

ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ ЛАНЦЮГІВ ЗА МЕТОДОМ НУЛІВ ТА ПОЛЮСІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ВИПРОБУВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ, ОТРИМАНИХ НА ОСНОВІ ЕКСПОНЕНЦІЙНОЇ СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦІЇ

Шумков Ю.С.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

Додаток іспитових сигналів, використовуваних для виміру будь-яких електричних біполярних параметрів схем, на методі нуля і полюсів розглядається в статті. Ті сигнали сгенерировані на основі показового сплайнового наближення. Помилка у вимірі параметрів, викликаних типом функції наближення, проаналізована, і результати зменшені нижче.

The application of test signals, used for measurement of any electrical bipolar circuits parameters, on a method of zero and poles is considered in the article. Those signals are generated on the basis of exponential spline-approximation. The error in measurement of parameters, caused by the type of the approximation function, is analysed and the results are reduced below.

Однією з важливих задач при проведенні технологічних іспитів є вимірювання та контроль R,L,C -параметрів електро-радіоелементів вузлів радіоелектронної апаратури, змонтованих на виробі, та плат друкованого монтажу. Широке застосування одержали методи не-ушкоджуючого контролю у складі електронних схем без фізичного розриву електричного ланцюга [3,5]. При цьому контроль елементів здійснюється шляхом створення спеціального режиму в складному багатополісному електричному ланцюзі, що дозволяє виділити окремі ділянки схеми (гілки) у вигляді електричних двополісників, при якому різниця потенціалів на полюсах двополісника, що досліджується, чи струм у ньому визначаються тільки параметрами цього двополісника. У загальному випадку вимірювальна задача формулюється як визначення R,L,C - параметрів окремих дискретних

елементів пасивних багатоелементних двополюсних електричних ланцюгів (БДЕЛ).

У процесі виробництва, коли виміри носять масовий характер, важливим є рішення задачі автоматизації вимірювання, забезпечення при цьому високої швидкодії, а також універсальності вимірювального перетворення. Як відомо, висока швидкодія може бути досягнута на основі прямих методів із використанням імпульсних випробувальних сигналів (ВС), а також на основі використання властивостей перехідних процесів у ланцюгах, що досліджуються, для одержання інформації про значення вимірюваних параметрів [1]. Однак, при використанні ВС однієї зі стандартних форм, найчастіше ступінчатий ВС, яка легко відтворюється, у загальному випадку одержуємо відгук складний для аналізу. При цьому форма відгуку залежить від моделі досліджуваного ланцюга й значень її параметрів. У результаті інформація про параметри може бути отримана після деяких спеціальних функціональних перетворень відгуку в уніфіковані сигнали, інформативні параметри яких функціонально зв'язані з вимірюваними R,L,C -параметрами і які вже легко оцінити [1,5]. Недоліком таких способів є відсутність універсальності при визначенні R,L,C -параметрів багатоелементних двополюсників, що полягає в необхідності зміни схеми обробки одержуваного відгуку (перетворення в уніфіковані сигнали) у залежності від структурної моделі - складу, числа елементів і конфігурації досліджуваного ланцюга.

Для одержання легко аналізованого уніфікованого відгуку однієї і тієї ж заздалегідь заданої форми незалежно від структурної чи фізичної моделі досліджуваного ланцюга, а також для забезпечення мінімального часу контролю, може бути використана інформація про передбачувану номінальну модель досліджуваного БДЕЛ, заданої у вигляді дробово-раціональної функції імітансу, нулі та полюси якої, у свою чергу, мають універсальний характер. Для визначення значень нулів та полюсів функції імітансу під час перехідного процесу в досліджуваному ланцюзі застосовують ВС, що відносяться до класу експоненційних, тобто описуються сумами експоненційних залежностей з дійсними та комплексно-спряженими показниками ступеня. Нулі та полюси моделі, відтворені ВС, в області операційних зображень за Лапласом вибираються такими, щоб компенсувати відповідно полюси та нулі функції імітансу БДЕЛ. При цьому відбувається зве-

дення відгуку до тієї ж самої заздалегідь заданої форми, зручної для аналізу. Наприклад, вибирається форма уніфікованого відгуку у вигляді одиничної функції, відхилення якого від постійного рівня легко контролювати. По відхиленню відгуку від номінального для ланцюгів 2-го і 3-го порядку можливо безпосереднє інваріантне визначення окремих R,L,C -параметрів БДЕЛ. Зазначений метод визначення параметрів БДЕЛ одержав назву методу нулів та полюсів (МНП) [6,7].

Основні труднощі при реалізації зазначеного методу визначення параметрів БДЕЛ складаються в рішенні задачі синтезу експоненційних ВС у широкому діапазоні тривалостей. При цьому необхідно забезпечити високу точність відтворення заданої форми ВС, а також можливість програмної перебудови відтвореної моделі ВС та її параметрів. Розширення області частот, в якій здійснюється формування ВС, може бути досягнуте на основі такого способу синтезу, який би ґрунтувався на представленні формованих сигналів по деякій системі функцій, що адекватно відображали би характер реальних процесів в електричних ланцюгах, тобто були б фізично обумовленими.

Адекватним аналітичним апаратом стосовно реальних сигналів, як відомо, є наближення функцій сплайнами [2]. Сплайни, побудовані на основі експоненційних функцій, утворених з рішень деякого лінійного однорідного диференційного рівняння, отримали назву експоненціальних сплайнів (ЕС) [4]. Зазначені сплайни дуже ефективні при описі релаксаційних та перехідних процесів у лінійних електричних ланцюгах і можуть бути використані для реалізації методу синтезу ВС, а також для реалізації на його основі дискретного способу формування сигналів з використанням цифро-аналогових засобів. Визначення ЕС, що будуються на основі функцій, які відповідають реальним сигналам в електричних ланцюгах, наведені в [9,10].

Уведемо змінну $\bar{t} = n + \varepsilon$ - відносний час, зв'язаний з поточним $\bar{t} = t/h$, де h - рівномірний інтервал дискретизації; $n = 0,1,2,\dots$; $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Експоненційна сплайн-функція (ЕСФ) $sf_{G_m}(\bar{t})$ порядку m , може бути представлена сумою фінітних експоненційних сплайнів (чи G -сплайнів) [9,10]

$$sf_{G_m}(\bar{t}) = \sum_{i=0}^{\infty} f[i] \cdot G_m(\bar{t} - i) \quad (1)$$

де $\{f_i\}_{i=0}^{\infty}$ - коефіцієнти ЕСФ, що уявляють, наприклад, миттєві значення (дискретні відліки) деякої неперервної, відновлюваної за допомогою ЕСФ залежності $f(\bar{t})$. Вирази для ЕСФ, представлені через кускові функції $b_k(\varepsilon)$, $k = \overline{0, m-1}$, якими описуються G -сплайни, а також приклади деяких G -сплайнів наведені нижче. ЕС 2-го порядку

$$sf_{G_2}(\bar{t}) = \frac{1}{(1-e^{-\alpha})} \left\{ f[n+1] \cdot (1-e^{-\alpha\varepsilon}) + f[n] \cdot (e^{-\alpha\varepsilon} - e^{-\alpha}) \right\}; \quad (2)$$

$$G_2(\bar{t}) = \begin{cases} \frac{1}{(1-e^{-\alpha})} (1-e^{-\alpha\varepsilon}), & \bar{t} \in [0,1]; \\ \frac{1}{(1-e^{-\alpha})} (e^{-\alpha\varepsilon} - e^{-\alpha}), & \bar{t} \in [1,2]; \\ 0, & \bar{t} < 0, \bar{t} > 2. \end{cases} \quad (3)$$

ЕС 3-го порядку

$$sf_{G_3}(\bar{t}) = \frac{1}{\alpha(1-e^{-\alpha})} \left\{ f[n+1](-1+\alpha\varepsilon+e^{-\alpha\varepsilon}) + f[n] \left[1+\alpha+e^{-\alpha} - (1+e^{-\alpha})\alpha\varepsilon - 2e^{-\alpha\varepsilon} \right] + f[n-1]e^{-\alpha} \left[\alpha(\varepsilon-1) - 1 + e^{-\alpha(\varepsilon-1)} \right] \right\} \quad (4)$$

$$G_3(\bar{t}) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha(1-e^{-\alpha})} [\alpha\varepsilon - 1 + e^{-\alpha\varepsilon}], & \bar{t} \in [0,1]; \\ \frac{1}{\alpha(1-e^{-\alpha})} \left[1+\alpha+e^{-\alpha} - (1+e^{-\alpha})\alpha\varepsilon - 2e^{-\alpha\varepsilon} \right], & \bar{t} \in [1,2]; \\ \frac{e^{-\alpha}}{\alpha(1-e^{-\alpha})} \left[\alpha(\varepsilon-1) - 1 + e^{-\alpha(\varepsilon-1)} \right], & \bar{t} \in [2,3]; \\ 0, & \bar{t} < 0, \bar{t} > 3. \end{cases} \quad (5)$$

Легко показати, що для кусково-багаточленної функції $sf_{G_3}(\bar{t})$ виконується умова безперервності як для самої функції, так і для її першої похідної у вузлах.

Узагальнена модель ланцюга для формування сигналів G -сплайнами у вигляді розімкнутої структурної схеми представлена рис. 1,а. Модель включає приведену неперервну частину з передатною функцією (ПФ) $W_G(q) = A(a, h) \cdot W_{np}(q)$, $q = ph$, що визначає вид і значення параметрів експоненційних функцій $b_k(\varepsilon)$, імпульсний елемент \perp , що працює з тактом h і відображає процес дискретизації або вже існуюче дискретне уявлення вхідного сигналу $x[n] = x^*(\bar{t})$, де $\bar{t} = n$; $n = 0, 1, 2, \dots$; і дискретну частину з ПФ $H(e^{-q})$, що забезпечує кінцеву тривалість реакції імпульсної системи на кожний вхідний відлік. Загальна ПФ $K_{\Sigma Gm}^*(q, \varepsilon)$ формуючої системи має вигляд

$$K_{\Sigma Gm}^*(q, \varepsilon) = A(a, h) H(e^{-q}) W_{np}^*(q, \varepsilon)$$

Необхідною й достатньою умовою одержання фінітної вагової функції є збіг полюсів аналогової частини з нулями дискретної [8]. У цьому випадку ПФ

$$K_{\Sigma G_m}(q, \varepsilon) = A(a, h) H(e^{-q}) \frac{\sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) e^{q(m-k)}}{\sum_{j=0}^m a_j e^{qj}} = A(a, h) e^{-mq} \sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) e^{q(m-k)}$$

Таким чином, G-сплайн може бути отриманий у лінійному імпульсному ланцюзі, як реакція на вхідний одиничний відлік і представлений виразом

$$G_m(a, \bar{t}) = A(a, h) \cdot g^*(a, \bar{t}) = A^*(a) \cdot D^{-1} \left\{ e^{-mq} \cdot \sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) \cdot e^{q(m-k)} \right\},$$

де D^{-1} - оператор зворотного дискретного перетворення Лапласа зміщених решітчастих функцій [8], a - параметри ПФ неперервної частини. На рис. 1,б наведена модель ланцюга, що враховує у своїй структурі ЦАП з регістрами пам'яті

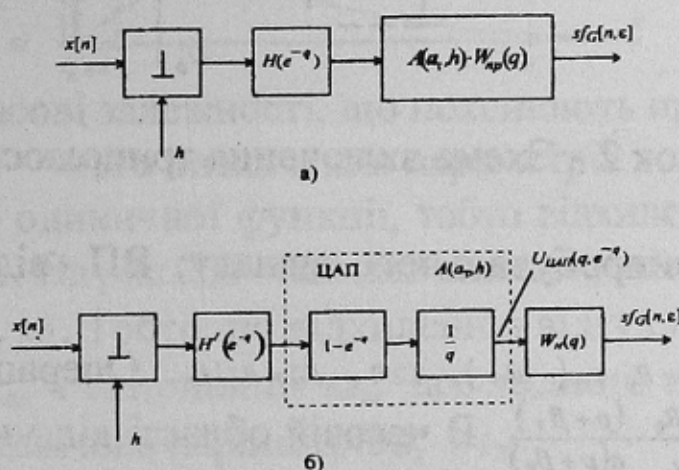


Рисунок 1 - Модель ланцюга, що враховує у своїй структурі ЦАП з регістрами пам'яті

В узагальненій схемі (рис. 1,б) ЦАП з регістрами пам'яті може бути представлений немінімально-фазовою ланкою з ПФ $(1 - e^{-q})/q$. Множник $(1 - e^{-q})$ може бути включений у ПФ приведеної дискретної частини $H(e^{-q}) = (1 - e^{-q})H'(e^{-q})$, а $(1/q)$ - включений у ПФ приведеної неперервної частини. Тоді $W_{np}(q) = (1/q)W_n(q)$, де $W_n(q)$ - ПФ деякого неперервного лінійного ланцюга (аналоговий фільтр). Функція $H(e^{-q})$ може бути врахована у вхідному дискретному сигналі $X^*(q, 0) = H(e^{-q}) \cdot F^*(q, 0)$, де $F^*(q, 0)$ - дискретні відліки, що визначають значення коефіцієнтів у виразі для ЕСФ.

Розглянемо приклад визначення параметрів паралельного R_X, L_X -ланцюга по МНП. Приведена на рис. 2 схема включення триполюсника забезпечує режим заданої напруги на клеммах досліджуемого R_X, L_X -ланцюга в складі складного багатополюсного електричного ланцюга. Провідність БДЕЛ, що досліджується, $H_Y(p) = \frac{1}{R_X} \cdot \frac{(p + \beta_X)}{p}$, $\beta_X = \frac{R_0}{L_X}$, де $R_X = R_0 + \Delta R_X$; $L_X = L_0 + \Delta L_X$. Інформативним є сумарний струм $i_{\Sigma}(t)$ у паралельному R_X, L_X -ланцюзі, що перетворюється на виході вимірювальної схеми в напругу $Z_{SX}(t) \triangleq U_X(t)$ - уніфікований сигнал, що несе інформацію про значення параметрів R_X, L_X .

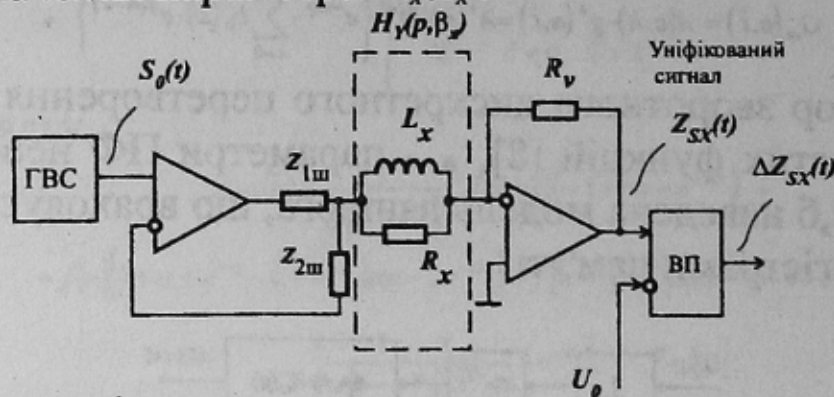


Рисунок 2 - Схема включення триполюсника

ГВС – генератор випробувального сигналу; ВП - від'ємний пристрій

Модель ВС $S_0(t) = R_0 \cdot \exp(-\beta_0 t)$, $t \geq 0$, $\beta_0 = R_0/L_0$. Операційне зображення відгуку $Z_{SX}(p) = -\frac{R_v R_0}{R_X} \cdot \frac{(p + \beta_X)}{p(p + \beta_0)}$. В часовій області відгук $Z_{SX}(t)$ описується виразом

$$Z_{SX}(t) = \frac{R_0}{R_0 \pm \Delta R_X} \cdot e^{-\beta_0 t} + \frac{L_0}{L_0 \pm \Delta L_X} \cdot (1 - e^{-\beta_0 t}), \quad t \geq 0,$$

де $\beta_X \neq \beta_0$; $R_v \equiv 1$.

Часові залежності, що пояснюють принцип інваріантного визначення параметрів, наведені на рис. 3, де крива 1 – уніфікований відгук $Z_{SX}(t)$; крива 2 – складова перехідного процесу, що зумовлена R_X ; крива 3 – складова перехідного процесу, що зумовлена L_X . Умови інваріантного визначення параметрів R_X і L_X визначаються співвідношеннями

$$\lim_{t \rightarrow 0} Z_{SX}(t) = \frac{R_0}{R_0 \pm \Delta R_X} \equiv 1 \mp \frac{\Delta R_X}{R_0} = 1 + \Delta Z_{R_X}, \quad \Delta Z_{R_X} \equiv \mp \frac{\Delta R_X}{R_0};$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Z_{SX}(t) = \frac{L_0}{L_0 \pm \Delta L_X} \equiv 1 \mp \frac{\Delta L_X}{L_0} = 1 + \Delta Z_{L_X}, \quad \Delta Z_{L_X} \equiv \mp \frac{\Delta L_X}{L_0}.$$

На рис 3,а наведено випадок, коли $R_X = R_0$ і $L_X = L_0$ ($\beta_0 = \beta_X$). При цьому

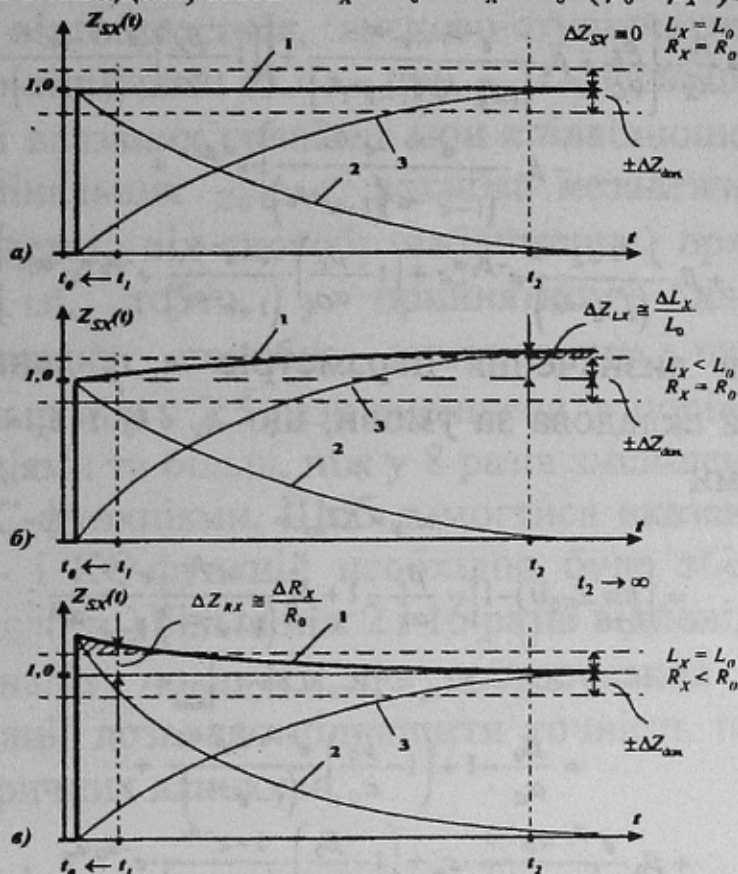


Рисунок 3 - Часові залежності, що пояснюють принцип інваріантного визначення параметрів

відгук має вигляд одиничної функції, тобто відхилення відгуку від номінального $\Delta Z_{sx}(t) \equiv 0$. На рис. 3,б - наведено випадок, коли $\Delta L_X \neq 0$. На рис. 3,в - випадок, коли $\Delta R_X \neq 0$. Тобто, по відхиленню відгуку від постійного рівня на початку ΔZ_{RX} і наприкінці ΔZ_{LX} перехідного процесу можливий контроль дійсних значень параметрів R_X і L_X .

Оцінимо методичну складову похибки визначення параметрів R_X, L_X по МНП, зумовлену вибором системи апроксимуючих функцій при синтезі ВС. Сплайни (3) є математично подібними і оптимальними при синтезі ВС. Сигнал формується у вигляді суми двох сигналів, що описуються ступінчатою функцією і функцією $1 - e^{-\beta t}$. Розглянемо інтерполяцію залежності, яка відтворюється ВС у часовій області. Інтерполююча сплайн-функція $s_{f_{G2}}(\bar{t})$ має вигляд (2), де $f[n]$ коефіцієнти $n = \overline{0, N_a}$, знаходять з умови збігу відтвореної залежності та сплайн-функції у вузлах; N_a - число ділянок інтерполяції. Уніфікований відгук $Z_{sx}(\bar{t})$, що несе інформацію про параметри R_X, L_X , що вимірюються, для випадку формування ВС на основі зазначених сплайнів, має вигляд

$$Z_{GX}[n, \varepsilon] = \frac{R_0}{R_X} \left\{ \frac{\beta_x}{\alpha_G} + \beta_x \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})(1 - e^{-\beta_0})} + \left[\left(1 - \frac{\beta_x}{\alpha_G} \right) \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})} - \beta_x \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})(1 - e^{-\beta_0})} \right] \cdot e^{-\beta_0 n} + \beta_x \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})} e^{-\beta_0 n} \varepsilon + \left(1 - \frac{\beta_x}{\alpha_G} \right) \frac{1 - e^{-\beta_0}}{(1 - e^{-\alpha_G})} e^{-\beta_0 n} e^{-\alpha_G \varepsilon} \right\}$$

Оцінки похибки визначення параметрів R_X, L_X -ланцюга по відгуку $Z_{GX}(\bar{t})$ (методична складова за умови, що $R_X = R_0$ і $L_X = L_0$) визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned} \Delta L_X &= \Delta Z_{L_0} = \left| \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} Z_{G_0}(\bar{t}) - 1 \right| = \frac{\beta_x}{\alpha_G} - 1 + \beta_0 \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})(1 - e^{-\beta_0})}; \\ \Delta R_X &= \Delta Z_{R_0} = \left| Z_{G_0}[0, \varepsilon] - 1 \right|_{\max} = \frac{\beta_0}{\alpha_G} - 1 + \left(1 - \frac{\beta_0}{\alpha_G} \right) \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})} + \beta_0 \frac{e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G}}{(1 - e^{-\alpha_G})} \cdot \varepsilon_m + \left(1 - \frac{\beta_0}{\alpha_G} \right) \frac{1 - e^{-\beta_0}}{(1 - e^{-\alpha_G})} \cdot e^{-\alpha_G \varepsilon_m}, \end{aligned}$$

де $\varepsilon_m = -\frac{1}{\alpha_G} \ln \left| \frac{\beta_0(e^{-\beta_0} - e^{-\alpha_G})}{(\alpha_G - \beta_0)(1 - e^{-\beta_0})} \right|$. На рис. 4 наведені оцінки похибки визначення параметрів R_X, L_X при формуванні ВС на основі інтерполяції сплайнами. Оцінки (пунктирна лінія для параметра R_X , суцільна лінія для L_X) отримані в залежності від співвідношення параметрів $\chi_G = \alpha_G/\beta_0$ сплайнів $G_2(\bar{t})$ і моделі ВС, що відтворюється, а також від числа N_a ділянок інтерполяції.

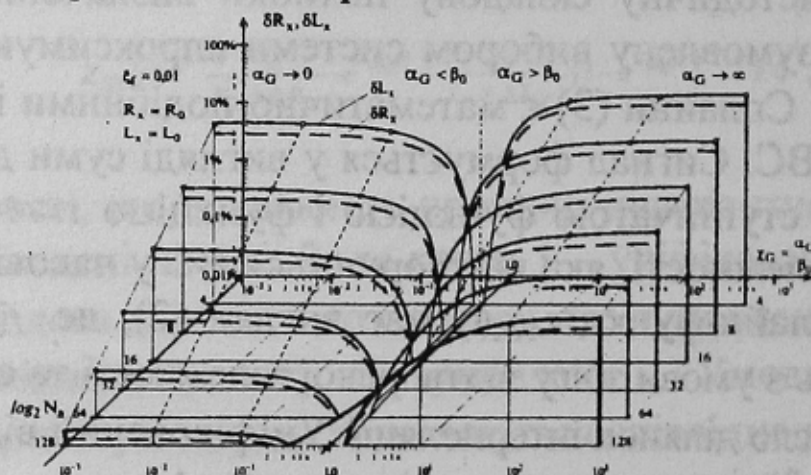


Рисунок 4 - оцінки похибки визначення параметрів R_X, L_X при формуванні ВС на основі інтерполяції сплайнами

Граничні оцінки похибки вимірювання відповідають інтерполяції моделі ВС, що відтворюється, кусково-ступінчатими (КС) - при $\alpha_G \rightarrow \infty$, та кусково-лінійними (КЛ) - при $\alpha_G \rightarrow \infty$ функціями. Видно, що при використанні вказаних сплайнів при співвідношенні параметрів, близьких до номінальних $\chi_G \cong 1,0$, похибка незалежно від числа n_a (аналогічно, незалежно від способу наближення) прямує до нуля. У діапазоні $\chi_G \in [0,5; 1,5]$, тобто, у прийнятному для практичного застосування випадку, похибка вимірювання параметрів R, L ланцюга буде більш ніж у 2,5 рази зменшена, у порівнянні з інтерполяцією КЛ-функціями та більш, ніж у 8 разів зменшена в порівнянні з інтерполяцією КС-функціями. Щоб домогтися вказаного ефекту при застосуванні КЛ- і КС-функцій необхідно буде збільшити частоту дискретизації (число n_a) більш ніж 2 і 16 разів відповідно.

Наведений аналіз показує, що застосування експоненційної сплайн-апроксимації дозволяє підвищити точність при вимірюванні параметрів електричних ланцюгів.

Перелік джерел

1. Боровских Л.П., Павлов А.М. О преобразовании параметров многоэлементных двухполюсников при импульсном питании. - Приборы и системы управления, 1979, № 2, с. 24-25.
2. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980. - 352 с.
3. Лихтциндер Б.Я. Автоматизация поэлементного контроля многополюсных электрических цепей. - Измерение, контроль, автоматизация (М), 1983, вып. 3(47), с. 14 - 24.
4. Маккартин Б.Дж. Применение экспоненциальных сплайнов в вычислительной гидродинамике. - Аэрокосмическая техника, т. 2, № 4, апрель, 1984, с. 13 - 20.
5. Мартяшин А.И., Орлова Л.В., Шлядин В.М. Преобразователи параметров многополюсных электрических цепей. - М.: Энергоиздат, 1981. - 72 с.
6. Осадченко В.П. Электрические цепи в условиях воздействий, форма которых совпадает с формой свободной составляющей переходного процесса в цепи. - Технология. Технология приборостроения: Научн. - техн. сб., сер. X11. - М.: ЦНТИ "Поиск", 1984, вып. 2, с. 103 - 115.
7. Туз Ю.М., Осадченко В.П. Некоторые особенности контроля параметров электрических цепей по методу нулей и полюсов. // Структурные методы повышения точности, чувствительности и быстродействия измерительных приборов и систем. Респ. науч.-техн. конф., вып. 1. - Киев, 1985 - с. 127,128.
8. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. - М.: Физматгиз, 1963. - 968 с.
9. Shumkov J.S. Exponential splines in electric circuits' parameters measuring. - Actual problems of Measuring Technique "Measurement-98". Proceeding of the International Conference, 7-10 September, 1998, Kyiv, Ukraine. -Kyiv: NTUU "KPI", AUS DAAD, 1998.- pp. 250-253.
10. Шумков Ю.С. Синтез испытательных сигналов на основе экспоненциальной сплайн-аппроксимации для измерения и контроля параметров электрических цепей // Электроника и связь. - 2000. - № 9. - С. 59-63.