

УДК 62-55:681.515

Гостев В.И. (д-р техн. наук, проф.), Невдачина О.В. (асп.), Кучер С.В. (ассист.)
 Государственный университет информационно-коммуникационных технологий, г. Киев
 кафедра коммутационных систем
 E-mail: Gostevv@mail.ru, Nevdachinaolya@i.ua, Sergo82@ukr.net.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ AQM СИСТЕМ С БОЛЬШИМ ВРЕМЕНЕМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

В данной работе изложен расчет AQM-регулятора и исследована AQM-система с PID-регулятором (система активного управления очередью в сетях TCP/IP) как система с переменными параметрами при случайном изменении нагрузки трафика (случайном изменении числа сессий TCP и случайном изменении времени следования туда и обратно — round trip time RTT) на основе интерактивной системы MATLAB.

Ключевые слова: активное управления очередью — AQM, PID алгоритм, сеть TCP/IP.

Введение. Нелинейные обычные дифференциальные уравнения, которые описывают переходное поведение сетей с маршрутизаторами AQM, поддерживающими потоки TCP, описаны в работе [1]. Эти уравнения линеаризуются в работах [2–4] и линейная модель системы TCP/AQM изображена на рис.1,а, где передаточная функция объекта управления описывается формулой $\bar{G}_p(s) = P(s)e^{-sR_o}$ и $P(s)$ определяется формулой

$$P(s) = \frac{\frac{C^2}{2N}}{\left(s + \frac{2N}{R_o^2 C}\right)\left(s + \frac{1}{R_o}\right)}. \quad (1)$$

Управление системами с большой задержкой было главной проблемой в теории управления. Предиктор Смита широко используется как компенсатор запаздывания; однако, он чрезмерно чувствителен к изменению параметров. Управление типа **Internal Model Control** — ИМС (внутреннее модельное управление) [5] преодолевает недостаток предиктора (прогнозирующего устройства) Смита, и увеличивает надежность и способность системы к изменению параметров. В данной работе изложен расчет AQM-регулятора и исследована AQM система с PID-регулятором как система с переменными параметрами при случайном изменении нагрузки трафика (случайном изменении числа сессий TCP и случайном изменении времени следования туда и обратно — round trip time RTT) на основе интерактивной системы MATLAB.

Расчет AQM-регулятора. Принцип управления ИМС иллюстрируется блок-схемой, изображенной на рис.1,б [5]. Передаточная функция замкнутой системы, блок-схема которой изображена на рис.1,б, определяется как $G_i(s)$. Звено в обратной цепи $\bar{G}_p(s)$ является внутренней моделью объекта, а передаточная функция реального объекта управления $G_p(s)$. Несоответствие между реальным объектом и его моделью (представление системы более высоко порядка (реальный объект) упрощенной системой более низкого порядка (модель)) зависит от эксплуатационных режимов.

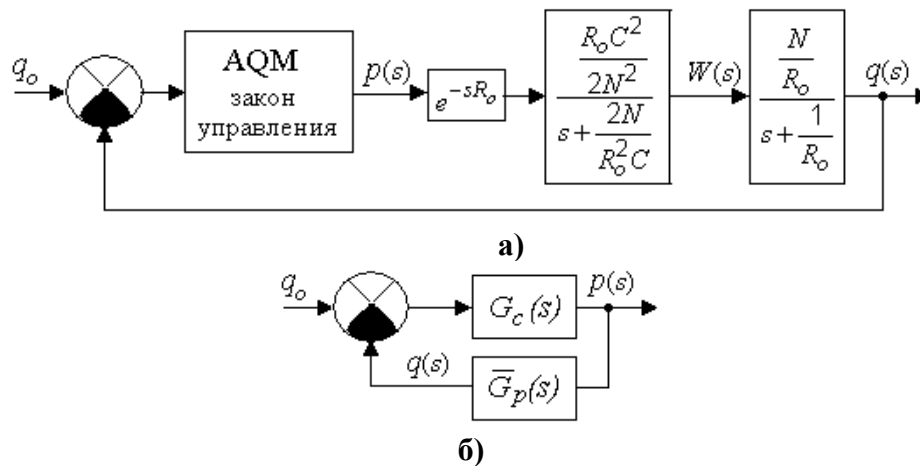


Рисунок 1 — Модель TCP/AQM системы управления с обратной связью (а) и ее эквивалентное представление (б)

Звено с передаточной функцией $G_c(s)$ является регулятором и ставится задача функцию $G_c(s)$ определить. Задача решается следующим образом [5].

Во-первых, необходимо разложить передаточную функцию модели объекта управления на множители

$$\bar{G}_p(s) = \bar{G}_{p+}(s)\bar{G}_{p-}(s) \quad (2)$$

таким образом, что множитель $\bar{G}_{p+}(s)$ содержит звенья запаздывания или звенья, имеющие нули в правой полуплоскости, а множитель $\bar{G}_{p-}(s)$ содержит устойчивые звенья без чистого запаздывания. Во-вторых, надо определить передаточную функцию замкнутой системы выражением

$$G_i(s) = \bar{G}_{p-}^{-1}(s) \cdot g(s), \quad (3)$$

где $g(s) = 1/(\varepsilon s + 1)^\gamma$ — передаточная функция фильтра нижних частот, в которой ε — настраиваемый параметр, который определяет скорость ответа, а γ — показатель степени, который должен быть выбран равным или большим порядка передаточной функции $\bar{G}_{p-}^{-1}(s)$.

Используя блок-схему системы с обратной связью (см. рис.1,б), можно записать:

$$G_i(s) = \frac{G_c(s)}{1 + G_c(s)\bar{G}_p(s)}, \quad (4)$$

$$G_c(s) = \frac{G_i(s)}{1 - G_i(s)\bar{G}_p(s)} = \frac{\bar{G}_{p-}^{-1}(s)}{(\varepsilon s + 1)^\gamma - \bar{G}_{p+}(s)}. \quad (5)$$

Например, если передаточная функция модели объекта управления

$$\bar{G}_p(s) = \frac{K_m e^{-sR_o}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (6)$$

где $K_m = \frac{(R_o C)^3}{4N^2}$; $T_1 = \frac{R_o^2 C}{2N}$; $T_2 = R_o$,

то ее можно разложить на множители

$$\bar{G}_{p+}(s) = e^{-sR_o} \text{ и } \bar{G}_{p-}(s) = \frac{K_m}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}. \quad (7)$$

Из этих выражений можно определить:

$$\bar{G}_{p+}(0) = 1; \bar{G}'_{p+}(0) = R_o; \bar{G}''_{p+}(0) = R_o^2; \bar{G}'''_{p+}(0) = R_o^3. \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_{p-}(0) &= K_m; \\ \bar{G}'_{p-}(0) &= -K_m(T_1 + T_2); \\ \bar{G}''_{p-}(0) &= 2K_m(T_1^2 + T_2^2 + T_1T_2) \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Представим $G_c(s)$ в виде

$$G_c(s) = \frac{\bar{G}_{p-}^{-1}(s)}{(\varepsilon s + 1)^\gamma - \bar{G}_{p+}(s)} = \frac{1}{s} f(s), \quad (10)$$

где

$$f(s) = \frac{\bar{G}_{p-}^{-1}(s)}{[(\varepsilon s + 1)^\gamma - \bar{G}_{p+}(s)]/s} = \frac{\bar{G}_{p-}^{-1}(s)}{D(s)} = \frac{1}{\bar{G}_{p-}(s)D(s)}. \quad (11)$$

Теперь можно показать, с что если $\bar{G}_{p+}(0) = 1$, то

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (12)$$

т.е. можно использовать для регулирования объекта идеальный ПИД-регулятор, параметры которого определяются так:

$$K_c = f'(0), \quad T_i = \frac{f'(0)}{f(0)}, \quad T_d = \frac{f''(0)}{2f'(0)}, \quad (13)$$

где $f'(0)$ и $f''(0)$ — соответственно производные первого и второго порядка от функции $f(s)$ при $s = 0$.

Действительно, при разложении функции $f(s)$ в ряд Тейлора можно записать

$$G_c(s) = \frac{1}{s} f(s) = \frac{1}{s} (f(0) + f'(0)s + \frac{1}{2!} f''(0)s^2 + \dots) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \dots \right),$$

где $K_c = f'(0)$, $T_i = \frac{f'(0)}{f(0)}$, $T_d = \frac{f''(0)}{2f'(0)}$.

Если разложить знаменатель полинома $f(s)$, а именно $D(s) = [(\varepsilon s + 1)^\gamma - \bar{G}_{p+}(s)]/s$ в ряд Тейлора и положить $s = 0$, то получим:

$$\left. \begin{aligned} D(0) &= \gamma\varepsilon - \bar{G}'_{p+}(0); \quad D'(0) = \frac{\gamma(\gamma-1)\varepsilon^2 - \bar{G}''_{p+}(0)}{2!}; \\ D''(0) &= \frac{\gamma(\gamma-1)(\gamma-2)\varepsilon^3 - \bar{G}'''_{p+}(0)}{3!}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Подставляя $\gamma = 2$ в передаточную функцию низкочастотного фильтра $g(s)$ и формулы (14) с учетом формул (8), получаем:

$$D(0) = 2\varepsilon + R_o; \quad D'(0) = \varepsilon^2 - R_o^2/2; \quad D''(0) = R_o^3/6. \quad (15)$$

Согласно (11) вычисляем функцию $f(s)$ и ее первую и вторую производные при $s = 0$ с учетом, что $\bar{G}_{p-}(0) = K_m$:

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= \frac{1}{K_m D(0)}; f'(0) = -\frac{\bar{G}'_{p-}(0)D(0) + K_m D'(0)}{(K_m D(0))^2}; \\ f''(0) &= f'(0) \left[\frac{\bar{G}''_{p-}(0)D(0) + 2\bar{G}'_{p-}(0)D'(0) + K_m D''(0)}{\bar{G}'_{p-}(0)D(0) + K_m D'(0)} + \frac{2f'(0)}{f(0)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Отсюда параметры идеального ПИД-регулятора определяем по формулам

$$\left. \begin{aligned} K_c &= f'(0) = \frac{(T_1 + T_2)D(0) - D'(0)}{K_m (D(0))^2}; \\ T_i &= \frac{f'(0)}{f(0)} = -\frac{\bar{G}'_{p-}(0)D(0) + K_m D'(0)}{K_m D(0)} = \frac{(T_1 + T_2)D(0) - D'(0)}{D(0)}; \\ T_d &= \frac{f''(0)}{2f'(0)} = \frac{1}{2} \left[\frac{\bar{G}''_{p-}(0)D(0) + 2\bar{G}'_{p-}(0)D'(0) + K_m D''(0)}{\bar{G}'_{p-}(0)D(0) + K_m D'(0)} + \frac{2f'(0)}{f(0)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Учитывая, что число сессий и время следования туда и обратно в общем случае являются переменными величинами, перепишем передаточную функцию модели объекта управления как

$$\bar{G}_p(s) = \frac{-e^{-sR_o(t)} \frac{C^2}{2N(t)}}{\left(s + \frac{2N(t)}{R_o^2(t)C}\right) \left(s + \frac{1}{R_o(t)}\right)}. \quad (18)$$

Исследование AQM системы с PID-регулятором. Рассмотрим сеть, которая имеет средний размер пакета 500 байт, емкость линии $C=3750$ пакетов/сек (15 Мбит/сек), среднее число сессий $N = 60$, среднее время следования туда и обратно $R_o = 0,4$ сек и $\varepsilon = 0,5R_o$. Вычисленная при этих значениях передаточная функция ПИД-регулятора в численном виде равна

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) = 2,9067 \times 10^{-5} \left(1 + \frac{1}{5,45s} + 0,4157s\right).$$

Перепишем эту передаточную функцию в следующем виде

$$G_c(s) = K_c + K_i / s + K_d s, \quad (19)$$

где $K_i = K_c / T_i = 5,334 \times 10^{-6}$; $K_d = K_c \cdot T_d = 1,2083 \times 10^{-5}$.

Ниже исследована AQM система с PID-регулятором как система с переменными параметрами при случайном изменении нагрузки трафика (случайном изменении числа сессий TCP и случайном изменении времени следования туда и обратно — **round trip time RTT**) на основе интерактивной системы **MATLAB**.

В интерактивной системе **MATLAB** можно представить модель объекта управления соединением звеньев с изменяющимися случайным образом параметрами $N(t)$ и $R_o(t)$ и структурную схему AQM системы, скорректированной AQM-регулятором, изобразить в виде рис.2.

Усилительное звено $C^2 / 2 / N(t)$ моделируется блоками усилителем **Gain1** и делителем **Product1**, на верхний (на рис.1.56) вход которого поступает сигнал $N(t)$.

Апериодическое звено $[s + 2N(t) / R_o^2(t) / C]$ моделируется интегратором **Integrator**, охваченным отрицательной обратной связью, которая включает множитель **Product**, на нижний (на рис.1.2) вход которого поступает сигнал $N(t)$, делитель **Product4**, на верхний

(на рис.2) вход которого поступает сигнал $R_o^2(t)$ и усилитель **Gain2** с коэффициентом $2/C$. Аperiodическое звено $[s+1/R_o(t)]$ моделируется интегратором **Integrator1**, охваченным отрицательной обратной связью, которая включает делитель **Product2**, на верхний (на рис.2) вход которого поступает сигнал $R_o(t)$ и усилитель **Gain4** с коэффициентом, равным единице. Звено чистого запаздывания аппроксимируется функцией Паде второго порядка:

$$e^{-sR_o(t)} \approx \frac{s^2 - \frac{6}{R_o(t)}s + \frac{12}{R_o^2(t)}}{s^2 + \frac{6}{R_o(t)}s + \frac{12}{R_o^2(t)}}. \tag{20}$$

Это звено моделируется при помощи двух интеграторов, двух усилителей с коэффициентами 6 и 12 и двух делителей на верхние (на рис.1.56) входы которых поступают сигналы $R_o(t)$ и $R_o^2(t)$.

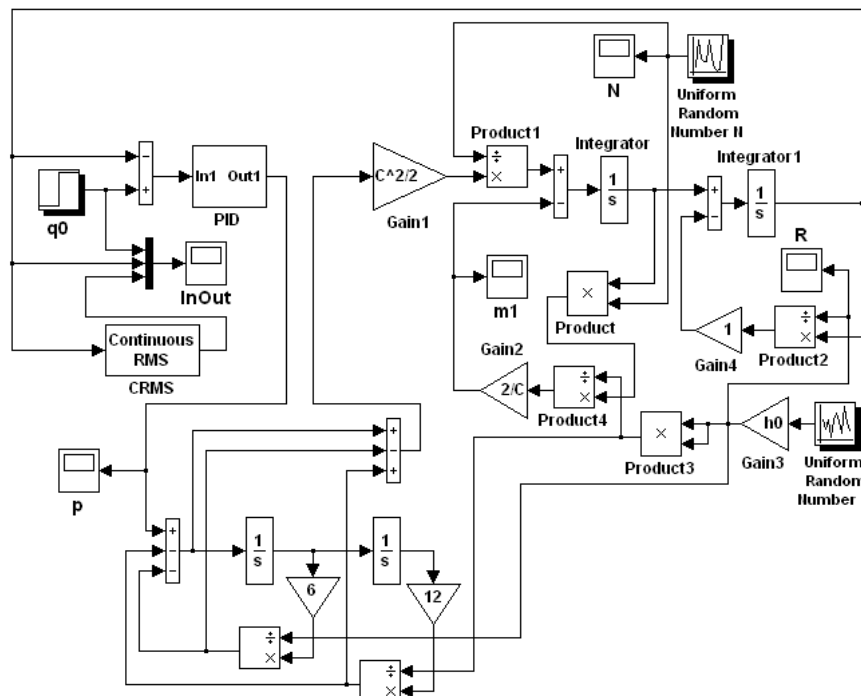


Рисунок 2 — Модель AQM системы, скорректированной PID-регулятором

В интерактивной системе **MATLAB** передаточная функция цифрового **PID**-регулятора (**PID** на рис.2) может быть записана различными способами, поскольку интегрирование и дифференцирование в цифровой форме может быть выполнено различными методами. Запишем передаточную функцию **PID**-регулятора в виде:

$$W(z) = K_c + \frac{K_i h_0}{2} \frac{z+1}{z-1} + \frac{K_d}{h_0} \frac{z-1}{z} = G1 + G2 \frac{z+1}{z-1} + G3 \frac{z-1}{z}, \tag{21}$$

где h_0 — шаг дискретизации (шаг квантования). Передаточная функция (21) получается из передаточной функции аналогового **PID**-регулятора $G_c(s) = K_c + K_i/s + K_d s$ путем аппроксимации производной первой разностью и интегрирования по методу трапеции. При малых шагах моделирования цифровой **PID**-регулятор эквивалентен аналоговому. Структурная схема цифрового **PID**-регулятора приведена на рис.3.

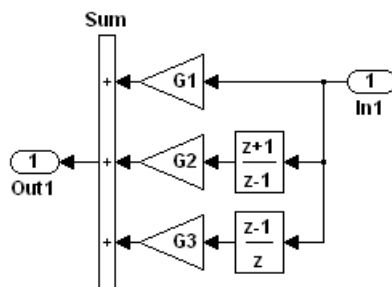


Рисунок 3 — PID-регулятор

Положим, что время следования туда и обратно $R_o(t)$ изменяется случайным образом в пределах от 350 мсек до 450 мсек (среднее время следования туда и обратно $R_o = 0,4$ сек), а нагрузка трафика $N(t)$ изменяется также случайным образом в пределах от 55 до 65 (среднее число сессий $N = 60$,). Такие “возмущающие воздействия” на систему, приведенные на рис.4, могут генерировать в интерактивной системе **MATLAB** блоки **Uniform Random Number**. Отметим, что в реальных сетях и время следования туда и обратно, и нагрузка трафика может изменяться случайным образом.

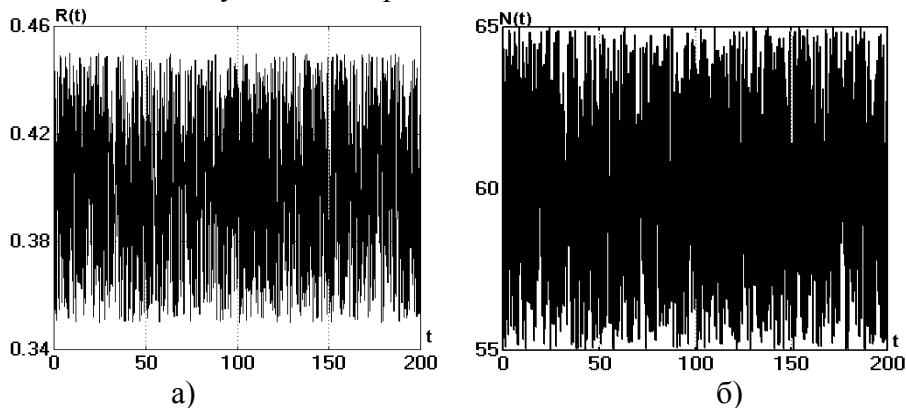


Рисунок 4 — Времена следования туда и обратно $R_o(t)$ (а) и нагрузка трафика $N(t)$ (б)

Процессы в **AQM** системе, скорректированной **PID**-регулятором, приведены на рис.5, где представлены выходная переменная **PID**-регулятора $p(t)$ — вероятность отбрасывания/маркировки пакетов (а) и выход системы — текущая длина очереди (б). Интервал наблюдения $L = 200$ секунд. Желаемая длина очереди $q_o = 200$ пакетов.

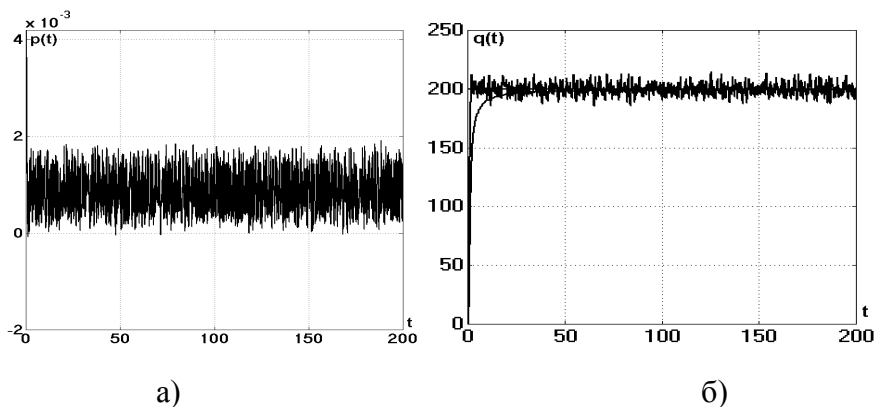


Рисунок 5 — Вероятность отбрасывания/маркировки пакетов $p(t)$ и текущая длина очереди $q(t)$ с **PID**-регулятором

Вывод. Исследование AQM-системы с PID-регулятором как системы с переменными параметрами при случайном изменении нагрузки трафика и большим временем запаздывания (системы активного управления очередью в сетях TCP/IP) показывает, что система обладает хорошим качеством (имеет высокое быстродействие и текущую длину очереди близкую к желаемой).

Список использованной литературы

1. Misra V. Fluid-based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED / V. Misra, W.B. Gong, D. Towsley // Proceedings of ACM/SIGCOMM, 2000 / V. Misra, W.B. Gong, D. Towsley. – Stockholm, Sweden, 2000. – P.151–160.
2. Hollot C.V. A Control Theoretic Analysis of RED / .V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, W.B. Gong // Proceedings of IEEE INFOCOM 2001. – 2001. - vol. 3. - P. 1510-1519.
3. Hollot C.V. Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows / Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B. // IEEE/ACM Transactions on Automatic Control. – 2002. - vol. 47, no.6. - P. 945–959.
4. Hollot C.V. On Designing Improved Controllers for Routers Supporting TCP Flows / C.V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, W.B. Gong // Proceedings of IEEE INFOCOM'2001. – 2001. – P. 1726–1734.
5. Jianxin Wang. Design of a Stabilizing Second-Order Congestion Controller for Large-Delay Networks / Jianxin Wang, Liang Rong, Guojun Wang, Weijia Jia, Minyi Guo // IEEE Communications Society proceedings (ICC). – 2007. - P. 287–292.

Надійшла до редакції:
12.04.2012 р.

Рецензент:
д-р техн. наук, проф. Воронцов О.Г.

V.I. Gostev, O.V. Nevdachina, S.V. Kyiher. Analytical determination of the transfer function of PID controller for AQM systems with large time delay. In the given work calculation of an AQM-regulator is stated and the system with a PID-regulator as AQM-system (system of Active Queue Management in networks TCP/IP) with variable parameters is investigated at casual change of loading of the traffic (casual change of number of sessions TCP and casual change of time of following there and back — round trip time RTT) on the basis of interactive system MATLAB.

Keywords: Active Queue Management — AQM, PID algorithm. network TCP/IP.

В.І. Гостєв, О.В. Невдачина, С.В. Кучер. Аналітичне визначення передаточної функції ПІД-регулятора для AQM систем з великим часом запізнення. У даній роботі викладено розрахунок AQM-регулятора та досліджена AQM-система з PID-регулятором (система активного управління чергою в мережах TCP/IP) як система зі змінними параметрами при випадковій зміні навантаження трафіку (випадковій зміні числа сесій TCP та випадковій зміні часу слідування туди й назад — round trip time RTT) на основі інтерактивної системи MATLAB.

Ключові слова: активне управління чергою — AQM, PID алгоритм, мережа TCP/IP.

© Гостєв В.І., Невдачина О.В., Кучер С.В., 2012