УДК 519.246.8

АНАЛИЗ ИНТЕРВАЛОВ СТАЦИОНАРНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДОМ DFA

Гурьянова Т.В., Смирнов А.В.
Донецкий национальный технический университет

Для характеристики поведения нестационарных временных рядов в настоящее время применяется метод расчета фрактальной размерности ряда (показатель Херста H) [1, 2]. Значение показателя Херста может изменяться от 0 до 1. При H=1 ряд называется персистентным (последующие изменения значений временного ряда наследуют его предыдущее поведение), при H=0,5 ряд будет случайным (последующие значения временного ряда не связаны с его предыдущими значениями), при H=0 ряд будет антиперсистентным (последующие изменения значений временного ряда противоположны его предыдущему поведению). При этом характер поведения ряда может меняться на различных временных промежутках.

В работе [3] представлен один из методов расчета показателя Херста временного ряда, известный как Detrended Fluctuation Analysis (DFA). Данный метод позволяет рассчитать показатель Херста для различной глубины анализа τ.

При проведении расчета методом DFA весь временной ряд анализируемых показателей X разбивается на отрезки равной длины τ. Для каждого k-го отрезка разбиения определяется линейный локальный тренд $z(t)= a\cdot t + b$. Для этого отрезка DFA функция F определяется соотношением:

$$F_k^2(\tau) = \frac{1}{\tau}\sum_{t=k\tau+1}^{(k+1)\cdot\tau}(X(t) - z(t))^2 . \qquad (1)$$

Среднее значение этой функции $<F^2(\tau)>$ по всем L/τ интервалам разбиения есть функция от τ:

$$< F^2(\tau) >= \frac{\tau}{N}\sum_{k=0}^{L/\tau-1} F_k^2(\tau) . \qquad (2)$$

При этом $<F^2(\tau)>$ связано с τ соотношением [2]:

$$\sqrt{< F^2(\tau) >} \sim \tau^H , \qquad (3)$$

где H – показатель Херста ряда. Отсюда, строя зависимость $\ln(\sqrt{< F^2(\tau) >})$ от $\ln(\tau)$ определяется наклон аппроксимирующей прямой и оценивается значение показателя Херста по алгоритму, приведенному на рис. 1.

Анализ возможности применения этого метода для определения интервала квазистационарности временного ряда проводился на модельных данных. Для генерации данных использовались стандартные средства среды MS Excel, алгоритм подробно описан в работах [4, 5, 6]. Для имитации нестационарности реализации проводилась модуляция ряда по синусоидальному закону с частотой Ω («медленные» изменения), 10Ω («быстрые» изменения) и без модуляции (стационарный ряд). При генерации модулированных данных использовались два различных интервала стационарности: τст=20 («короткий» интервал) и τст=60 («длинный» интервал).

Были исследованы 5 различных моделей:

12. стационарная модель (СМ);

13. модель с «медленными» изменениями и «длинным» интервалом стационарности (МДМ);
14. модель с «медленными» изменениями и «коротким» интервалом стационарности (МКМ);
15. модель с «быстрыми» изменениями и «длинным» интервалом стационарности (БДМ);
16. модель с «быстрыми» изменениями и «коротким» интервалом стационарности (БКМ).

На рис. 1 в качестве примера представлены результаты анализа фрактальной размерности для МКМ модели.

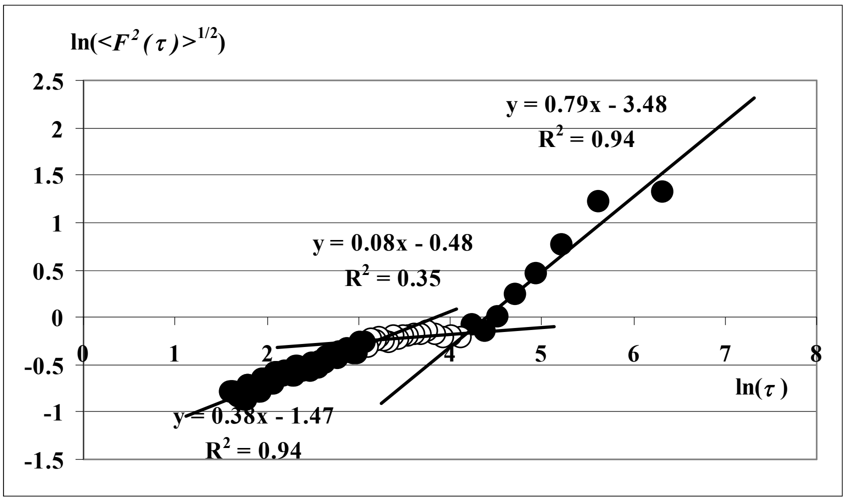

Рисунок 1 - Результаты анализа фрактальной размерности МКМ модели методом DFA

Из проведенного анализа следует, что для МКМ модели для интервалов $\tau<22$ характер поведения ряда близок к случайному ($H\approx0,5$), для интервалов $22\leq\tau<63$ ряд является антиперсистентным ($H\approx0$), для интервалов $\tau\geq63$ ряд является персистентным ($H\approx1$). Антиперсистентность ряда свидетельствует о возврате его значений обратно при их отклонении от среднего, что является признаком его стационарности, следовательно, интервал стационарности этой системы $22\leq\tau ст<63$ (значение при генерации $\tau ст=20$).

Для МДМ модели для интервалов $\tau<48$ характер поведения ряда близок к случайному ($H\approx0,5$), для интервалов $48\leq\tau<209$ ряд является антиперсистентным ($H\approx0$), для интервалов $\tau\geq209$ ряд является персистентным ($H\approx1$). Таким образом, для МДМ системы интервал стационарности $48\leq\tau ст<209$ (значение при генерации $\tau ст=60$).

Для СМ системы интервал антиперсистентности выделен быть не может, для всех значений τ характер поведения ряда близок к случайному ($H\approx0,5$).

В случае моделей с «быстрыми» изменениями интервал антиперсистеноcти короче и выделяется не так явно, как для случая «медленных» изменений. Для БКМ модели интервал стационарности $24\leq\tau ст<29$ (значение при генерации $\tau ст=20$), для БДМ модели интервал стационарности $43\leq\tau ст<110$ (значение при генерации $\tau ст=60$).

Таким образом, метод DFA может быть использован для определения интервалов стационарности временных рядов.

Литература

[1] Федер Е. Фракталы.Пер. с англ. - М.: Мир, 1991. – 254 с.

[2] T. Lux. Detecting Multi-Fractal Properties in Asset Returns: An Assessment of the 'Scaling Estimator'. International Journal of Modern Physics, 15, 2004, P. 481 – 491.

[3] José A.O. Matos, Sílvio M.A. Gama, Heather J. Ruskin, Adel Al Sharkasi and Martin Crane. Time and scale Hurst exponent analysis for financial markets Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 387, Issue 15, 15 June 2008, P. 3910-3915.

[4] Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. Об «оптимальном f » Ральфа Винса. Наукові праці Донецького національного технічного університету, серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка», вып. 9 (132), Донецк, ДонНТУ, 2008, С. 216-220.

[5] Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. Новое в динамическом управлении капиталом. Наукові праці Донецького національного технічного університету, серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка», вып. 10 (153), Донецк, ДонНТУ, 2009, С. 230-233.

[6] Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. Многокритериальный анализ эффективности алгоритмов динамического управления капиталом. Наукові праці Донецького національного технічного університету, серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка», вып. 10 (153), Донецк, ДонНТУ, 2009, С. 320-323.