

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ МЕТАНО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ИСКРОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Иохельсон З.М.

МакНИИ, отдел электрооборудования

И.А.Бершадский, Неледва А.В.

Донецкий национальный технический университет

Постановка задачи. Значительное распространение средств автоматизации, сигнализации и связи на взрывоопасных производствах требует расширенного применения искробезопасных электрических систем. Их использование для управления электрооборудованием, опережающего отключения электроэнергии, контроля состояния атмосферы и др. является мощным способом предотвращения аварий, могущих повлечь опасность для жизни человека [1].

Искробезопасная электрическая цепь определяется как цепь, в которой разряды или термическое действие, возникающее в нормальном и аварийном режимах работы электрооборудования не вызывает загорания метано-воздушной смеси (МВС). Несмотря на успешное решение ряда практических задач обеспечения искробезопасности, несовершенной еще остается теория воспламенения взрывчатых смесей электрическими разрядами [2]. Такое положение можно объяснить сложностью самого этого явления, состоящего из трех групп самостоятельных процессов [3]:

- 1) изменение электрических величин в цепи, формирующих вид разряда;
- 2) электро-физические процессы в разряде;
- 3) физико-химические процессы воспламенения с учетом большого числа значимых факторов.

В настоящее время принято считать [4], что взрыв газа электрической искрой происходит в результате воздействия тепловой энергии разряда на газовую смесь. Согласно тепловой теории загорания, весь газ может быть воспламенен, если его элементарный объем будет нагрет до температуры воспламенения $T_{вос}$. Весь окружающий разряд взрывчатый газ воспламенится, если даже источник загорания прекратит свое существование после воспламенения элементарного объема.

Цель статьи – предложить математическую модель электрического загорания метано-воздушной смеси от искрового источника в виде цилиндра с учетом температуры очага разряда, его размеров и средней мощности, зависимости теплофизических параметров газовой среды от температуры, а также влияния электродов на формирование фронта пламени.

Основные принципы и соотношения. В рамках тепловой теории воспламенения ее строгая математическая формулировка должна базироваться на одновременном учете явлений теплопроводности и диффузии при наличии экзотермической химической реакции окисления МВС [5]:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + q k_0 c^v e^{-E/(RT)} + P_0, \quad (1)$$

$$-\frac{\partial D}{\partial t} = \operatorname{div}\left(\frac{D}{T} \operatorname{grad} T\right) - k_0 c^v e^{-E/(RT)},$$

где c_p, ρ, λ – теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности газовой смеси; T – температура газовой среды в точке пространства, окружающей или принадлежащей стволу электрического разряда; q – тепловая энергия, выделяемая в результате реакции сгорания грамм-моля горючего; $W = k_0 c^v e^{-E/(RT)}$ – скорость реакции; k_0, v – предэкспоненциальный множитель и порядок реакции; E – энергия активации реакции окисления (сгорания) газовой смеси; $R = 8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная; D – коэффициент диффузии горючего газа в зоне реакции его окисления; c – концентрация метана в воздухе; P_0 – удельная объемная мощность искрового разряда.

Решение этой системы уравнений в общем виде не найдено из-за возникающих математических трудностей [5, 6]. Однако, современный уровень компьютерных технологий позволяет эффективным образом получать приближенные решения таких задач в многомерной, нелинейной и нестационарной постановке [7].

Реальный тепловой источник при электрическом загорании может моделироваться в виде цилиндра, опирающегося торцами в расходящиеся электроды. В процессе моделирования предполагается, что электроды имеют ось симметрии и плоскость симметрии, перпендикулярную этой оси и равноудаленную от торцов электродов. Таким образом при расчете температурного поля рассматривается только один квадрант плоскости, в которой расположена ось симметрии (рис. 1).

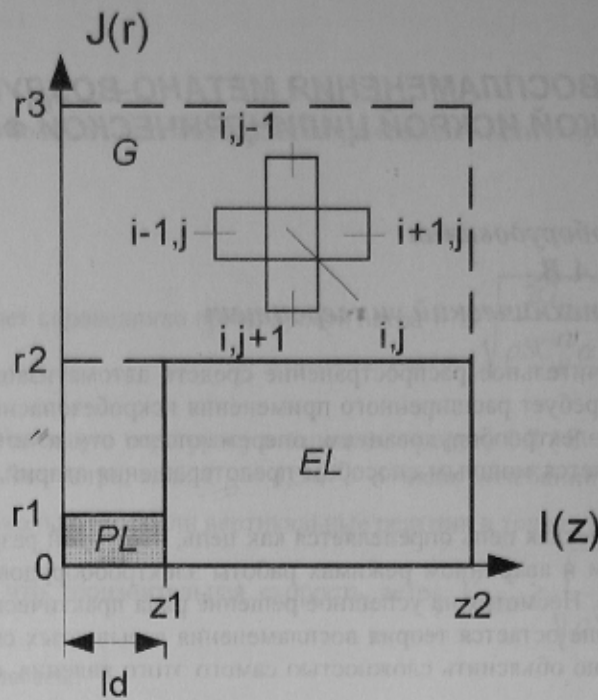


Рисунок 1 – Аппроксимация моделируемого пространства (PL - ствол разряда, EL - электрод, G - горячая газовая смесь)

Учитывая указанную конфигурацию модели, систему дифференциальных уравнений в частных производных удобно описывать в 2-х мерной цилиндрической системе координат (ЦСК) (z, r) .

Для разработки модели электрического зажигания газовой смеси система (1) модифицируется к более удобному для численных решений виду:

$$c(T) \cdot \rho(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda(T) \cdot \nabla^2 T + q(z, r, T, \eta) + P_0(t, z, r, T). \quad (2)$$

где q – мощность теплового источника экзотермической реакции; η – доля выгоревшего метана по отношению к его начальной концентрации; P_0 – мощность электрического разряда.

Воспользовавшись формулами для представления дифференциального уравнения теплопроводности в ЦСК [8] и, учитывая осевую симметрию задачи, получим:

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{k+1} = & T_{i,j}^k + \frac{\tau}{j \Delta r^2} \cdot a(T_{i,j}^m) \cdot (T_{i,j+1}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1}) + q(i \cdot \Delta_z, j \cdot \Delta_r, T_{i,j}^m, \eta_{i,j}, k \cdot \tau) \cdot \tau + \\ & + \frac{\tau}{\Delta_r^2} \cdot [a(T_{i,j-1}^m) \cdot (T_{i,j-1}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1}) - a(T_{i,j+1}^{k+1}) \cdot (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j+1}^{k+1})] + \\ & + \frac{\tau}{\Delta_z^2} \cdot [a(T_{i-1,j}^m) \cdot (T_{i-1,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1}) - a(T_{i+1,j}^{k+1}) \cdot (T_{i,j}^{k+1} - T_{i+1,j}^{k+1})] \end{aligned} \quad (3)$$

где i, j – номера координат по оси z и радиусу r ; τ – шаг по времени (определяется, исходя из условий устойчивости и монотонности разностного решения задачи [7]); Δ_r, Δ_z – шаг по радиусу и оси цилиндрической системы координат; $a(T)$ – коэффициент температуропроводности; $m = k$ или $k + 1$ – номер временного слоя, выбор которого пояснен ниже; q – функция источника, учитывающая одновременное выделение тепла в экзотермической реакции и плазме дуги.

Разностная схема (3) – неявная, то есть для получения температуры на следующем временном слое $T_{i,j}^{k+1}$ необходимо решить систему уравнений методом прогонки. С этой целью система (3) приводится к каноническому виду [7], который, учитывая используемые граничные условия 1-го рода, для внутренних точек расчетной области имеет вид:

$$a_n \cdot T_{n+1} + b_n \cdot T_n + c_n \cdot T_{n-1} + d_n = 0, \quad (4)$$

где $n + 1, n, n - 1$ – соседние точки в пространстве.

Здесь необходимо учесть, что требуется решать двухмерную задачу и приходится использовать одну из т.н. «экономичных» схем, а именно локально-одномерную с расщеплением по отдельным координатам z, r . На основе такого расщепления протекание многомерного физического процесса представляется как результат последовательной реализации одномерных процессов, каждый из которых начинается от распределения температуры, возникшего после окончания предыдущего одномерного процесса. Так, уравнение (3) распадается на два:

- по r

$$v_{i,j}^{k+1} \cdot \left[-\frac{\tau}{j \cdot \Delta_r^2} \cdot a(T_{i,j}^m) - 1 - \frac{\tau}{\Delta_r^2} \cdot (a(T_{i,j-1}^m) + a(T_{i,j+1}^m)) \right] + v_{i,j+1}^{k+1} \cdot \left[a(T_{i,j}^m) \cdot \frac{\tau}{j \cdot \Delta_r^2} + a(T_{i,j+1}^m) \cdot \frac{\tau}{\Delta_r^2} \right] + v_{i,j-1}^{k+1} \cdot \left[\frac{\tau}{\Delta_r^2} \cdot a(T_{i,j-1}^m) \right] + T_{i,j}^k + q(i \cdot \Delta_z, i \cdot \Delta_z, T_{i,j}^k, \eta_{i,j}, k \cdot \tau) \cdot \frac{\tau}{2}; \quad (5.1)$$

- по z

$$T_{i,j}^{k+1} \cdot \left[-1 - \frac{\tau}{\Delta_z^2} (a(v_{i-1,j}^{k+1}) + a(v_{i+1,j}^{k+1})) \right] + T_{i-1,j}^{k+1} \cdot \left[\frac{\tau}{\Delta_z^2} a(v_{i-1,j}^{k+1}) \right] + T_{i+1,j}^{k+1} \cdot \left[\frac{\tau}{\Delta_z^2} a(v_{i+1,j}^{k+1}) \right] + v_{i,j}^{k+1} + q(i \cdot \Delta_z, j \cdot \Delta_r, v_{i,j}^{k+1}, \eta_{i,j}, k \cdot \tau) \cdot \frac{\tau}{2}. \quad (5.2)$$

В зависимости от выбора временного слоя m , по температурам которого рассчитываются коэффициенты уравнения (3), может применяться либо квазилинейная $m=k$, либо нелинейная $m=k+1$ разностная схема.

В квазилинейной схеме коэффициенты a, λ, ρ, c, q вычисляются по температурам $T_{i,j}^k$ предыдущего временного слоя, тогда система линейна относительно $T_{i,j}^{k+1}$. В нелинейной схеме те же коэффициенты подбираются путем сходящегося итерационного процесса, в котором на каждом шаге по времени требуется решать системы линейных уравнений.

Итерационный процесс организуется следующим образом. На каждом k -м шаге по времени формируется внутренний итерационный цикл. В нем значения коэффициентов вычисляются по температуре $T_{i,j}^{(s-1)}$ предыдущей итерации ($s-1$). Далее продолжаются итерации, число которых задается равным s_{\max} . Также определяется условие получения заданной погрешности на текущем шаге по времени k : $\max_{i,j} |T_{i,j}^{(s)} - T_{i,j}^{(s-1)}| \leq \Delta T_{\max}$.

Предварительные тестирующие расчеты на примере одномерного нестационарного уравнения теплопроводности, которые не вошли в данную статью, показали, что, несмотря на увеличение объема счета на каждом шаге по времени по сравнению с квазилинейной, нелинейная схема дает меньшую погрешность численного решения исходной задачи. Особенно преимущество становится заметно при увеличении шага по времени τ . Так, в задаче (3) введение нелинейной разностной схемы позволило увеличить шаг по сравнению с явной схемой с 0,25 мкс до 4 мкс при сохранении той же точности результатов. Общий алгоритм расчета приведен на рис. 2.

В процессе развития ядра пламени происходит изменение температуры газа и соответствующее изменение объема очага. Чтобы учесть это явление взрывоопасная газовая смесь рассматривается как идеальный газ для которого $pV/T = const$ (p, V, T - давление, объем, температура) [9], и вводится, согласно [9], относительная объемная концентрация одного из реагирующих компонентов:

$$x^* = \frac{x}{x_0}, \quad (6)$$

где x, x_0 - мгновенное и начальные абсолютные объемные концентрации.

Тогда при допущении $p = const$:

$$x_1^* \cdot T_1 = x_2^* \cdot T_2, \quad (7)$$

где x_1^*, x_2^* - значения x^* при T_1 и T_2 .

В разностной форме (4) примет вид:

$$x^* T = (x^* + \Delta x^*) \cdot (T + \Delta T), \quad (8)$$

$$x^* \cdot \Delta T + \Delta x^* \cdot T + \Delta x^* \cdot \Delta T = 0,$$

где $\Delta x^* = x_2^* - x_1^*$ - изменение относительной концентрации при изменении T на $\Delta T = T_1 - T_2$.

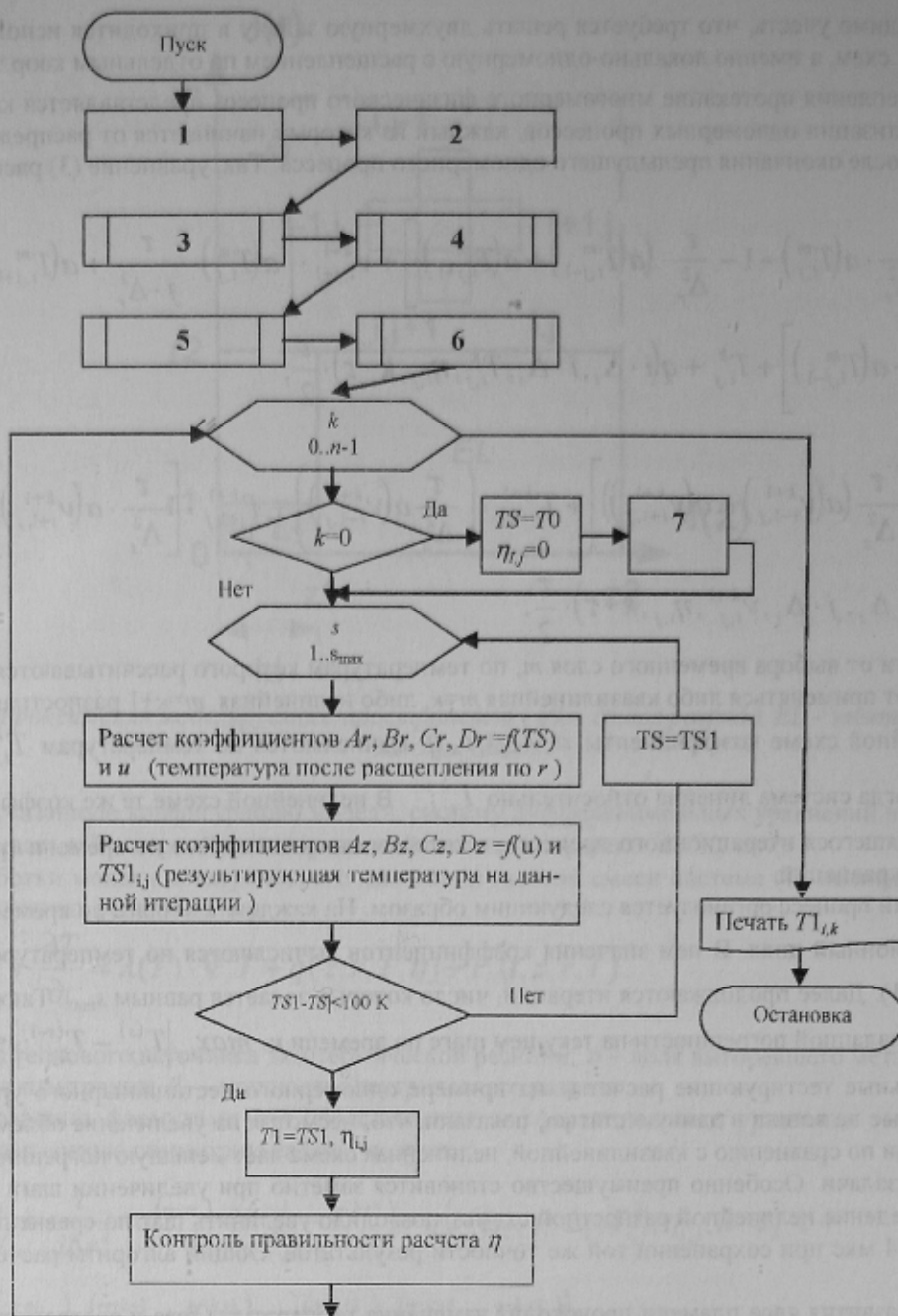


Рисунок 2 – Укрупненная блок-схема алгоритма цилиндрической модели очагового электрического зажигания взрывоопасной газовой смеси

1-формирование параметров газа и материала электрода и их аппроксимация; параметризация границ и начальных значений модели; 2-индикация электрода $f1(z,r)$ и плазмы $f2(z,r)$; 3-начальные условия $T0=Init(z,r)$ и граничные условия $Border(z,r)$; 4-расчет максимальной температуры в столбе разряда $T_{R,T}$ и радиуса столба $T_{R,R}$; 5-определение тепловых источников q ; 6-подпрограмма метода прогонки $Pr1$; 7-перезапись температур с предыдущего временного слоя $T=T1$

Пренебрегая третьим слагаемым: $\frac{\partial x^*}{\partial T} = -\frac{x^*}{T}$ или $\frac{\partial \eta}{\partial T} = \frac{1-\eta}{T}$, (9)

где $\eta = 1 - x^*$ - доля использованного (выгоревшего) компонента.

Уравнение (9), записанное в разностной форме:

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \frac{\Psi(1-\eta_{k+1}) \cdot (T_{k+1} - T_k)}{T_{k+1}} = \frac{\eta_k + \frac{\Psi}{T_{k+1}} \cdot (T_{k+1} - T_k)}{1 + \frac{\Psi}{T_{k+1}} \cdot (T_{k+1} - T_k)}, \quad (10)$$

где $\Psi = 0,325$ [9] - константа, учитывающая конечность скорости движения газа; k - номер текущего шага по времени.

Используемые в алгоритме условные обозначения приведены ниже. $f1(z, r)$ - функция, определяющая размещение электрода; $f2(z, r)$ - то же для ствола электрического разряда; P_0 - средняя мощность разряда; t_p - время существования разряда, 100 мкс; C_1, C_2 - начальная относительная концентрация метана и кислорода в смеси; Δ_r, Δ_z - шаг вдоль радиуса r и оси z ; n - число шагов по времени; M_r, M_z - число шагов по осям; $TS, TS1$ - массив температур на предыдущей и последующей итерациях текущего шага по времени; $T1$ - результирующий массив температур в данный момент времени; $A_r, B_r, C_r, D, A_z, B_z, C_z, D_z$ - коэффициенты модели (5.1) и (5.2), приводящие систему уравнений к каноническому виду (4); q - тепловой источник; η - доля выгоревшего метана (в начале $\eta=0$).

Моделирование условий воспламенения метановоздушной смеси. Температура пламени, характеризующая опасный и безопасный процесс искрообразования, просчитывается с использованием рассмотренной выше модели.

Вначале не учитывается наличие электродов, и определяется энергетическая зона возникновения устойчивого фронта пламени с температурой горения МВС 2137 К, а также зона его разрушения (см. рис. 3 а, б).

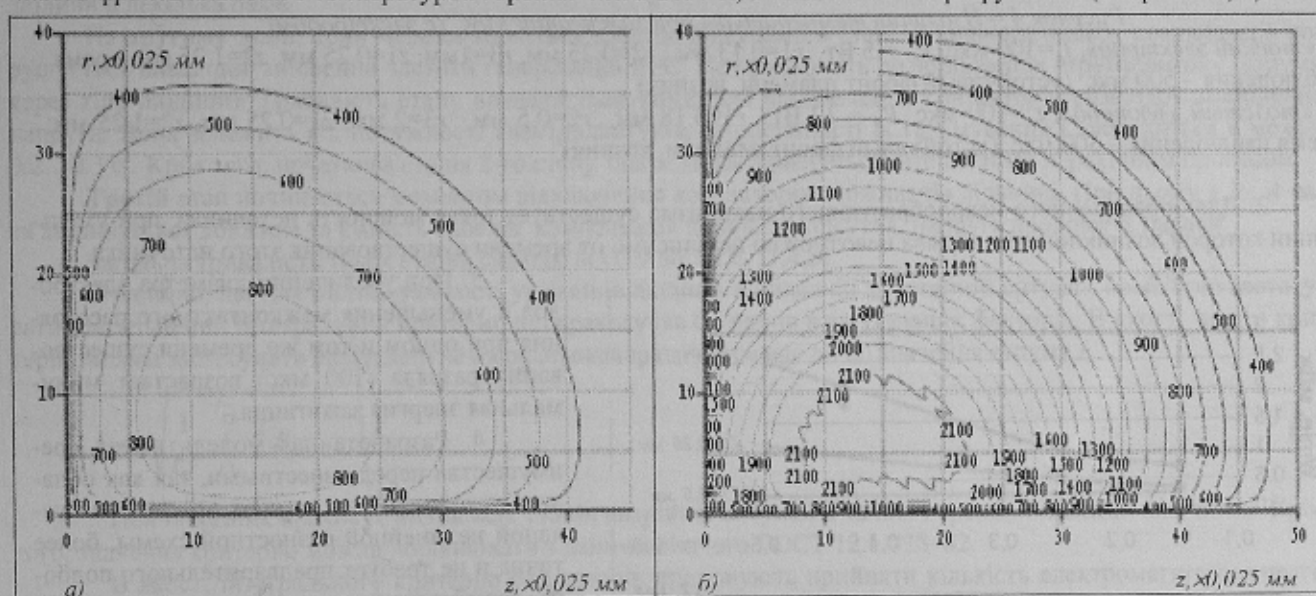


Рисунок 3 – Изолинии температуры при зажигании МВС (электрод отсутствует)

а) $t_p=100$ мкс, $P_0 = 2,4$ Вт, время наблюдения – 500 мкс (устойчивый фронт пламени не возник)

б) $t_p=100$ мкс, $P_0 = 2,5$ Вт, время наблюдения – 500 мкс (устойчивый фронт пламени возник)

Затем, для оценки изменения агрессивности разряда под действием электродов рассматривается влияние их диаметра и длины межконтактного промежутка на энергию зажигания.

Характер распространения очага пламени при медленно расходящихся электродах, т.е. в условиях, когда их воздействие значительно, меняется (см. рис. 4 а, б). Это объясняется усилением факторов, препятствующих воспламенению:

- увеличение потерь энергии в результате роста кривизны пламени и потери энергии в контактах;
- частичное «экранирование» контактами поступления свежей горючей смеси в очаг зажигания;
- несовпадение во времени максимального воспламеняющего значения мощности и расхождения контактов на достаточное расстояние, при котором их влияние уменьшается.

Сравнение рис. 4 а и б показывает также различие энергий зажигания в зависимости от радиуса электродов $r2$: она возрастает с 0,5 мДж при $r2=0,25$ мм («тонкий электрод») до 1,2 мДж при $r2=0,5$ мм («толстый электрод»). Зависимость минимальной энергии зажигания W_{min} от радиуса электрода $r2$ при разных длинах межконтактного промежутка $z1$ приведена на рис. 5.

Выводы:

1. Предложена математическая модель электрического зажигания МВС от источника постоянной мощности, которая основываясь на решении нестационарного уравнения теплопроводности и диффузии для заданных параметров электрического разряда, искрообразующего механизма и взрывоопасной смеси, может быть использована в дальнейшей расчетной оценке искробезопасности электрических цепей.

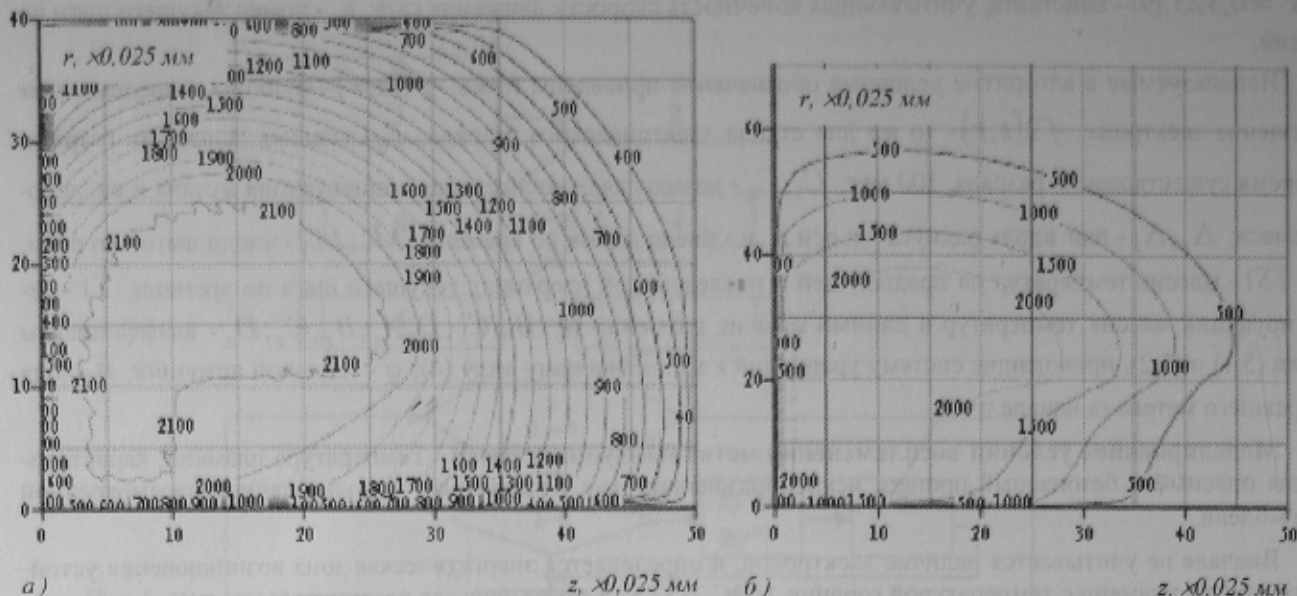


Рисунок 4 – Изолинии температуры при зажигании МВС (с электродом)

- а) «тонкий электрод», $t_p=100$ мкс, $P_0 = 5$ Вт, $r_1=0.13$ мм, $r_2=0.25$ мм, $r_3=1$ мм, $z_1=0.25$ мм, $z_2=1.25$ мм; время наблюдения – 500 мкс (устойчивый фронт пламени возник)
- б) «толстый электрод», $t_p=100$ мкс, $P_0 = 12$ Вт, $r_1=0.18$ мм, $r_2=0.5$ мм, $r_3=2$ мм, $z_1=0.25$ мм, $z_2=1.25$ мм; время наблюдения – 500 мкс (устойчивый фронт пламени возник)

2. Для определенного искрообразующего механизма существует такая мощность источника, при уменьшении которой возникновение взрыва невозможно независимо от времени существования этого источника.

3. При увеличении диаметра электродов и уменьшения межконтактного расстояния при одном и том же времени существования разряда (100 мкс) возрастает минимальная энергия зажигания.

4. Разработанная модель имеет преимущества перед известными, так как обладает устойчивостью за счет применения невязной нелинейной разностной схемы, более точна и не требует предварительного подбора коэффициентов модели при изменении расчетных условий.

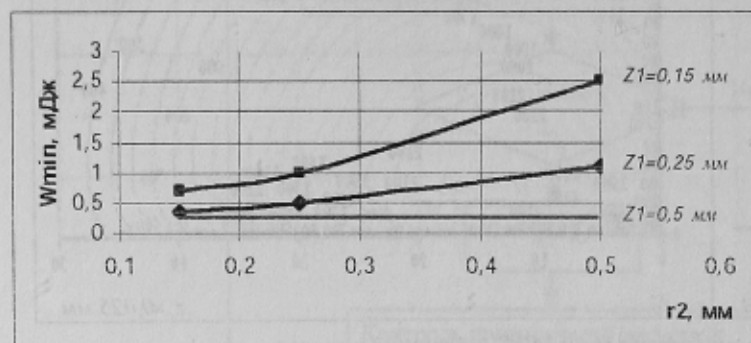


Рисунок 5 – Зависимость энергии зажигания МВС от радиуса электрода и межконтактного расстояния

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейбов Р.М., Озерной М.И. Электрификация подземных горных работ. М.: Недра, 1972. – 464 с.
2. Коган Э.Г. Способы и средства обеспечения искробезопасности рудничного электрооборудования. М.: Недра, 1988. – 101 с.
3. Фурманов Б.М. Научные основы, методы оценки и обеспечения искробезопасности горного слаботоочного электрооборудования. М.: Недра, 1970. – 150 с.
4. Серов В.И. Воспламеняющая способность сложных индуктивных цепей. М.: Наука, 1966. – 95 с.
5. Хитрин Л.Н. Физика горения и взрыва. М.: МГУ, 1957. – 444 с.
6. Франц-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.-Л.: АН СССР, 1947. – 367 с.
7. Дульнев Г.Н. и др. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. М.: Высш.шк., 1990. – 207 с.
8. Коздоба Л.А. Вычислительная теплофизика. К.: 1992.
9. Коган А.Г. Электроизмерительная и расчетная оценка искробезопасности индуктивных электрических цепей на основе математической модели очагового зажигания рудничных газов: Автореф. дис ... к.т.н. Макеевка: МакНИИ, 1988.