

## Моделирование и анализ помехоустойчивости цифровых систем

Андрюхин А.И.,  
Кафедра ПМИИ, ДонГТУ  
E-mail:andr@r5.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

*Andruckin A.I. Simulation and analysis of reliability of digital circuits. Problem of reliability of digital circuits are considered. A model is suggested for analyzing of simple digital circuit. Article contents some results of theoretical research with different parameters' meanings.*

### Введение

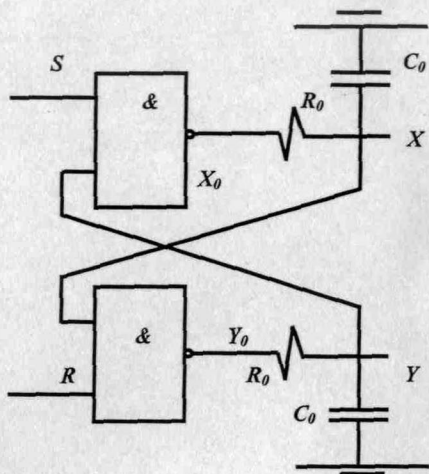
Статья является развитием работы [1], инициированной полемикой в журнале **IEEE Transaction on Computers** [2,3] относительно надежности избыточного синхронизатора. Известно, что надежность работы схем приема внешних сигналов для цифрового синхронного устройства имеет первостепенное значение. Одной из основных проблем здесь является привязка входных сигналов к тактовой последовательности, осуществляющей синхронизацию функционирования частей устройства, так как синхронное цифровое устройство обрабатывает правильно входные сигналы лишь в определенные интервалы времени. Известной особенностью функционирования триггеров является возможность их зависания, или иначе метастабильная аномалия их поведения. Изменение сигналов на информационном входе триггера при действии фронта синхросигнала может быть причиной его аномального поведения. Более подробно это явление рассматривается в [4]. Основополагающей теоретической работой в этом направлении является монография [5]. Метастабильным состояниям дискретных схем посвящены многие работы, из которых для нас наиболее интересна [6], в которой строится общая теория метастабильных состояний и рассматривается с этой точки зрения функционирование таких основных элементов цифровой схемотехники, как триггер-защелка, триггер Шмитта. Так, даже достаточно простые математические модели на рис.1, 2 из [6] указывают на возможность сложного поведения базовых схемотехнических элементов. Система дифференциальных уравнений на рис.1. указывает на наличие стационарной точки при  $X'=Y'=0$ , где  $X', Y'$  производные по времени  $t$ , т.е.  $X = X(t)$ ,  $Y = Y(t)$ . В [7] подчеркивается наличие электрически неустойчивых точек равновесия при переключении этих триггеров при рассмотрении вход-выходных характеристик составляющих их транзисторов.

Для анализа помехоустойчивости динамических систем используются различные методы в зависимости от применяемой исследователем модели.

Рассмотрим модель нелинейной детерминированной  $n$ -мерной системы

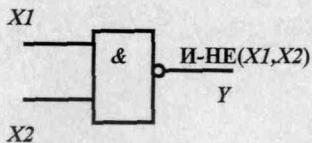
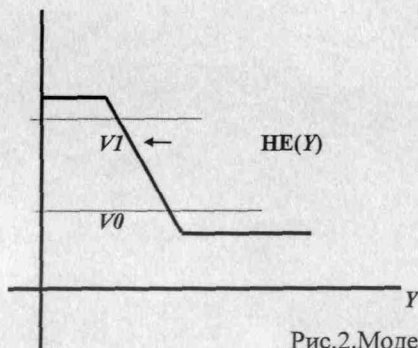
$$\dot{x} = f(x), \quad (1)$$

которая имеет решения  $x = g(t)$  с периодом  $T$  и фазовой траекторией  $P$ , где  $P$  - предельный цикл. В [8] анализ устойчивости периодических движений к возмущению начальных данных выполняется путем линеаризации (1) и далее



$$\begin{aligned}
 X' &= A(X_0 - X) \\
 Y' &= A(Y_0 - Y) \\
 A &= (R_0 C_0)^{-1} \\
 X_0 &= \text{И-НЕ}(S, Y) \\
 Y_0 &= \text{И-НЕ}(R, X)
 \end{aligned}$$

Рис.1. Модель триггера



$$\begin{aligned}
 \text{И-НЕ}(X, Y) &= V1 \text{ при } X=V0 \text{ и} \\
 &\text{НЕ}(Y) \text{ при } X=V1
 \end{aligned}$$

Рис.2. Модель вентиля И-НЕ.

рассмотрением мультипликаторов для получаемой системы  $y' = A(t)y$ ,  $A(t) = df(g(t))/dx$ .

При  $n=2$  необходимым и достаточным требованием устойчивости является признак Пуанкаре, т.е. неравенство  $r = \exp \left( \int \text{Tr } A(t) dt \right) < 1$ . Значение  $r$  показывает, каким образом траектория сходится к предельному циклу асимптотически за один оборот. Отсюда получаем правило сравнения степени устойчивости различных предельных циклов. Считаем более устойчивым тот цикл, который имеет меньший мультипликатор. Этот классический подход предполагает однократное возмущение для системы в начальный момент времени и ее дальнейшее движение, безо всяких возмущений.

Более реальным является ситуация функционирования систем при постоянных помехах, т.е. случай многократного числа возмущений для системы. Поэтому мультипликатор не позволяет оценивать устойчивость различных частей траектории.

Известной математической моделью для исследования стохастических систем является система стохастических дифференциальных уравнений Ито

$$x' = f(x) + e b(t) w'(t), \quad (2)$$

где  $w(t)$  -  $n$ -мерный стандартный винеровский процесс,  $e$  - параметр, характеризующий силу случайных возмущений,  $b(t)$  - матричная функция  $n \times n$ , определяющая распределение помех по координатам [9].

Исследованию поведения предельных циклов колебаний в нелинейных системах при случайных возмущениях посвящена работа [10] и приводимая там библиография. Использование уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, которые описывают систему (2) в терминах плотности вероятности распределения, затруднительно даже для систем небольших размерностей

В [4] рассматриваются вопросы устойчивости переключения триггеров и, в частности, его аномальное поведение в промежуточном состоянии равновесия. Подчеркивается, что так как триггер есть узел с положительной обратной связью, то это состояние является неустойчивым. Приводятся данные экспериментов, свидетельствующие о том, что частота зависания триггеров на время более чем в 10 раз большее, нежели задержка переключения его элементов, равна  $10^{-5} - 10^{-6}$ . Указываются методы борьбы с этим явлением.

В данной работе анализируется воздействие случайных возмущений на траектории переходного процесса цифровой системы из двух вентилях, образующих базовую структуру памяти в цифровой схемотехнике. На основании компьютерных экспериментов определяется оценка уровня случайных помех, при котором значительно увеличивается время переключения триггера.

### 1. Построение модели

Рассмотрим рис 1., на котором представлен асинхронный RS-триггер, являющийся базовым компонентом для реализации многих элементов цифровой схемотехники. Будем рассматривать только внешние полюса схемы R, S, X, Y. Функционирование элемента И-НЕ на рис.2 выражается булевым уравнением  $Y = \overline{(X1 \& X2)}$ . Известные соотношения  $\overline{\overline{X}} = X$  и  $X1 \& X2 = X1 * X2$ , где X, X1, X2 понимаются как некоторые действительные переменные, меньшие 1, позволяют рассматривать зависимость выхода Y от X1, X2, как  $Y = 1 - X1 * X2$ .

Здесь знак \* выступает в роли операции умножения для действительных величин Y, X1, X2. Возможно рассматривать зависимости вида  $Y = f(X1, X2)$ , где

$f(X1, X2) = f(X2, X1)$ ,  $f(1, 1) = 0$  и  $f(0, X2) = 1$ . Можем считать, что положительная функция  $g(Z) < 1$  при  $Z < 1$ ,  $Z = X1 * X2$ ,  $g(0) = 1$  и  $g(1) = 0$  является примером  $f$ .

Считаем время срабатывания вентиля И-НЕ равным  $\tau \approx 5 * 10^{-9}$  с. Будем иметь для схемы на рис. 1

$$X(t + \tau) - X(t) = 1 - X(t) - S(t) * Y(t)$$

$$Y(t + \tau) - Y(t) = 1 - Y(t) - R(t) * X(t)$$

Считая справедливой замену  $X' = (X(t + \tau) - X(t)) / \tau$  (о погрешности вносимой этой заменой будет сказано ниже) получим систему

$$\tau X' = 1 - X - S * Y$$

$$\tau Y' = 1 - Y - R * X$$

Пусть начальное состояние имеет вид  $X(0) = 1$  и  $Y(0) = 0$ .

Считая  $S(0) = 1$  и  $R(0) = 0$  промоделируем переключение триггера, считая что на выходах  $X, Y$  действуют случайные помехи  $P_x$  и  $P_y$ , имеющие равномерное распределение на интервале  $(\sigma, -\sigma)$ . Будем иметь уравнения вида

$$\tau X' = 1 - X - Y + P_x$$

$$\tau Y' = 1 - Y + P_y$$

Наше представление является конкретным примером сингулярно зависящей от малого параметра  $\tau$  системы второго порядка. С этой моделью выполнялись компьютерные эксперименты.

## 2. Адекватность модели

Считаем, что функция переключения является достаточно гладкой и модуль ее производной ограничен некоторой константой  $M$ . Поэтому погрешность, вносимая при замене выражения  $(X(t + \tau) - X(t)) / \tau$  производной  $X'$  меньше  $M\tau$ . Если принимать при расчетах значения случайных помех  $P_x, P_y$  меньшими, чем  $M\tau$ , то погрешность, вносимая этой заменой, незначительно влияет на результаты моделирования и, следовательно, обеспечивается достаточная адекватность модели.

## 3. Результаты моделирования

Частота зависания или аномального медленного переключения триггера зависит нелинейным образом от  $\sigma$ . При  $\sigma = 0.1$  вероятность увеличения периода переключения более чем на 14% оказалась равной  $3 * 10^{-6}$ .

При  $\sigma = 0.15$  (15% от напряжения, соответствующего логической единице) вероятность увеличения периода переключения триггера более чем на 14%, 19% оказалась равной  $10^{-4}$  и  $4 * 10^{-5}$  соответственно. Если  $\sigma = 0.22$ , то вероятность увеличения периода переключения триггера более, чем 7.3 (9.6) раза оказалась равной  $2 * 10^{-5}$  ( $10^{-6}$ ) соответственно.

## Заключение

Произведена оценка среднего постоянного уровня помех, при которых возможна аномалия переключения триггера с частотой, полученной в результате физических экспериментов. Для принятой модели результаты моделирования согласуются с данными, приводимыми выше в [4].

Используемый подход позволяет исследовать помехоустойчивость более сложных элементов цифровой схемотехники, при реализации которых базовым элементом является RS-триггер. При этом возможно варьировать вид распределения случайных помех и вид функции переключения элемента И-НЕ.

### Литература

1. Андрухин А.И. Надежность избыточного синхронизатора при метастабильных состояниях его компонентов//Проблемы управления и информатики.-1998.-N 3.-с.119-123.
2. Kleeman. The jitter model for metastability and its application to redundant synchronizers//IEEE Trans.on Computers.-1990,N 7.- pp.930-942.
3. El-Amawy A., Naraghi Pour M, and Hedge M.Noise Modelling Effects in Redundant Synchronizers//IEEE Trans.on Computers.-1993,N 12.- pp.1487-1494.
4. Потемкин И.С.Функциональные узлы цифровой автоматики.-М.: Энергоатомиздат, 1988.-320 с.
5. Андронов А.А., Хайкин А.А., Витт С.Э.Теория колебаний.-М.:Физматгиз, 1959.-915 с.
6. Marino L.R.General theory of metastable operation//IEEE Trans.on Computers.-1981,N 2.-pp.107-115.
7. Гусев В.Г., Гусев Ю.М.Электроника.-М.:Высшая школа.-1991.-622 с.
8. Хартман Ф.Обыкновенные дифференциальные уравнения.-М.:Мир, 1970.
9. Стратонович Р.Л.Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике.-М.:Сов.радио,1961.
10. Неймарк Ю.И., Ланда П.С.Стохастические и хаотические колебания.-М.:Наука,1987.