

РАСЧЁТНАЯ СХЕМА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОНВЕЙЕРНОЙ ЛЕНТЫ

Корниенко А.П., Чикалов В.И.

Донецкий национальный технический университет

При резко возрастающем значении в горной промышленности открытого способа добычи полезных ископаемых, росте производственной мощности горных предприятий и увеличении глубины разработок, а также создании мощного технологического оборудования непрерывного действия (в основном роторных экскаваторов) карьерный конвейерный транспорт во многих случаях уже сейчас является практически бесконкурентным. Протяжённые конвейеры представляют собой сложную механическую систему с распределёнными параметрами. Описание таких систем связано с применением нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, точное аналитическое решение которых во многих случаях недостижимо. Тем не менее динамические режимы, возникающие в процессе работы конвейеров, представляют большой практический интерес, поэтому ряд исследователей уделяют этому вопросу достаточно много внимания. Однако, все известные решения получены при тех или иных упрощающих допущениях. Между тем отечественная и зарубежная литература о системах электропривода мощных конвейерных установок весьма ограничена и состоит преимущественно из небольшого количества статей или глав в технических книгах. Поэтому в данной работе поставлена задача частично восполнить этот пробел.

В основу разрабатываемой динамической модели конвейера положена расчётная схема, описанная в работе [1]. В соответствии с этой методикой контур ленты разбивается на n интервалов. Масса ленты, груза и роликов, находящихся на каждом интервале, заменяются, как это показано на рис. 1, эквивалентными фиктивными маховиками, связанными между собой упругими и демпфирующими элементами. Силы, действующие на ленту в рабочих режимах на каждом интервале, считаются приложенными к маховикам.

В результате на расчётной схеме конвейерная лента с находящимся на ней грузом и поддерживающими её роликами представлена в виде замкнутой цепной схемы, состоящей из фиктивных маховиков с неподвижными центрами вращения, связанными между собой невесомой упруго-вязкой нитью, движущейся по поверхности маховиков без пробуксовки.

Для общности считается, что к маховикам приложены как реактивные силы, всегда направленные против движения и не способные самостоятельно вывести систему из равновесия, так и активные. Реактивные силы порождаются в основном силами трения, препятствующими движению ленты, а активные могут быть обусловлены либо гравитационной составляющей, для наклонных конвейеров, либо воздействием со стороны привода.

Кроме фиктивных маховиков, обозначенных на расчётной схеме рис. 1 m_1 и m_2 , там же показаны и реально существующие маховики m_{1+n} и m_{2+n} , эквивалентные моментам инерции приводных барабанов и связанных с ними редукторов и двигателей.

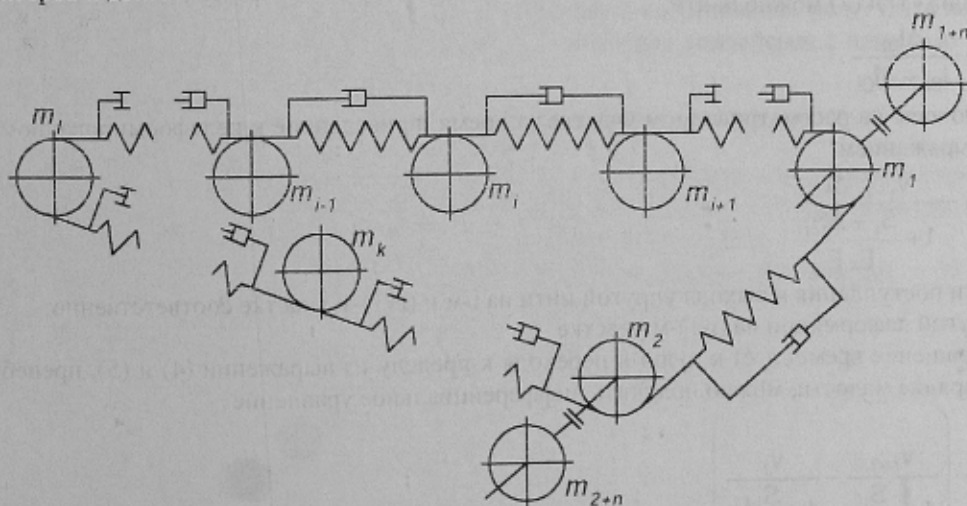


Рисунок 1 – Расчётная схема конвейера

В дальнейшем считается, что все моменты инерции и моменты сил сопротивления приведены к поступательному движению ленты.

Связь между элементами привода m_{1+n} и m_{2+n} и лентой m_1 и m_2 в соответствии с расчётной схемой рис. 1 осуществляется через фрикционную муфту. Это позволяет учесть реально существующую возможность возникновения пробуксовки между лентой и приводными барабанами.

Поскольку рассмотренная выше расчётная схема модели ленты (рис. 1) состоит из одинаковых элементов, достаточно рассмотреть уравнения, описывающие динамические режимы одного из них, например i -го.

Как было отмечено выше, на i -й маховик действуют различные по своей природе силы [2]. Введём для них следующие обозначения:

Q_i – реактивные силы типа сухого трения;

W_i – активные силы, приложенные к i -му участку ленты, либо обусловленные гравитационной составляющей в наклонных конвейерах.

Кроме указанных сил, к i -му маховику приложены также силы со стороны упруго демпфированных элементов, находящихся как перед маховиком на участке $i-1$, так и после него на i -м участке. Причём, так как лента рассматривается в данном случае как упруго-вязкое тело по Фохту [3], сила воздействия ленты на маховик, например со стороны i -го участка определяется выражением:

$$T_i = S_i + \eta_i \frac{dS_i}{dt}, \quad (1)$$

где T_i – результирующая сила воздействия на i -й маховик со стороны i -го упруго-вязкого элемента;

S_i – составляющая, обусловленная упругой деформацией ленты;

η_i – коэффициент, учитывающий внутреннее трение в ленте на i -м участке;

t – время.

Чтобы определить закономерности изменения в динамических режимах силы, связанной с упругой деформацией ленты, рассмотрим детально состояние i -го упругого элемента для двух моментов времени t_0 и $t_0 + \Delta t$, где Δt – малое приращение времени. При этом считаем, что на i -м участке длиной l_i упругая нить подчиняется закону Гука. В этих условиях для начального момента времени t_0 состояние упругого элемента может быть описано выражением:

$$S_i = E \cdot F \cdot \left(\frac{l_i}{l_{0i}} - 1 \right), \quad (2)$$

где S_i – сила упругой деформации i -го элемента в момент времени t_0 ;

E – модуль упругости материала ленты;

F – площадь поперечного сечения ленты;

l_{0i} – длина упругой нити, находящейся на i -м участке, приведенная к недеформированному состоянию.

На момент времени $t_0 + \Delta t$ за счёт разности скоростей поступления и выборки упругой нити на рассматриваемом участке сила упругой деформации примет новое значение:

$$S_i + \Delta S_i = \left(\frac{l_i}{l_{0i} + \Delta l_{0i}} - 1 \right) \cdot F \cdot E, \quad (3)$$

где ΔS_i – приращение силы упругой деформации за время Δt ;

Δl_{0i} – приращение длины упругой нити на i -м участке за время Δt , приведенное к недеформированному состоянию.

Путём вычитания (3) и (2) можно найти:

$$\Delta S_i = E \cdot F \cdot \frac{l_i}{l_{0i}} \cdot \frac{\Delta l_{0i}}{l_{0i} + \Delta l_{0i}}. \quad (4)$$

Приращение полосы на рассматриваемом участке за время, приведенное к недеформированному состоянию, определяется выражением:

$$\Delta l_{0i} = \frac{v_i \cdot \Delta t}{1 + \frac{S_{i-1}}{E \cdot F}} - \frac{v_{i+1} \cdot \Delta t}{1 + \frac{S_i + \Delta S_i}{E \cdot F}}, \quad (5)$$

где v_i и v_{i+1} – скорости поступления и выхода упругой нити на i -м и $(i+1)$ -м участке соответственно;

S_{i-1} – усилие упругой деформации на $(i-1)$ -м участке.

Устремив приращение времени Δt к нулю и переходя к пределу из выражений (4) и (5), пренебрегая величинами второго порядка малости, можно получить дифференциальное уравнение

$$\frac{dS_i}{dt} = E \cdot F \cdot \frac{l_i}{l_{0i}^2} \cdot \left(\frac{v_{i+1}}{1 + \frac{S_i}{E \cdot F}} - \frac{v_i}{1 + \frac{S_{i-1}}{E \cdot F}} \right), \quad (6)$$

отражающее связь между скоростью изменения упругой деформации материала на i -м участке, скоростями его поступления и выборки с этого участка, а также силами упругой деформации на рассматриваемом и предыдущем участках.

С учётом (2) полученное дифференциальное уравнение (6) может быть приведено к виду:

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{(E \cdot F + S_i)^2}{l_i} \cdot \left(\frac{v_{i+1}}{E \cdot F + S_i} - \frac{v_i}{E \cdot F + S_{i-1}} \right). \quad (7)$$

Помимо уравнений типа (7), отражающих динамику изменения сил упругой деформации, для полного описания динамических режимов i -го элемента необходимо составить уравнение движения i -го маховика. С этой целью предварительно определяется равнодействующая активных сил, приложенная к этому маховику:

$$R_{ai} = T_i - T_{i-1} + W_i. \quad (8)$$

С учётом (1) уравнение (8) может быть переписано в виде:

$$R_{ai} = S_i - S_{i-1} + \eta_i \cdot \left(\frac{dS_i}{dt} - \frac{dS_{i-1}}{dt} \right) + W_i. \quad (9)$$

В связи с тем, что на i -й маховик помимо активных сил действует также и реактивная сила Q_i , уравнение движения приобретает существенно нелинейный характер:

$$\frac{dv_i}{dt} = \begin{cases} (R_{ai} - Q_i \operatorname{sign} v_i) / m_i, & \text{при } V_i \neq 0, \\ (R_{ai} - Q_i \operatorname{sign} R_{ai}) / m_i, & \text{при } V_i = 0, \quad |R_{ai}| > Q_i, \\ 0, & \text{при } V_i = 0, \quad |R_{ai}| \leq Q_i. \end{cases} \quad (10)$$

Полученные уравнения (7), (9), (10), объединённые в систему

$$\begin{aligned} \frac{dS_i}{dt} &= \frac{(EF + S_i)^2}{I_i} \cdot \left(\frac{v_{i+1}}{EF + S_i} - \frac{v_i}{EF + S_{i-1}} \right), \\ R_{ai} &= S_i - S_{i-1} + \eta_i \cdot \left(\frac{dS_i}{dt} - \frac{dS_{i-1}}{dt} \right) + W_i, \\ \frac{dv_i}{dt} &= \begin{cases} (R_{ai} - Q_i \operatorname{sign} v_i) / m_i, & \text{при } V_i \neq 0, \\ (R_{ai} - Q_i \operatorname{sign} R_{ai}) / m_i, & \text{при } V_i = 0, \quad |R_{ai}| > Q_i, \\ 0, & \text{при } V_i = 0, \quad |R_{ai}| \leq Q_i. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

позволяют полностью описать динамику i -го элемента модели конвейера, соответствующего принятой расчётной схеме (рис.1). Для полного описания требуется и систем уравнений типа (11) (по количеству интервалов разбиения конвейерной ленты) и необходимо добавить к ним уравнения динамики приводных барабанов и электродвигателей.

Выводы. В данной работе получена расчётная схема и разработано математическое описание динамической модели конвейерной ленты. Результаты работы получены в виде системы, состоящей из трёх уравнений, которая в дальнейшем совместно с уравнениями динамики привода может быть использована для построения структурной схемы ленточного конвейера. Полученная структурная схема будет представлять собой хорошо изученную двухмассовую систему электропривода с упругой связью. Однако, она не позволяет учесть возможность возникновения режима буксования, когда момент, передаваемый приводным барабаном ленте достигает предельно допустимой величины, определяемой силами трения контактирующих поверхностей ленты и барабана. Данные уравнения позволяют в полной мере оценить динамику модели ленточного конвейера, но без учёта возможности исследования режима буксования. Дальнейшие исследования могут быть направлены на исследование динамических режимов мощных протяжённых ленточных конвейеров с помощью построенной структурной схемы и с учётом режима буксования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г. Теория ленточных конвейеров. – М.: Машиностроение, 1982. – 182 с.
2. Ленточные конвейеры в горной промышленности. В.А. Дьяков, Л.Г. Шахмейстер, В.Г. Дмитриев и др. Под ред. чл.-кор. АН СССР А.О. Спиваковского. – М.: Недра, 1982. – 329 с.
3. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г. Теория и расчёт ленточных конвейеров. – М.: Машиностроение, 1978. – 392 с.