простейшим видом решения задачи оптимального управления. Более детальное исследование оптимальных решений, а также вопросы устойчивости этих решений можно провести, если рассматривать нелинейную задачу оптимального управления. Данной проблеме будет посвящена отдельная статья.

Литература.

1. Герасимович В.Н., Голуб А.А. Методология экономической оценки природных ресурсов. — М., 1988. – 357 с.

2. Голуб А.А., Струкова Е.Б. Экономические методы управления природопользованием. — М., 1993. – 264 с.

3. Pearce D., Turner K., Bateman I. Environmental Economics. An Elementary Introduction. — The John Hopkins University Press, Baltimore, 1993. – 217 p.

4. Tietenberg T. Environmental and Natural Resource Economics. — Glenview, Illinois — London, Scott, Foresman and Company, 1984. – 374 p.

5. Beavis B., Dobbs I.M. Optimization and Stability Theory for Economic Analysis. – Cambridge: Cambridge University Press. – 1990.

6. Chiang A.C. Elements of Dynamic Optimization. – New York: McGraw-Hill. – 1992.

7. Dorfman R. An Economic Interpretation of Optimal Control Theory // American Economic Review. – 1969, N.59, 817-831.

8. Nether P.A. Natural Resource Economics: Conservation and Exploitation. – Cambridge: Cambridge University Press. – 1990.

9. Leonard D., Van Long N. Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics. – Cambridge: Cambridge University Press. – 1992.

Статья поступила в редакцию 06.09.2005

А.М. РЫБНИКОВ,
Таврический Национальный Университет им. В.И. Вернадского

МОДЕЛЬ ЭФФЕКТИВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДСТВ МЕЖДУ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯМИ ВУЗА

В условиях дефицита бюджетных средств, выделяемых для обеспечения функционирования ВУЗов, важное значение приобретает жесткий режим их экономии. Бюджетные средства направляются преимущественно на текущие расходы. Так как образование как отрасль практически не имеет собственных доходов, оно вынужденно свою деятельность проводит на основе бюджетных расходов. Размеры расходов на содержание вузов регулируются составляемыми ими сметами, которые определяют объем, целевое направление и распределение средств, выделенных из бюджета.

Показателями планирования расходов бюджета для высших учебных заведений выступают прием и выпуск студентов в количестве, устанавливаемом Министерством образования и науки Украины. Они финансируются Государственным бюджетом, за исключением педагогических вузов, которые финансируются местными бюджетами, как правило, областными.

История показывает, что простое увеличение инвестиций в имеющуюся систему без ее глубинного изменения всегда заканчивается снижением фактической эффективности и провалом намеченных планов. Об этом свидетельствует опыт финансирования образования в США в пятидесятых – восьмидесятых годах прошлого столетия [1], когда его финансирование выросло в несколько раз. Учебные заведения получили великолепные помещения, современное новейшее оборудование, выросли заработные платы педагогов, а качество образования не только не улучшилось, а, наоборот, снизилось.

После приобретения независимости Украиной бюджетное финансирование высшего образования было мизерным даже по меркам бывшего СССР (от 0,68% ВВП в 1991 году до 1,63% ВВП в 2001году, согласно [2]). Чтобы полностью «не погибнуть», ВУЗам пришлось, как меру безопасности, внедрить платную или, как сейчас принято говорить, контрактную форму обучения. С течением времени подобного рода инвестиции в образование существенно выросли. Эта тенденция вызвала создание и развитие негосударственного сектора образования, о чем свидетельствует таблица 1.

Таблица 1

Численность учреждений высшего образования по формам собственности в Украине

На начало учебного года	Количество вузов 3-4 уровня аккредитации		
	всего	В том числе	
		государственных	негосударственных
95/96	255	191	64
97/98	280	202	78
98/99	298	206	92
99/00	313	220	93
00/01	315	223	92
01/02	318	225	93
02/03	330	232	98

Источник: [2].

Вопросы экономики образования в существующей украинской научной литературе рассматриваются крайне недостаточно. Все имеющиеся исследования, как правило, проводятся на микроуровне. Следовательно, вопрос о том, какие тенденции доминируют в настоящее время в образовательной политике, не подтверждается достаточным количеством научных исследований [3].

Именно поэтому нельзя считать истиной в последней инстанции как полностью негативные, так и противоположные к ним оценки развития в Украине процесса изменения соотношения между процентом первокурсников, которые учатся за счет бюджетных средств и тех, что учатся на собственные деньги. Действительно, в начале 90-х годов первых было намного больше, чем вторых. Но уже в сентябре 1996 г. обучающихся на контрактной основе стало около трети (32,6%), а в следующем году – 46,3%. Кризис гривны 1998 года крайне ограничил финансовые возможности населения, но, тем не менее, в этом году только 46,4% всех первокурсников стали бюджетными студентами [4]. В последующие годы соотношение между бюджетными и коммерческими студентами в государственных вузах стабилизируется примерно в отношении один к одному. Этому способствовал также соответствующий приказ Министерства образования и науки о соотношении количества бюджетных и коммерческих мест для первокурсников в целом по государственному вузу. Однако с учетом коммерческих вузов бюджетных студентов в стране все же меньше 50%. Такое положение дел может измениться только после присоединения Украины к Болонскому процессу и другим требованиям Европейского Союза относительно основ развития системы образования. Тогда можно ожидать, что ситуация в стране с бюджетными и коммерческими студентами измениться в сторону «среднеевропейской».

Дело в том, что цель и стратегия частного сектора высшего образования может, мягко выражаясь, не совпадать с общественными интересами. Это касается в первую очередь превращения частных вузов в высокоприбыльные и высокорентабельные предприятия, о чем свидетельствует статистика (таблица 2).

Вузы могут использоваться как инструмент социального и политического влияния, как нелегальный источник материальных благ для его хозяев и руководителей. Когда в некоторых странах правительство попробовало ввести контроль над подобного рода прибылями, введя государственные субсидии и ограничив плату за обучение, все частные учебные заведения дружно начали требовать государственных субсидий. Это в долгосрочном плане способствовало обогащению частника за государственный счет.

Таблица 2

Затраты на единицу изготовленной продукции по видам экономической деятельности и формам собственности.

(копеек на одну гривну)

	1999	2000	2001	2002
Образование				
Затраты на единицу	95.2	115.9	117.8	107.5
В том числе:				
Государственный сектор	125.3	160.1	160.0	131.5
Частный сектор	88.7	102.8	106.9	99.9

Главное для частного сектора образования - это получение высоких прибылей и, следовательно, он в первую очередь ориентируется на дешевые коммерческие учебные дисциплины и узко профильную подготовку, от чего страдает качество образования и качество подготовки специалистов.

Зарубежные специалисты выражают обеспокоенность по поводу усиления социально-экономического неравенства между бедными и богатыми гражданами, вызванной слишком высокой стоимостью учебы в частных учебных заведениях. Они предупреждают, что частное образование не должно необоснованно считаться экономически более эффективным, качественно лучшим и социально справедливым, что рыночная модель неуместна в образовании.

Все выше изложенное свидетельствует, что затронутая тема является актуальной, важной и малоисследованной. Исходя из этого, целью данной работы является построение математических моделей эффективного распределения имеющихся в распоряжении государственного вуза бюджетных и коммерческих средств для нормального функционирования и развития факультетов и других подразделений. Задачей работы является исследование полученных моделей и принятие на их основе управляющих решений.

Пусть в распоряжении бюджетного учреждения имеются S бюджетных гривен, причем

$$S = \sum_{i=1}^{n} S_i, \qquad (1)$$

где S_i - минимальная сумма, которую можно выделить для i-го подразделения и которая чаще всего покрывает расходы на заработную плату преподавателей, работающих по бюджетным ставкам, расходы на практики и некоторые коммунальные расходы; n - общее количество подразделений. Допустим, что для нормального функционирования и развития вуз может выделить L гривен, причем

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i. \qquad (2)$$

Здесь $L = S + Q$,где Q - сумма внебюджетных средств, полученных вузом от коммерческой деятельности; $L_i = S_i + Q_i$ - сумма, необходимая для нормального функционирования и развития i-го подразделения; Q_i - дополнительная сумма средств, выделяемых вузом i-му подразделению.

Если на функционирование и развитие i-го подразделения выделяется L_i гривен, а вуз имеет только S_i бюджетных гривен, то степень удовлетворенности или неудовлетворенности i-го подразделения в финансовых средствах можно оценить коэффициентом, который назовем коэффициентом недовольства:

$$k_i = \frac{L_i}{S_i} = \frac{S_i + Q_i}{S_i} = 1 + \frac{Q_i}{S_i}, \quad (i = \overline{1,n}) \qquad (3)$$

Целью распределения финансовых ресурсов для каждого подразделения вуза является максимизация этого коэффициента недовольства, то есть:

$$k_i = 1 + \frac{Q_i}{S_i} \to \max, \quad (i = \overline{1,n}) \qquad (4)$$

Введем в рассмотрение коэффициенты $a_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{n} a_i = 1, \quad (i = \overline{1,n})$, которые определим как коэффициенты приоритетности подразделений вуза с точки зрения его администрации. На величину этого коэффициента может оказывать влияние, например, степень участия подразделения в получении дополнительного дохода для вуза и (или) степень приоритетности подразделения и т.д. Тогда n критериев (4) можно с помощью линейной свертки заменить одним критерием:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i k_i = \sum_{i=1}^{n} a_i \left(1 + \frac{Q_i}{S_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{Q_i}{S_i} = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{Q_i}{S_i} \to \max \qquad (5)$$

Поскольку распределение средств осуществляется пропорционально имеющимся суммам средств, количеству подразделений и не может быть, в общем, ни меньше, ни больше этих сумм, то можно сделать следующую замену переменных:

$$Q_i = Qx_i, \quad S_i = Sy_i, \quad (i = \overline{1,n}), \qquad (6)$$

где

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n), \; x_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1; \qquad (7)$$

$$y = (y_1, y_2, \ldots, y_n), \; y_i > 0, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = 1; \qquad (8)$$

векторы распределения соответствующих средств, причем в неравенстве (8) учтено, что ни одно подразделение государственного вуза не может остаться без бюджетных средств.

В соответствие с (6) целевую функцию задачи (5) можно теперь представить в виде:

$$F(x, y) = 1 + \frac{Q}{S} \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{x_i}{y_i} \to \max, \qquad (9)$$

где ни один из возможных знаменателей в сумме (9) не может обращаться в ноль, чего не скажешь о возможных числителях.

Таким образом, стратегия планирования распределения средств в вузе выбирается на основе критерия (9) при наличии ограничений на управляющие переменные x_i и y_i в виде (7) и (8). Помимо указанных ограничений можно ввести дополнительные ограничения, связанные с тем, что

$$Qx_i + Sy_i \leq G_i, \quad (i = \overline{1,n}), \qquad (10)$$

где $G_i, \quad (i = \overline{1,n})$ - сумма средств, необходимая i-му подразделению, для удовлетворения всех без исключения своих потребностей. Очевидно, что если $G = \sum_{i=1}^{n} G_i = L$, то есть когда общий запас коммерческих средств вуза полностью перекрывает недостаток бюджетных средств и совокупных средств вуза достаточно для удовлетворения всех потребностей всех его подразделений, то неравенства (10) могут быть заменены

Кроме перечисленного необходимо также учесть, что каждое подразделение вуза не может получить меньше бюджетных средств, чем минимально необходимая сумма D_i, например, только на оплату бюджетных ставок преподавателей, откуда

$$y_i \geq \frac{D_i}{S}, \quad (i = \overline{1,n}) \qquad (11)$$

Поскольку практически в каждом подразделении вуза, например, на факультете существует минимально необходимая потребность и в коммерческих средствах R_i, то аналогично (11) будем иметь

$$x_i \geq \frac{R_i}{Q}, \quad (i = \overline{1,n}) \qquad (12)$$

Окончательно стратегия выбора эффективного распределения бюджетных и коммерческих средств руководством вуза должна выбираться на основе экспертного установления коэффициентов приоритетности подразделений a_i, $(i = \overline{1,n})$ из решения задачи нелинейного программирования с целевой функцией, удовлетворяющей критерию (9) и ограничениями (7), (8) и (10)-(12).

Как показано в работе [4], целевая функция данной задачи $F(x,y)$ удовлетворяет условию выпуклости. Допустимое множество данной задачи нелинейного программирования, определяемое системой линейных равенств и неравенств (7), (8) и (10)-(12), также является выпуклым множеством [5]. Поэтому имеет место задача выпуклого программирования, для которой известно, что ее любой локальный экстремум является одновременно и ее глобальным экстремумом.

Для рассматриваемой задачи выпуклого программирования построим функцию Лагранжа [4], которая в данном случае будет иметь вид:

$$L(x,y,l) = -1 - \frac{Q}{S}\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{x_i}{y_i} + l_1\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1\right) + l_2\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - 1\right) + \sum_{j=1}^{n} l_{j+2}\left(Qx_j + Sy_j - G_j\right) +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} l_{j+n+2}\left(\frac{D_j}{S} - y_j\right) + \sum_{j=1}^{n} l_{j+2n+2}\left(\frac{R_j}{Q} - x_j\right) \qquad (13)$$

Необходимым и достаточным условием существования оптимального решения рассматриваемой задачи является наличие у функции Лагранжа (13) седловой точки, определяемой условиями равенства нулю частных производных по всем переменным этой функции, т.е.:

$$\frac{\partial L(x,y,l)}{\partial x_i} = 0, \quad (i = \overline{1,n}),$$
$$\frac{\partial L(x,y,l)}{\partial y_i} = 0, \quad (i = \overline{1,n}),$$
$$\frac{\partial L(x,y,l)}{\partial l_j} = 0, \quad (j = \overline{1,2n+2}), \qquad (14)$$

или с учетом вида функции (13) и условий (14) получим:

$$-\frac{Qa_i}{Sy_i} + l_1 + Ql_{i+2} - l_{i+2n+2} = 0, \quad (i = \overline{1,n}),$$
$$\frac{Qa_i x_i}{Sy^2_i} + l_2 + Sl_{i+2} - l_{i+n+2} = 0, \quad (i = \overline{1,n}),$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$
$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1,$$
$$Qx_j + Sy_j = G_j, \quad j = \overline{1,n},$$
$$y_j = \frac{D_j}{S}, \qquad j = \overline{1,n},$$
$$x_j = \frac{R_j}{Q}, \qquad j = \overline{1,n}. \qquad (15)$$

Последние две группы равенств системы уравнений (15) дают искомое решение данной задачи. С учетом полученных значений искомых переменных x_i и y_i имеем

$$D_i + R_i = G_i. \qquad (16)$$

Решение системы (15) и равенство (16) показывают, что в отличие от работы [4], где модель, построенная авторами, предполагает получение оптимального распределения средств, исходя из верхних границ потребностей подразделений вуза, планировать оптимальное и эффективное распределение средств между ними можно и исходя из нижних границ потребностей подразделений вуза. Тем самым администрация вуза получает две модели эффективного распределения бюджетных и внебюджетных средств, позволяющие оценить это распределение как с точки зрения максимальных, так и минимальных потребностей подразделений, и выбрать наиболее приемлемое.

Причиной, повлекшей за собой появление в данной модели эффективного планирования нижних границ потребностей, является наличие в модели неравенств (10)-(12), которые в силу требований теоремы о стационарной точке функции Лагранжа, в результате в системе (15) превратились в равенства. Исключим эти ограничения из модели и, соответственно, из функции Лагранжа и заменим их очевидными условиями:

$$x_i \ge 0, \quad y_i \ge 0, \quad (i = \overline{1,n}). \qquad (17)$$

Это приведет к тому, что в системе (15) исчезнут три последних группы равенств и соответствующие им в функции Лагранжа параметры l_p. Измененная система (15) примет вид:

$$\begin{aligned}
&-\frac{Qa_i}{Sy_i} + l_1 = 0, \quad (i = \overline{1,n}),\\
&\frac{Qa_i x_i}{Sy^2_i} + l_2 = 0, \quad (i = \overline{1,n}),\\
&\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,\\
&\sum_{i=1}^{n} y_i = 1,
\end{aligned} \qquad (18)$$

Выражая из первого соотношения y_i, подставляя их во второе соотношение и находя из него x_i получим, избавившись от параметров l_1, l_2 с помощью двух последних соотношений (18), что решение этой системы есть

$$x_i = y_i = a_i, \qquad (19)$$

то есть оптимальное распределение средств при отсутствии ограничений (10)-(12) должно производиться в соответствии с установленной в вузе системой приоритетов его подразделений.

Вернем в систему ограничений модели неравенства (10), ограничивающие сверху финансовые возможности подразделений вуза. Тогда новая система уравнений для определения экстремума функции (9) и соответственно решения поставленной задачи будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
&-\frac{Qa_i}{Sy_i} + l_1 + Ql_{i+2} = 0, \quad (i = \overline{1,n}),\\
&\frac{Qa_i x_i}{Sy^2_i} + l_2 + Sl_{i+2} = 0, \quad (i = \overline{1,n}),\\
&\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,\\
&\sum_{i=1}^{n} y_i = 1,\\
&Qx_j + Sy_j = G_j, \quad j = \overline{1,n},
\end{aligned} \qquad (20)$$

Из первых двух соотношений (20) находим:

$$\begin{aligned}
&y_i = \frac{Qa_i}{S(l_1 + Ql_{i+2})}, \qquad (i = \overline{1,n}),\\
&x_i = -\frac{Q(l_2 + Sl_{i+2})a_i}{S(l_1 + Ql_{i+2})^2}, \quad (i = \overline{1,n}),
\end{aligned} \qquad (21)$$

где параметры функции Лагранжа определяются равенствами:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{l_1 + Ql_{i+2}} = \frac{S}{Q},\\
&\sum_{i=1}^{n} \frac{(l_2 + Sl_{i+2})a_i}{(l_1 + Ql_{i+2})^2} = -\frac{S}{Q},\\
&\frac{(Sl_1 - Ql_2)a_i}{(l_1 + Ql_{i+2})^2} = \frac{SG_i}{Q}, \quad (i = \overline{1,n}),
\end{aligned} \qquad (22)$$

Система уравнений (22) хотя и с трудом, но поддается решению. Из третьего уравнения находим:

$$l_{i+2} = -\frac{l_1}{Q} + \sqrt{\frac{(Sl_1 - Ql_2)a_i}{SQG_i}}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в первое соотношение (22), получим:

$$Sl_1 - Ql_2 = \frac{Q}{S}\left(\sum_{i=1}^{n}\sqrt{a_i G_i}\right)^2, \quad (24)$$

а подстановка (23) во второе равенство (22) дает:

$$Sl_1 - Ql_2 = \frac{SQ}{(G-Q)^2}\left(\sum_{i=1}^{n}\sqrt{a_i G_i}\right)^2. \quad (25)$$

Очевидно, что правые части равенств (24) и (25) должны совпадать, для чего необходимо выполнение условия

$$G = S + Q,$$

откуда следует, что внебюджетные средства Q должны полностью покрывать недостаток бюджетных средств S таким образом, чтобы их хватило на удовлетворение всех без исключения потребностей всех подразделений вуза.

Теперь из первого равенства соотношений (21) с помощью формул (23) и (24) имеем:

$$y_i = \frac{\sqrt{a_i G_i}}{\sum_{j=1}^{n}\sqrt{a_j G_j}}, \quad (26)$$

а из второго уравнения (21) с помощью тех же формул находим:

$$x_i = \frac{G_i}{Q} - \frac{S}{Q}\frac{\sqrt{a_i G_i}}{\sum_{j=1}^{n}\sqrt{a_j G_j}}. \quad (27)$$

Следовательно, оптимальное распределение средств между подразделениями вуза его руководство должно осуществлять с помощью (26) и (27), причем каждое из подразделений получит всех средств в объеме $G_j, \ (j = \overline{1,n})$, т.е. пропорционально верхним границам их потребностей. Таким образом, данная из рассмотренных моделей по своим выводам полностью адекватна модели [2].

Рассмотрим теперь случай полной модели, в которой неравенства (10)-(12) заменены равенствами:

$$Qx_i + Sy_i + T_i = G_i, \quad (i = \overline{1,n}), \quad (28)$$

$$y_i - h_i = \frac{D_i}{S}, \quad (i = \overline{1,n}), \quad (29)$$

$$x_i - g_i = \frac{R_i}{Q}, \quad (i = \overline{1,n}), \quad (30)$$

где T_i, h_i, g_i - дополнительные неизвестные компенсационные переменные, которые при условии их неотрицательности позволят избегать крайних случаев, описанных выше.

С учетом измененных соотношений (28)-(30) функция Лагранжа этой задачи примет вид:

$$L(x,y,l) = -1 - \frac{Q}{S}\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{x_i}{y_i} + l_1\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1\right) + l_2\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - 1\right) + \sum_{j=1}^{n} l_{j+2}\left(Qx_j + Sy_j + T_j - G_j\right) +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} l_{j+n+2}\left(-\frac{D_j}{S} + y_j - h_j\right) + \sum_{j=1}^{n} l_{j+2n+2}\left(-\frac{R_j}{Q} + x_j - g_j\right)$$

а соответствующая ей система уравнений распадается на две системы: систему:

$$-\frac{Qa_i}{Sy_i} + l_1 = 0, \ (i = \overline{1,n}),$$

$$\frac{Qa_i x_i}{Sy^2_i} + l_2 = 0, \ (i = \overline{1,n}),$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1, \qquad (31)$$

для определения неизвестных x_i и y_i, и систему:

$$Qx_j + Sy_j + T_j = G_j,$$

$$y_j - h_j = \frac{D_j}{S},$$

$$x_j - g_j = \frac{R_j}{Q}, \qquad (32)$$

из которой можно определить дополнительные неизвестные компенсационные переменные.

Полученная система (31) полностью идентична системе (18) и ее решение определяется формулами (19), т.е. $x_i = y_i = a_i$. Таким образом, решение уточненной задачи совпадает с решением упрощенной задачи и распределение средств должно производиться согласно коэффициентам приоритетности a_i. Причем принимаемое администрацией вуза управленческое решение не зависит ни от верхних, ни от нижних границ потребностей подразделений вуза, а целиком определяется только коэффициентом их приоритетности.

В дальнейшем предполагается сравнить выводы, полученные по построенным моделям, с реальным распределением средств в существующих вузах.

Литература.

1.Степаненко С. Система вищої освіти у США: фінансування і технологія // Вища школа. – 2001. – № 6. – С. 71-86.

2.Послання Президента України до Верховної Ради України „Про внутрішнє і зовнішнє становище України у 2002 році” . Офіц. Вид. – К.: Інформаційно-видавничий центр Держкомстату України, 2003. – 477 с.

3.Грішнова О. Розвиток вищої освіти в Україні: тенденції, проблеми та шляхи їх вирішення // Вища школа. – 2001. – № 2-3. – С. 22-33.

4.Юринець В., Яструбський М. Теоретико-ігрова оцінка розподілу коштів у бюджетних установах. // “Обліково-аналітичні системи суб’єктів господарської діяльності в Україні”. – Львів, 2005. – С. 370-380

5.Ляшенко И.Н., Карагодова Е.А., Черникова Н.В., Шор Н.З. Линейное и нелинейное программирование. – Киев, «Вища школа», 1975. – 372 с.

Статья поступила в редакцию 01.11.2005