сети, представим векторы токов (потоков) в виде:

$$Q = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $X, Y$  – векторы токов (потоков) в ветвях дерева и антидерева соответственно. Матрицы инциденций и векторов могут быть представлены как состоящие из подматриц, столбцы которых упорядочены по нумерации векторов  $X=(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}), Y=(Y_1, Y_2, \dots, Y_{r-1})$ :

$$A=(A_x \ A_y) \quad (10)$$

$$S=(S_x \ S_y) \quad (11)$$

Упорядочив по  $X, Y$  диагональные матрицы параметров сетевых объектов и векторы источников энергии, уравнения (6),(7) можно переписать в форме:

$$\begin{cases} A_x X + A_y Y = 0 \\ S_x L_x \frac{dX}{dt} + S_y L_y \frac{dY}{dt} + S_x R_x I_x + S_y R_y I_y + \\ + S_x \frac{1}{C_x} \int X dt + S_y \frac{1}{C_y} \int Y dt = S_x E_x + S_y E_y = SE \end{cases} \quad (6')$$

$$\begin{cases} A_x X + A_y Y = 0 \\ S_x K_x \frac{dX}{dt} + S_y K_y \frac{dY}{dt} + S_x R_x Z_x + S_y R_y Z_y = S_x H_x + S_y H_y = SH \end{cases} \quad (7')$$

и разрешить относительно векторов  $X$  и  $\frac{dY}{dt}$  (12):

$$\begin{cases} X = -WY \\ \frac{dY}{dt} = (S_y L_y - W S_x L_x)^{-1} [S_x E_x + S_y E_y - S_x R_x I_x - S_y R_y I_y - \\ - S_x \frac{1}{C_x} \int X dt - S_y \frac{1}{C_y} \int Y dt] \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} X = -WY \\ \frac{dY}{dt} = T_p H - R_p Z \end{cases} \quad (13)$$

где:

$$W = A_x^{-1} A_y \quad (14)$$

$$T_p = S U^{-1} \quad (15)$$

$$R_p = S R U^{-1} \quad (16)$$

$$U = S_y K_y - S_x K_x A_x^{-1} A_y \quad (17)$$

Матрицы (14-17) являются преобразованными исходными данными, характеризующими топологию и параметры сетевого объекта.

Для решения системы уравнений необходима среда моделирования, позволяющая одновременно использовать матричные операции и методы численного интегрирования. Анализ показал, что язык моделирования SIMULINK из системы MATLAB обладает достаточными для этой цели возможностями.

Вычислив в среде MATLAB перед началом интегрирования матрицы по уравнениям (14-17), можно реализовать блок-схему матричной модели сетевого динамического объекта.

Схема модели содержит векторы блоков, выполняющих интегрирование, нелинейные операции над всеми элементами векторных переменных, а также блоки, выполняющие умножение векторов на матрицы коэффициентов, в результате чего реализуются связи между переменными.

Методика составления блок-схемы модели принципиально не отличается от методики решения уравнений первого порядка. На рис.7 приведена блок-схема матрично-векторной модели сетевого объекта, составленного по уравнениям (13). Модель исследована применительно к схеме рис.3, получены графики динамических процессов, совпадающие с результатами, приведенными на рис.5.

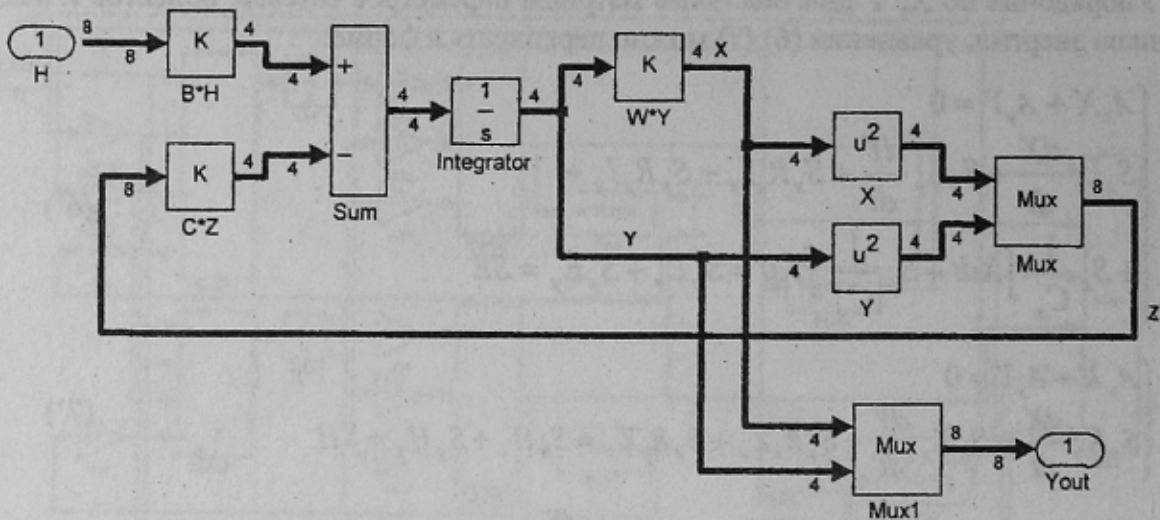


Рис. 7 Векторная сетевая модель.

### Заключение

1. В блочно-ориентированной среде моделирования SIMULINK легко реализуются оба основных метода моделирования сетевых динамических объектов. Метод разрешения уравнений относительно вектора производных и токов (потоков) в ветвях дерева графа СДО позволяет автоматизировать генерирование уравнений и составлять обобщенные блок-схемы моделей.
2. В среде MATLAB-SIMULINK можно осуществлять поддержку всех сформулированных этапов разработки и реализации моделей СДО. Весьма перспективной представляется задача реализации параллельных моделей СДО на основе средств MATLAB-SIMULINK и MIMD-систем. На решение этих задач направлены дальнейшие исследования авторов, которые выполняются в рамках научного сотрудничества ФВТИ с Эрлангенским и Штуттгартским университетами при поддержке министерства науки и образования ФРГ (BMBF), которое в рамках программы TRANSFORM предоставило ФВТИ компьютеры и лицензированный программный продукт MATLAB-SIMULINK.

### Литература.

1. Абрамов Ф.А., Фельдман Л.П., Святный В.А. Моделирование динамических процессов рудничной аэрологии. Киев, Наукова думка, 1981г. 283с.
2. Svjatnyj V.A. Simulationsverfahren für aerogasdynamische Netzobjekte. GI-Fachtagung, Band 1, Stuttgart, 1990, S.476.
3. Svjatnyj V.A., Rasinkov V.V. Problemorientierte massiv parallele Simulationsumgebung für dynamische Netzobjekte mit konzentrierten Parametern. IPVR-Jahresbericht, 1996, Universität Stuttgart.