

РУДЕНКО В.И., НИЖНИК Н.В. (ДОННТУ)

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ГЛАВНОЙ ЛИНИИ ПРОКАТНОГО СТАНА С ИНДИВИДУАЛЬНЫМ ПРИВОДОМ КАК СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Рассмотрены крутильные колебания главной линии прокатного стана с индивидуальным приводом как системы с распределенными параметрами. Определены зависимости крутящего момента от времени и длины шпинделя, характеризующие вынужденные и собственные колебания.

Высокие динамические нагрузки свойственны прокатному оборудованию, поэтому методы расчета шпинделей скольжения необходимо уточнять на основании динамического анализа. Как показывают многочисленные исследования, для главной линии прокатного стана характерны колебательные явления. Причем пиковые нагрузки из-за наличия колебаний в главной линии превышают соответствующие номинальные в 2–3,5 раза [1]. В ряде работ отмечено наличие крутильных колебаний в приводах главной линии прокатного стана, а также их негативное влияние на долговечность механизмов [1, 2].

Большинство работ, посвященных динамическому анализу, принимают ряд допущений, что упрощает расчет, однако сказывается на его точности. В частности, при составлении расчетной схемы главной линии прокатного стана, шпиндельный участок заменяется упругой связью, лишенной массы (несмотря на то, что масса шпинделя в несколько раз выше массы валка), — это исключает рассмотрение динамики шпинделя и не позволяет оценить динамические составляющие нагрузок в узлах шарниров шпинделя скольжения. В настоящей работе произведен динамический анализ главной линии прокатного стана как системы с распределенными параметрами.

Расчетная схема главной линии прокатного стана с индивидуальным приводом представляет собой три сосредоточенные вращающиеся массы, соединенные между собой посредством упругих валов с распределенными осевыми моментами инерции (рис.1). Бочку прокатного валка можно рассматривать как сосредоточенную массу с моментом инерции J_b , которую на основании высокой крутильной жесткости можно привести к продольной оси шпинделя. В результате получим суммарный осевой момент инерции прокатного валка, приведенного к шарниру шпинделя и шарнира со стороны валка J_Σ :

$$J_\Sigma = J_\Pi + J_b \cos \alpha,$$

где J_Π — осевой момент инерции шарнира шпинделя, α — угол наклона оси шпинделя к оси вала привода.

Технологические нагрузки возбуждают крутильные колебания в главной линии прокатки. Характер возмущающей нагрузки объясняется особенностью технологии: захват металла валками, сопровождающийся ударом, его выход из клетки и может описываться различными функциями. Примем, согласно [2] линейное изменение нагрузки во времени (рис. 2). На рис. 2 приведены следующие обозначения: $T_C = T_\Pi \frac{t}{t_0}$ — технологическое сопротивление; T_Π — нагрузка при установившемся режиме прокатки,

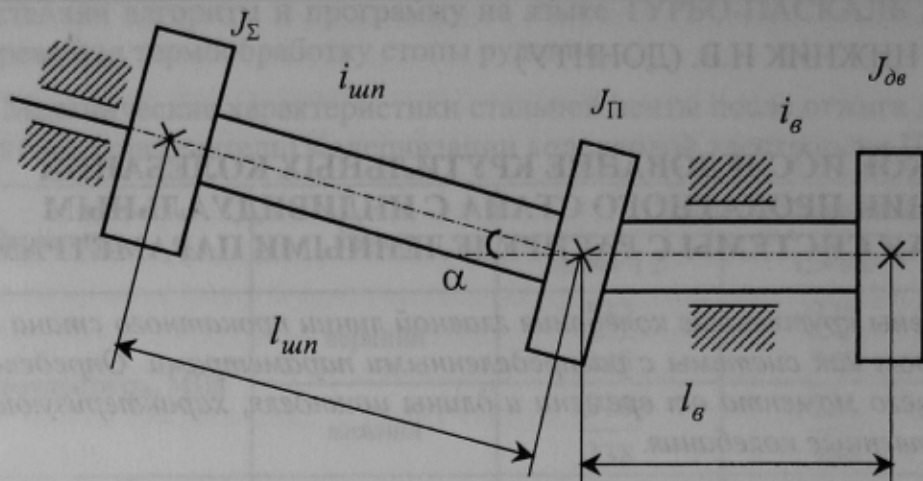


Рис. 1. Расчетная схема главной линии прокатного стана с индивидуальным приводом: $J_{дв}$ — осевой момент инерции ротора двигателя; $i_{дв}$ — погонный осевой момент инерции вала привода; $i_{шп}$ — погонный осевой момент инерции вала шпинделя; $l_{дв}$ — длина вала двигателя; $l_{шп}$ — длина вала шпинделя

t_0 — продолжительность нарастания моментов прокатки: $t_0 = k \frac{\alpha}{\omega_3} = k \frac{\sqrt{R\Delta h}}{v_3}$, где

α — угол захвата с учетом упругой деформации станины и валков; ω_3 и v_3 — угловая и линейная скорости вращения валков при захвате; R — радиус валков; Δh — абсолютное обжатие; k — опытный коэффициент, учитывающий состояние задающего конца полосы, пробуксовку металла, опережение и другие факторы, при самых неблагоприятных условиях $k = 1$ [2].

Для стана 950 обжимного цеха ДМЗ, например, расчетное время составляет $t_0 = 0,0127$ с.

Возмущающая нагрузка, изменяется при устойчивом захвате валками проката и установившемся процессе прокатки по закону, описываемому зависимостью:

$$T_C = T_{\Pi} \frac{t}{t_0} e^{t_0 - t} + T_{\Pi} e^{t - t_0},$$

где e — единичная функция.

Вынужденные крутильные колебания систем с распределенными параметрами описываются неоднородным дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} = f(x,t), \quad (1)$$

где $C = \sqrt{GJ_p/i}$ — фазовая скорость крутильных колебаний; $f(x,t) = \frac{m(x,t)}{i}$ — грузовая функция, где $m(x,t)$ — внешняя возмущающая нагрузка, i — погонный момент инерции.

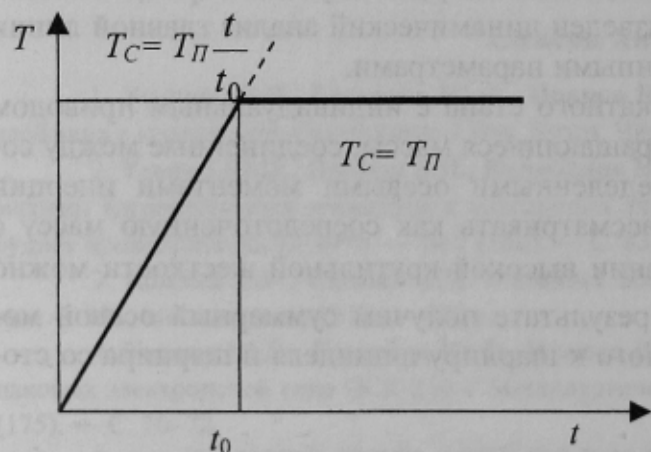


Рис. 2. График нарастания технологических нагрузок во времени

Известно, частное решение уравнения (1) [3]:

$$\omega_n(t) = \frac{1}{\omega_n} \int_0^t f_n(\tau) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau,$$

где $\omega_n = k_n \sqrt{\frac{GJ_p}{i}}$ — циклическая частота крутильных колебаний; $G = 8 \cdot 10^{10}$ Па — модуль упругости при сдвиге

$$f_n(t) = \frac{1}{\Delta_n^2} \left[\int_0^l f(x, t) \Phi_n(x) \rho(x) dx \right],$$

где $\Phi_n(x)$ — собственная функция (функция углов закручивания при единичной амплитуде), Δ_n^2 — квадрат нормы $\Phi_n(x)$, $\rho(x)$ — весовая функция.

Для решения поставленной задачи необходимо определить собственные функции. Так как функция углов закручивания представлена кусочно-непрерывной функцией, то для n -й гармоники можно записать:

$$\Phi_n(x) = \begin{cases} \Phi_{0,n} \left(\cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{ршн}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right), & \text{при } 0 \leq x \leq l_{ун} \\ \Phi_{0,n} \left(A(\omega_n) \cos \frac{\omega_n x'}{C_{\sigma}} + \frac{B(\omega_n) + J_{II} \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{р\sigma}} \cos \alpha \sin \frac{\omega_n x'}{C_{\sigma}} \right), & \text{при } 0 \leq x' \leq l_{\sigma} \end{cases}$$

где $A(\omega_n)$, $B(\omega_n)$ — коэффициенты.

Данную функцию можно представить функцией одной переменной:

$$\Phi_n(x) = \Phi_{0,n} \left\{ \left(\cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{ршн}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right) e^{(l_{ун} - x)} + \left(A(\omega_n) \cos \frac{\omega_n (x - l_{ун})}{C_{\sigma}} + \frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{р\sigma}} \cos \alpha \sin \frac{\omega_n (x - l_{ун})}{C_{\sigma}} \right) e^{(x - l_{ун})} \right\} = \Phi_{0,n} \Phi(x),$$

где

$$\Phi_n(x) = \left(\cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{ршн}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right) e^{(l_{ун} - x)} + \left(A(\omega_n) \cos \frac{\omega_n (x - l_{ун})}{C_{\sigma}} + \frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{р\sigma}} \cos \alpha \sin \frac{\omega_n (x - l_{ун})}{C_{\sigma}} \right) e^{(x - l_{ун})}.$$

Ввиду наличия в кинематической цепи сосредоточенных масс, собственные функции будут ортогональными с весом [4], т.е.

$$\int_0^{l_{ун} + l_{\sigma}} \Phi_n(x) \Phi_m(x) \rho(x) dx = 0.$$

Весовую функцию в общем виде можно представить через единичные функции:

$$\rho(x) = (1 + \alpha_{ун} \delta(x)) e^{(l_{ун} - x)} + (1 + \alpha_{\epsilon} \delta(x - l_{ун})) e^{(x - l_{ун})},$$

где $\delta(x)$ — дельта функция Дирака, отражающая наличие сосредоточенной массы, которая позволяет перейти к следующему виду:

$$\int_0^l \delta(x-l) f(x) dx = f(l).$$

$\alpha_{ун}$, α_{ϵ} — характеристика весовой функции, соответственно на участке $0 \leq x \leq l_{ун}$ и на участке $l_{ун} \leq x \leq l_{ун} + l_{\epsilon}$, определяются согласно выражению:

$$\alpha = - \frac{\int_0^l \Phi_n(x) \Phi_m(x) dx}{\Phi_n(x_1) \Phi_m(x_1)} :$$

$$\alpha_{ун} = - \left(1 - \frac{J_{\Sigma} C_{ун}}{GJ_{рун}} \omega_n \omega_m \right) \frac{C_{ун}}{2(\omega_n + \omega_m)} \sin \frac{\omega_n + \omega_m}{C_{ун}} l_{ун} - \left(1 + \frac{J_{\Sigma} C_{ун}}{GJ_{рун}} \omega_n \omega_m \right) \times$$

$$\times \frac{C_{ун}}{2(\omega_n - \omega_m)} \sin \frac{\omega_n - \omega_m}{C_{ун}} l_{ун} - \frac{J_{\Sigma} C_{ун}^2}{2GJ_{рун}} \left[\cos \frac{\omega_n + \omega_m}{C_{ун}} l_{ун} + \cos \frac{\omega_n - \omega_m}{C_{ун}} l_{ун} - 2 \right]$$

$$\alpha_{\epsilon} = - \left[\frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n + \omega_m)} \sin \frac{\omega_n + \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} + \frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n - \omega_m)} \sin \frac{\omega_n - \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} \right] + \frac{B(\omega_n) + J_{II} \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{р\epsilon}} \times$$

$$\times \cos \alpha \left[\frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n + \omega_m)} \left(\cos \frac{\omega_n + \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} - 1 \right) + \frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n - \omega_m)} \left(\cos \frac{\omega_n - \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} - 1 \right) \right] -$$

$$- \frac{B(\omega_m) + J_n \omega_m^2 A(\omega_m)}{\omega_m GJ_{р\epsilon}} \cos \alpha \left[\frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n + \omega_m)} \left(\cos \frac{\omega_n + \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} - 1 \right) - \frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n - \omega_m)} \times \right.$$

$$\times \left. \left(\cos \frac{\omega_n - \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} - 1 \right) \right] - \frac{B(\omega_n) + J_{II} \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{р\epsilon}} \cdot \frac{B(\omega_m) + J_n \omega_m^2 A(\omega_m)}{\omega_m GJ_{р\epsilon}} \times$$

$$\times \cos^2 \alpha \left[\frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n - \omega_m)} \sin \frac{\omega_n - \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} - \frac{C_{\epsilon}}{2(\omega_n + \omega_m)} \sin \frac{\omega_n + \omega_m}{C_{\epsilon}} l_{\epsilon} \right].$$

С учетом весовой функции определим квадрат нормы собственных функций, согласно выражению: $\Delta^2 = \int_0^{l_{ун} + l_{\epsilon}} \rho(x) \Phi_n^2(x) dx$, и получим:

$$\Delta^2 = \left\{ l_{ун} - \left[1 - \left(\frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \right)^2 \right] \left[\frac{l_{ун}}{2} - \frac{C_{ун}}{4\omega_n} \sin \frac{2\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} \right] - \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \left[\cos \frac{2\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} - 1 \right] \right\} \times$$

$$e(l_{ун} - x) + \left\{ A^2(\omega_n) l_{\epsilon} + \frac{C_{\epsilon}}{\omega_n} \left(A^2(\omega_n) + \left(\frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{пс}} \cos \alpha \right)^2 \left[\frac{\omega_n l_{\epsilon}}{2C_{\epsilon}} - \frac{1}{4} \sin \frac{2\omega_n l_{\epsilon}}{C_{\epsilon}} \right] - \right.$$

$$\left. - A(\omega_n) \frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{пс}} \cos \alpha \frac{C_{\epsilon}}{2\omega_n} \left(\cos \frac{2\omega_n l_{\epsilon}}{C_{\epsilon}} - 1 \right) \right\} e(x - l_{ун}).$$

Частное решение волнового уравнения, описывающего вынужденные колебания главной линии прокатного стана можно представить в виде [4]:

$$\omega(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(x)}{i\omega_n \Delta^2} \int_0^l \rho(x) \Phi_n(x) dx \int_0^t m(x, \tau) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau.$$

Так как возмущающая нагрузка представлена сосредоточенным моментом, описанным определенной функцией времени $M(t)$ и приложенным либо в месте приложения приведенной массы J_{Σ} , либо в месте приложения приведенной массы привода $J_{\delta\epsilon}$, то $m_1(t) = M(t)\delta(x)$ или $m_2(t) = M(t)\delta(x - (l_{ун} - l_{\epsilon}))$.

Ввиду кусочной непрерывности собственных функций, весовой функции, квадрата нормы собственных функций частное решение удобно представить в виде двух кусочно-непрерывных функций.

$$\omega_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{n1}(x)}{i\omega_n \Delta_1^2} \int_0^{l_{ун}} \rho_1(x) \Phi_{n1}(x) dx \int_0^t M(t) \delta(x) \sin(\omega_n(t - \tau)) d\tau,$$

где $\Phi_{n1} = \cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}}$, $\rho_1(x) = 1 + \alpha_{ун} \delta(x)$,

$$\Delta_1^2 = l_{ун} - \left[1 - \left(\frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \right)^2 \right] \left[\frac{l_{ун}}{2} - \frac{C_{ун}}{4\omega_n} \sin \frac{2\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} \right] - \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \left[\cos \frac{2\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} - 1 \right].$$

Момент определяется выражением $M_1(x, t) = GJ_{рун} \frac{\partial \omega_1(x, t)}{\partial x}$.

На участке вала двигателя будут возникать вынужденные колебания, для которых частное решение примет вид:

$$\omega_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{n2}(x)}{i\omega_n \Delta_2^2} \int_{l_{ун}}^{l_{ун} + l_{\epsilon}} \rho_2(x) \Phi_{n2}(x) dx \int_0^t M_{20}(t) \delta(x - l_{ун}) \sin(\omega_n(t - \tau)) d\tau,$$

где

$$\Phi_{n2}(x) = A(\omega_n) \cos \frac{\omega_n(x - l_{ун})}{C_{\epsilon}} + \frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n GJ_{пс}} \cos \alpha \sin \frac{\omega_n(x - l_{ун})}{C_{\epsilon}},$$

$$\Delta_2^2 = A^2(\omega_n)J_\epsilon + \frac{C_\epsilon}{\omega_n} \left(A^2(\omega_n) + \left(\frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n G J_{p\epsilon}} \cos \alpha \right)^2 \left[\frac{\omega_n l_\epsilon}{2C_\epsilon} - \frac{1}{4} \sin \frac{2\omega_n l_\epsilon}{C_\epsilon} \right] + A(\omega_n) \frac{B(\omega_n) + J_n \omega_n^2 A(\omega_n)}{\omega_n G J_{p\epsilon}} \cos \alpha \frac{C_\epsilon}{2\omega_n} \left(\cos \frac{2\omega_n l_\epsilon}{C_\epsilon} - 1 \right) \right),$$

$$\rho_2(x) = 1 + \alpha_\epsilon \delta(x).$$

Для второго участка $M_{2_0}(x, t) = GJ_{p\epsilon} \frac{\partial \varphi_{unn}}{\partial x} \Big|_{l_{unn}}$, где $\varphi_{unn}(x, t) = \omega_1(x, t) + \varphi_0(x, t)$, где $\varphi_0(x, t)$ — функция свободных колебаний шпинделя при сообщении вращающейся мас-

се J_Σ начальной скорости $\Delta\omega_0$ вследствие удара проката о валок: $\Delta\omega_0 = \Delta v_{cl} \sqrt{\frac{M_{cl}}{2J_\Sigma}}$,

где Δv_{cl} — разность между окружной скоростью бочки валка и скоростью слитка.

Рассмотрим собственные колебания системы, возникающие вследствие сообщения ей угловой скорости $\Delta\omega_0$, из-за удара проката о валки. Ввиду того, что $\varphi_n(x, t) = \varphi_0 \Phi_n(x) \sin(\omega_n t + \mu_n)$ начальная фаза μ определяется выражением:

$t g \mu = \frac{\varphi(x, 0)}{\dot{\varphi}(x, 0)}$, так как $\varphi(x, 0)$, то $t g \mu = 0$, следовательно, $\mu = 0$ и выражение углов по-

ворота главной линии прокатного стана для n -й гармоники примет вид $\varphi_n(x, t) = \varphi_{0n} \Phi_n(x) \sin \omega_n t$, угловая скорость описывается выражением $\dot{\varphi}_n(x, t) = \varphi_{0n} \omega_n \Phi_n(x) \cos \omega_n t$. От внезапно сообщенной вращающейся массе J_Σ угловой скорости $\Delta\omega_0$ получаем условие $\dot{\varphi}(x, t) = \Delta\omega_0 e(x)$, т.е.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{0n} \omega_n \Phi_n(x) \cos \omega_n t \Big|_{t=0} = \Delta\omega_0 e(x).$$

Умножим это равенство на вес $\rho(x)$, собственную функцию $\Phi_n(x)$ и проинтегрируем по длине валопровода $l_{unn} + l_\epsilon$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{0n} \omega_n \int_0^{l_{unn} + l_\epsilon} \rho(x) \Phi_n(x) \Phi_m(x) dx = \Delta\omega_0 \int_0^{l_{unn} + l_\epsilon} e(x) \rho(x) \Phi_n(x) dx,$$

так как $\int_0^{l_{unn} + l_\epsilon} \rho(x) \Phi_n(x) \Phi_m(x) dx = 0$ в силу ортогональности собственных функций с весом,

тогда $\int_0^{l_{unn} + l_\epsilon} \rho(x) \Phi_n^2(x) dx = \Delta_n^2$ — квадрат нормы $\Phi_n(x)$.

Для n -й гармоники можно записать $\varphi_{0n} \omega_n \Delta_n^2 = \Delta\omega_0 \int_0^{l_{unn} + l_\epsilon} e(-x) \rho(x) \Phi_n(x) dx$ благодаря наличию под интегралом единичной функции, можно записать:

$$\int_0^{l_{ун}+l_e} e^{-x} \rho(x) \Phi_n(x) dx = \int_0^{l_{ун}+l_e} e^{-x} (1 + \alpha_{ун} \delta(x)) \left(\cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right) dx =$$

$$= \int_0^{l_{ун}+l_e} e^{-x} \left(\cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right) dx + \alpha_{ун} = -\frac{J_{\Sigma} C_{ун}^2}{GJ_{рун}} + \alpha_{ун},$$

получим

$$\Phi_{0n} \omega_n \Delta_n^2 = \Delta \omega_0 \left(\alpha_{ун} - \frac{J_{\Sigma} C_{ун}^2}{GJ_{рун}} \right), \text{ и } \Phi_{0n} = \frac{\Delta \omega_0}{\omega_n \Delta_n^2} \left(\alpha_{ун} - \frac{J_{\Sigma} C_{ун}^2}{GJ_{рун}} \right).$$

Таким образом, уравнение углов закручивания при свободных колебаниях, вызванных сообщением системе скорости $\Delta \omega_0$, опишутся зависимостью:

$$\varphi_{ун}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{0n} \Phi_n(x) \sin \omega_n t.$$

Угловая скорость $\omega_{ун}(x, t) = \frac{\partial \varphi_{ун}(x, t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{0n} \Phi_n(x) \omega_n \cos \omega_n t$, а момент:

$$M_{ун}(x, t) = GJ_{рун} \frac{\partial \varphi_{ун}(x, t)}{\partial x} = GJ_{рун} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{0n} \frac{d\Phi_n(x)}{dx} \sin \omega_n t =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{0n} \left(-GJ_{рун} \frac{\omega_n}{C_{ун}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + J_{\Sigma} \omega_n^2 \cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right) \sin \omega_n t, \quad (2)$$

Так свободные колебания дадут зависимости для определения части расчетного момента, определяемого сообщением системе скорости $\Delta \omega_0$.

$$M_{ун}(0, t) = M_{ун1}^c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{0n} J_{\Sigma} \omega_n^2 \sin \omega_n t$$

$$M_{ун}(l_{ун}, t) = M_{ун2}^c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{0n} \left(-GJ_{рун} \frac{\omega_n}{C_{ун}} \sin \frac{\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} + J_{\Sigma} \omega_n^2 \cos \frac{\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} \right) \sin \omega_n t,$$

где $M_{ун1}(t)$ — функция крутящего момента на шарнире шпинделя скольжения со стороны прокатной клетки, $M_{ун2}(t)$ — функция крутящего момента на шарнире шпинделя со стороны двигателя.

На основании этого, в период нарастания момента прокатки частное решение волнового уравнения примет вид:

$$\omega_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{n1}(x)}{i_{ун} \omega_n \Delta_{n1}^2} \int_0^{l_{ун}} \rho_1(x) \Phi_{n1}(x) dx \int_0^t q(x, \tau) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau$$

где $q(x, \tau)$ ввиду приложения сосредоточенной возмущающей нагрузки $T_c(t)$ в месте крепления J_{Σ} можно представить в виде $q(x, \tau) = T_{II} \frac{t}{t_0} \delta(x)$, тогда частное решение за-

пишется в виде:

$$\begin{aligned} \omega_n(x,t) &= \frac{T_{II}}{i_{ун}t_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{n1}(x)^{l_{ун}}}{\omega_n \Delta_{n1}^2} \int_0^x \rho_1(x) \Phi_{n1}(x) dx \int_0^t \tau \sin \omega_n(t-\tau) \delta(x) d\tau = \\ &= \frac{T_{II}}{i_{ун}t_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{n1}(x)^{l_{ун}}}{\omega_n \Delta_{n1}^2} \int_0^x \delta(x) \rho_1(x) \Phi_{n1}(x) dx \int_0^t \tau \sin \omega_n(t-\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Интеграл $\int_0^t \tau \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$ возьмем по частям, и после подстановки в частное решение получим:

$$\omega_n(x,t) = \frac{T_{II}}{i_{ун}t_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{t}{\omega_n^2} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n^3} \right) \frac{\Phi_{n1}^2(x) \rho_1(x)}{\Delta_{n1}^2}.$$

Функция момента запишется в виде:

$$\begin{aligned} M_{ун}(x,t) &= \frac{GJ_{рун}T_{II}}{t_0 i_{ун}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{t}{\omega_n^2} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n^3} \right) \frac{2}{\Delta_{n1}^2} \left[\cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right] \times \\ &\times \left[\frac{J_{\Sigma} \omega_n^2}{GJ_{рун}} \cos \frac{\omega_n x}{C_{ун}} - \frac{\omega_n}{C_{ун}} \sin \frac{\omega_n x}{C_{ун}} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$M_{ун}(0,t) = \frac{GJ_{рун}T_{II}}{t_0 i_{ун}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{t}{\omega_n^2} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n^3} \right) \frac{2}{\Delta_{n1}^2} \frac{J_{\Sigma} \omega_n^2}{GJ_{рун}}$ — момент от возмущающего воздействия нагрузки при захвате валками проката на шарнире со стороны прокатной клетки.

$M_{ун}(l_{ун},t) = M_{ун}^{\theta}(t) = \frac{GJ_{рун}T_{II}}{t_0 i_{ун}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{t}{\omega_n^2} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n^3} \right) \frac{2}{\Delta_{n1}^2} \times$
 $\times \left[\cos \frac{\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} + \frac{J_{\Sigma} \omega_n C_{ун}}{GJ_{рун}} \sin \frac{\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} \right] \left[\frac{J_{\Sigma} \omega_n^2}{GJ_{рун}} \cos \frac{\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} - \frac{\omega_n}{C_{ун}} \sin \frac{\omega_n l_{ун}}{C_{ун}} \right]$ — момент от

возмущающего воздействия нагрузки при захвате валками проката на шарнире со стороны двигателя.

При установившемся режиме прокатки возмущающая нагрузка постоянная и равна T_{II} .

Анализ вынужденных колебаний произведен для стана 950 ДМЗ, построена поверхность функции момента (в зависимости от длины шпинделя l и времени t_0), график которой представлен на рис. 3.

На рисунке 3 видно нарастание момента на шпинделе во времени и его периодическое изменение по длине вала шпинделя, при заданных условиях максимальное значение момент принимает на шарнире со стороны рабочей клетки $M_{max} = 2,56348$ МН·м. Момент на шарнире со стороны привода равен $M = 2,45661$ МН·м.

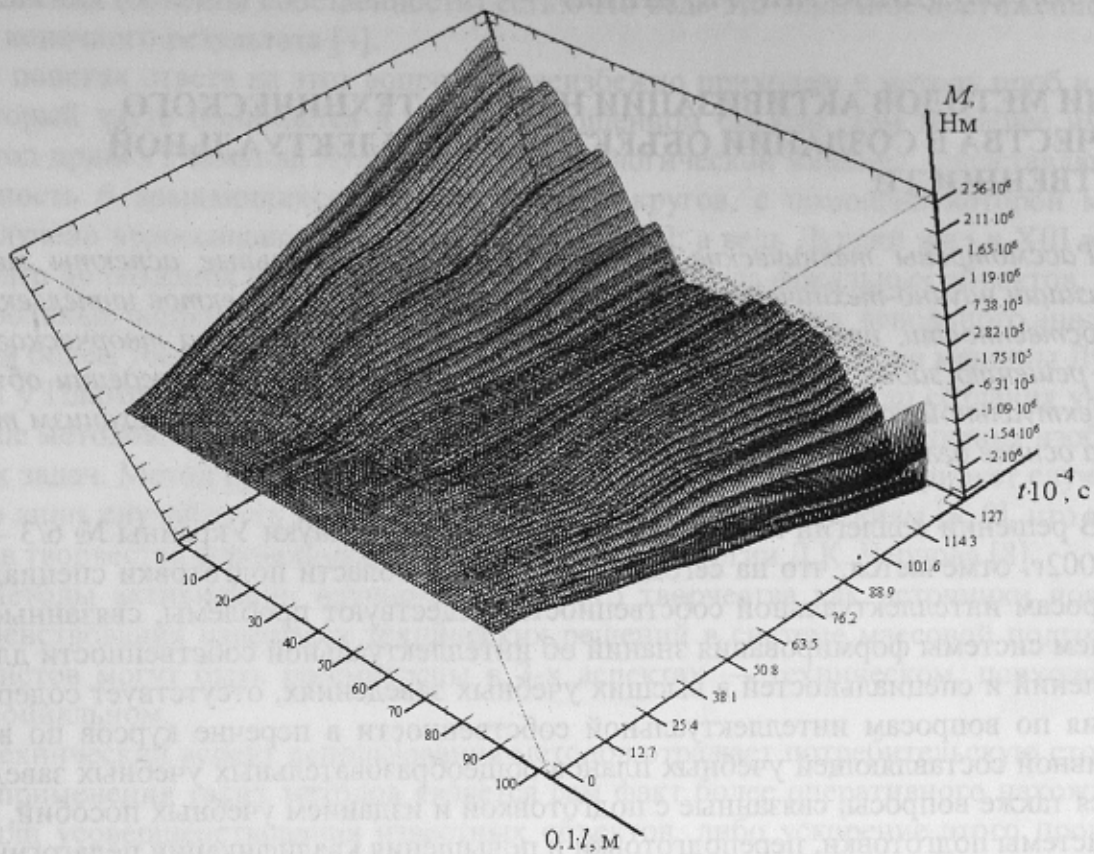


Рис. 3. Поверхность функции крутящего момента на шпинделе стана 950 ДМЗ в момент захвата металла валками

В данной работе впервые выполнен динамический анализ крутильных колебаний главной линии прокатного стана (с индивидуальным приводом) как системы с распределенными параметрами. Получены зависимости крутящих моментов на шарнирах шпинделя скольжения (2) и (3), с помощью которых можно производить наиболее точные и обоснованные исследования динамических процессов шпинделя скольжения как ответственного узла линии привода прокатного стана. Установлено, что динамический коэффициент на шпинделе от захвата проката валками для стана 950 ДМЗ составляет

$$k_d = \frac{2,56348}{1,9} = 1,35, \text{ (где } 1,9 \text{ МН}\cdot\text{м — максимальная величина момента прокатки).}$$

Остальная часть динамического коэффициента определяется свободными колебаниями главной линии прокатного стана и зависит от рассогласования окружной скорости валков и скорости задачи проката в валки.

Список литературы

1. Морозов Б.А., Коновалов Л.В. Прочностные резервы повышения надежности и долговечности металлургических машин // Труды Первой Всесоюз. конф. по расчетам на прочность металлургических машин.- М.:ВНИИМЕТМАШ, 1968. — Т. 1. — № 23. — С. 5–11.
2. Динамика и прочность прокатного оборудования / Иванченко Ф.К., Полухин П.И., Тылкин М.А., Полухин В.П. — М.: Металлургия, 1970. — 486 с.
3. Динамічні задачі стержневих систем: Підручник / Ф.Л.Шевченко, Г.М.Улитин. — К.: ІСДО, 1995. — 100 с.
4. Шевченко Ф.Л. Динамика упругих стержневых систем: Учебное пособие. — Донецк: ООО«Лебедь», 1999. — 268 с.

© Руденко В.И., Нижник Н.В., 2003