Н.Д.ОГОРОДНИЙЧУК, В.В.ПАСЛЕН, С.В.ВЕЛИГДАН

ИССЛЕДОВАНИЯ НА ЭВМ СВОЙСТВ СИСТЕМ ЛНБФ и Λ -ОБФ КАК ФУНКЦИЙ ДВУХ АРГУМЕНТОВ

УДК 629.73:519.24

В работе приведены результаты исследования свойств структур ЛНБФ и Λ -ОБФ как функции двух аргументов

В статье исследованы свойства системы линейно-независимых базисных функций (ЛНБФ) вида:

$$\varphi(t,\tau)=\begin{vmatrix} \varphi_{00}(t,\tau_x) & \varphi_{01}(t,\tau_x) & \varphi_{02}(t,\tau_x) & \ldots & \varphi_{m0}(t,\tau_x) & \varphi_{m1}(t,\tau_x) & \varphi_{m2}(t,\tau_x) \\ \varphi_{00}(t,\tau_y) & \varphi_{01}(t,\tau_y) & \varphi_{02}(t,\tau_y) & \ldots & \varphi_{m0}(t,\tau_y) & \varphi_{m1}(t,\tau_y) & \varphi_{m2}(t,\tau_y) \\ \varphi_{00}(t,\tau_z) & \varphi_{01}(t,\tau_z) & \varphi_{02}(t,\tau_z) & \ldots & \varphi_{m0}(t,\tau_z) & \varphi_{m1}(t,\tau_z) & \varphi_{m2}(t,\tau_z) \end{vmatrix}, \qquad (\mathrm{I})$$

где: $\varphi(t,\tau_l)=\left|(t-t_0)^0\tau_l^0,(t-t_0)^0\tau_l^1,(t-t_0)^0\tau_l^2,\ldots,(t-t_0)^m\tau_l^0,(t-t_0)^m\tau_l^1,(t-t_0)^m\tau_l^2\right|$;

t – текущий момент времени;

t_0 – момент времени, соответствующий середине интервала сглаживания;

l – правый подстрочный индекс, имеющий смысл координаты x или y, или z;

τ – независимая переменная.

Функция (I) необходима для полиномиального описания зависимости от времени вектора положения $r(t,\tau,A)$ и его координатных составляющих:

$$r(t,\tau,A)=\varphi(t,\tau)A=\begin{vmatrix} \sum\limits_{k=0}^{m_x}\sum\limits_{l=0}^{2} a_{kl}\,\varphi_{kl}(t,\tau_x) \\ \sum\limits_{k=0}^{m_y}\sum\limits_{l=0}^{2} a_{kl}\,\varphi_{kl}(t,\tau_y) \\ \sum\limits_{k=0}^{m_z}\sum\limits_{l=0}^{2} a_{kl}\,\varphi_{kl}(t,\tau_z) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \varphi(t,\tau_x)A \\ \varphi(t,\tau_y)A \\ \varphi(t,\tau_z)A \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} X(t,A) \\ Y(t,A) \\ Z(t,A) \end{vmatrix},$$

где: $A^T = | a_{00} a_{01} a_{02} \dots a_{k0} a_{k1} a_{k2} \dots a_{m0} a_{m1} a_{m2} |$;

a_{ki} - коэффициенты сглаживающего полинома;
m - степень сглаживающего полинома.

Следует обратить внимание на такие свойства исследуемой системы ЛНБФ:

- вектор положения $r(t,\tau,A)$ линейно зависит от коэффициентов сглаживающего полинома и нелинейно - от времени и независимой переменной τ;

- каждая координатная составляющая $X(t,A)$, $Y(t,A)$, $Z(t,A)$ формируется с участием всех компонент вектора А.

С целью получения независимых оценок коэффициентов сглаживающего полинома исследован метод построения системы Λ -ортогональных базисных функций (Λ -ОБФ) $P(t,\tau)$ на основе системы ЛНБФ (I). Данный метод состоит в приведении основной матрицы системы уравнений $\Phi^T \Lambda \Phi$ (где: $\Phi = F\varphi$ - Якобиева матрица; F - матрица проекций градиентов; Λ - весовая матрица ошибок измерений) к диагональному виду с учетом нелинейного характера задачи.

При точном вычислении Λ -ОБФ недиагональные элементы основной матрицы системы уравнений $J^T \Lambda J$ равны нулю (где: $J = FP$ - Якобиева матрица). В действительности они отличны от нуля из-за методических ошибок и накопления ошибок вычислений. По величине этих ошибок можно судить о точности построения Λ -ОБФ. Однако оценку точности построения Λ -ОБФ лучше производить по величине недиагональных элементов корреляционной матрицы ошибок оценок коэффициентов сглаживающего полинома так как:

- в конечном счете представляют интерес некоррелированные и независимые оценки коэффициентов сглаживающего полинома, существенно облегчающие решение задачи адаптации;

- оценка корреляционной матрицы ошибок оценок коэффициентов сглаживающего полинома осуществляется в конце процесса вычислений, в связи с чем контролем будет охвачен почти весь вычислительный процесс;

- оценкой некоррелированности контролируется также расстройка ортогональности, поскольку корреляционная матрица ошибок оценок коэффициентов сглаживающего полинома является матрицей, обратной основной матрице системы Λ -ОБФ [I].

Так как недиагональных элементов корреляционной матрицы ошибок оценок коэффициентов сглаживающего полинома много, то для удобства сравнения в качестве показателя точности Q_T берется среднее значения модулей недиагональных элементов нормированной корреляционной матрицы ошибок оценок коэффициентов сглаживающего полинома.

Одним из важных вопросов применения данной структуры является выбор области определения аргумента τ_i и интервалов ее дискретизации $\Delta\tau$, влияющие на обусловленность основной матрицы системы уравнений.

Исследования производились на интервале сглаживания в 15 точек. Рассматривалось пять групп вариантов. Варианты сравнивались по показателю точности Q_T.

В группах вариантов I, II, III интервал дискретизации аргумента τ равномерный и соизмерим с величиной τ_x, которая является наименьшим значением аргумента τ.

При этом в I группе вариантов интервалы дискретизации выбирались в пределах $1\cdot10^{-1} - 1\cdot10^{-18}$, во II группе вариантов - в пределах 1,5 - 500, в III группе вариантов - моменты дискретизации аргумента τ совмещены с нулями многочлена Чебышева, а области определения аргумента τ изменялись в пределах от $(0 \div 3)$ до $(0 \div 1000)$.

В группах вариантов IV и V моменты дискретизации расположены в области определения неравномерно.

В IV группе варинтов области определения аргумента τ изменялись от $[1 \div 10]$ до $[1 \div 10000]$, причем величина области определения существенно превышала наименьшее значение аргумента τ, т.е. значение τ_x.

В V группе вариантов области определения аргумента τ изменялись от $[1 \div 1,2]$ до $[10\ 1 \div 10\ 3]$ причем величина областей определения была существенно меньше наименьшего значения аргумента τ.

Анализ результатов исследований показывает, что величина аргумента τ_x может быть задана в очень широких пределах, а интервал дискретизации области определения аргумента τ должен быть соизмерим с величиной аргумента τ_x. При выполнении данных условий (группы вариантов I, II, III) показатель точности практически не изменяется и составляет величину $Q_T \simeq 10^{-13}$.

Если интервал дискретизации неравномерный (группа вариантов IV) и превышает величину аргумента τ_x в $2 \div 10000$ раз (например: $\tau_x = 1$, $\tau_y = 2$, $\tau_z = 10$; $\tau_x = 1$, $\tau_y = 2$, $\tau_z = 1000$; $\tau_x = 1$, $\tau_y = 100$, $\tau_z = 10000$), то показатель точности Q_T изменяется от 10^{-13}

до 10^{-8} соответственно.

Если интервал дискретизации неравномерный (группа вариантов У) и меньше величины аргумента τ_x в $10^{-1} \div 10^{-4}$ раза (например: $\tau_x = 1$, $\tau_y = 1{,}1$, $\tau_z = 1{,}2$; $\tau_x = 101$, $\tau_y = 102$, $\tau_z = 103$; $\tau_x = 1{,}001$, $\tau_y = 1{,}002$, $\tau_z = 10$), то показатель точности изменяется от 10^{-11} до 10^{-1} соответственно.

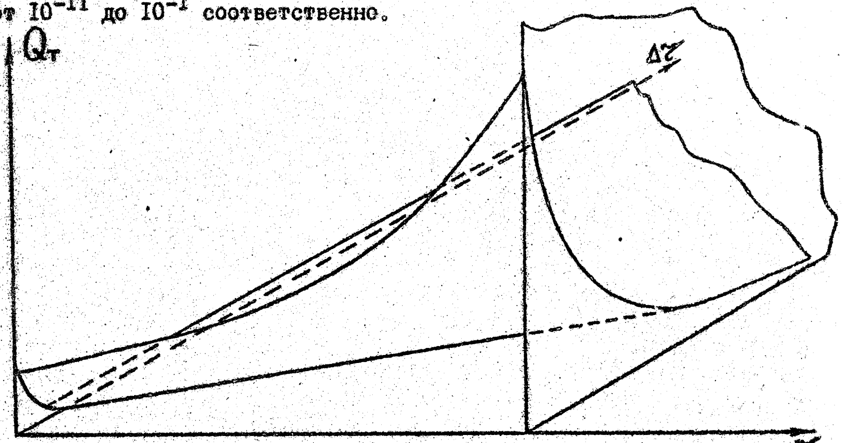

Рис. I

Приведенные результаты показывают, что показатель точности Q_T, как функция двух аргументов (τ_x - наименьшего значения аргумента τ и $\Delta\tau$ - интервал дискретизации области определения аргумента τ), в широком диапазоне этих аргументов изменяется слабо, но резко увеличивается при $\tau_x \gg \Delta\tau$ (см. рис.I). Значения аргумента τ_x можно выбирать в широких пределах, а $\Delta\tau$ должен быть одного порядка с наименьшим значением аргумента τ. При выполнении этих условий оценки коэффициентов сглаживающего полинома можно считать некоррелированными и статистически независимыми.

ЛИТЕРАТУРА

I. ОГОРОДНИЙЧУК Н.Д. Обработка траекторной информации. Ч.2., Киев, КВВАИУ, 1986, - 224 с.