УДК 621.713.13: 621.313

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОМАШИННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Сивокобыленко В.Ф., Харченко П.А.
Донецкий национальный технический университет
svf@elf.dgtu.donetsk.ua, kpa888@ukrtop.com

The article is dedicated for perfection of mathematical simulation methods for computing transient processes of multi-machine electrical systems. This article describes the new discrete model based on implicit methods without using the Newton method for solving nonlinear equations. The conversion of differential equations system to algebraic form take place in this simulator. The sample of multi-machine system self-starting is also shown.

Благодаря интенсивному росту мощности вычислительной техники и развитию компьютерных технологий получают распространение модели переходных процессов в электрических системах, основанные на расчете мгновенных величин. При разработке таких моделей составляется система дифференциальных уравнений, описывающая исследуемую сеть, как для отдельных ее элементов, так и для их связей. Решение сложных систем дифференциальных уравнений(ДУ), имеющих место в данном случае, является возможным только с применением численных методов интегрирования.

В зависимости от сложности электрической системы, исследуемого режима и ряда других факторов применяются различные подходы при разработке математической модели. Существующие модели можно разделить на 2 основные категории:

1) модели, базирующиеся на явных методах численного интегрирования. Являются наиболее распространенными моделями при анализе систем, содержащих электрические машины, что связано с относительной простотой и высокой точностью расчета. Наиболее часто применяются одношаговые методы высокого порядка, такие как метод Рунге-Кутта. Недостатком таких моделей являются трудности, связанные с получением устойчивого решения при моделировании коммутаций, скачкообразных возмущений, а также при моделировании систем, содержащих большое количество элементов с сильно отличающимися постоянными времени. В этих случаях применяются искусственные меры сохранения устойчивости [1] или уменьшение шага интегрирования, что ведет к снижению производительности;

2) модели на основе неявных методов численного интегрирования. Применяющиеся в настоящее время такого рода модели имеют высокую численную устойчивость и достаточно высокую точность при использовании многошаговых методов. Однако, в таких моделях на каждом шаге расчета необходимо решать систему нелинейных алгебраических уравнений для получения решения, что ведет к снижению скорости расчета. По этой причине неявные методы пока что не получили широкого распространения при моделировании многомашинных систем (ММЭС) по полным ДУ.

Таким образом, в ранее разработанных математических моделях [2] имеет место дилемма между получением необходимой точности расчета и сохранением при этом численной устойчивости и быстродействия. Поэтому проблема поиска более совершенных численных методов интегрирования ДУ остается актуальной.

Для создания универсального программного продукта данного профиля необходимо построить математическую модель, обеспечивающую устойчивое решение при моделировании электрических сетей любой конфигурации. В связи с этим более эффективным является использование неявных методов, которые и будут подробно рассмотрены в данной статье.

Неявные методы по способу определения производной на (n+1)-м шаге делятся на одношаговые и многошаговые. Среди одношаговых методов распространен неявный метод Эйлера (1-го порядка), обладающий абсолютной устойчивостью, но значительной погрешностью расчета. Чтобы повысить точность расчета, применяют или многошаговые, или одношаговые методы высших порядков. Одношаговые методы повышенной точности (например, неявный метод Рунге-Кутта) громоздки и требуют значительного объема вычислений. Целесообразным в задачах электроэнергетики является использование многошаговых неявных методов [1], базирующихся на формулах дифференцирования назад(ФДН). Их основные преимущества:

- простота реализации (не требуется приведение системы ДУ к форме Коши);
- высокая точность, возрастающая с увеличением числа точек для определения производной;
- высокая устойчивость;
- возможность вести расчет с переменным шагом и порядком.

При использовании неявных методов система ДУ преобразуется в систему алгебраических уравнений (в общем случае нелинейных). В ранее разработанных моделях на базе ФДН [3] для решения системы нелинейных уравнений применяется метод Ньютона. Это приводит к появлению ряда новых трудностей, таких как необходимость вычисления матрицы Якоби и выполнения нескольких итераций на каждом шаге. Применение итераций значительно понижает производительность, а в ряде случаев, может вести и к потере численной устойчивости.

Цель данной статьи – показать возможность создания математической модели ММЭС на основе ФДН, не используя метод Ньютона и сохраняя при этом высокую точность расчета.

Рассмотрим основанную на методе ФДН дискретную математическую модель для анализа режима пуска синхронного электродвигателя(СД) переменного тока, подключенного к сети бесконечной мощности. Система дифференциальных уравнений СД выглядит следующим образом:

$$L\ pI = U(t,\gamma) - R\ I(t) - \Omega(\omega)\ L\ I(t)\ ; \tag{1}$$

$$p\omega = \frac{1}{Tj}\left(m(I) - mc(\omega)\right); \tag{2}$$

$$p\gamma = \omega\ , \tag{3}$$

где

I – вектор токов всех контуров СД(статора и ротора) по осям d,q; $U(t,\ \gamma)$ - вектор напряжений на выводах СД и напряжения возбуждения в осях d,q; R, L – матрицы сопротивлений и индуктивностей контуров СД; $\Omega(\omega)$ – матрица скоростей СД; $m(I)$ – вращающий момент СД; ω – скорость вращения; γ – угол поворота ротора; T_j – механическая постоянная времени СД; mc – момент сопротивления.

Вектор неизвестных (переменных состояния СД) состоит из вектора токов I, ω и γ :

$$V = \begin{pmatrix} I \\ \omega \\ \gamma \end{pmatrix};$$

Основная формула ФДН, или формула Гира, имеет следующий вид:

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)^{(n+1)} = -\frac{1}{h}\cdot\sum_{s=0}^{p}\alpha_s\cdot y^{(n+1-s)}\ , \tag{4}$$

где α - вектор коэффициентов, зависящих от шага расчета h и порядка метода p(количества точек для определения производной, y – вектор неизвестных.

Выполним линейные преобразования системы ДУ (1)-(3) в соответствии с (4). При этом примем допущение, что инерционные величины ω и γ постоянны на отдельно взятом шаге интегрирования.

$$L\ pI^{(n+1)} = \left(U(t,\gamma) - R\ I(t) - \Omega(\omega)\ L\ I(t)\right)^{(n+1)} = -\frac{L}{h}\cdot\sum_{s=0}^{p}\alpha_s\cdot I^{(n+1-s)}\ ;$$

$$U(t,\gamma)^{(n+1)} - \left(R + \Omega(\omega)L\right)\cdot I^{(n+1)} = -\frac{L}{h}\cdot\alpha_0\cdot I^{(n+1)} - \frac{L}{h}\cdot\sum_{s=1}^{p}\alpha_s\cdot I^{(n+1-s)}\ ;$$

$$\left(R + \Omega(\omega)L - \frac{L}{h}\cdot\alpha_0\right)\cdot I^{(n+1)} = U(t,\gamma)^{(n+1)} + \frac{L}{h}\cdot\sum_{s=1}^{p}\alpha_s\cdot I^{(n+1-s)}\ ; \tag{5}$$

Из (5) можно получить вектор токов $I^{(n+1)}$. Для удобства введем обозначения:

$$Z = \left(R + \Omega(\omega)L - \frac{L}{h}\cdot\alpha_0\right);\quad J = \frac{Y\cdot L}{h}\cdot\sum_{s=1}^{p}\alpha_s\cdot I^{(n+1-s)};\quad Y = Z^{1};$$

В этом случае

$$I^{(n+1)} = Y\cdot U(t,\gamma)^{(n+1)} + J\ ; \tag{6}$$

Величины ω и γ находятся следующим образом:

$$\gamma^{(n+1)} = \frac{\omega^{(n)}\cdot h + \sum_{s=1}^{p}(\alpha_s\cdot\gamma^{(n+1-s)})}{-\alpha_0}; \tag{7}$$

$$\omega^{(n+1)} = \omega^{(n)} + \frac{m(I^{(n+1)}) - m_c}{T_j} \cdot h\,; \qquad (8)$$

Угол поворота ротора γ определяется перед расчетом $U(t,\ \gamma)^{(n+1)}$, а частота вращения ω – после расчета токов $I^{(n+1)}$ согласно принятым допущениям.

Таким образом, получена дискретная математическая модель СД, не требующая выполнения итераций на каждом шаге расчета(безитерационный метод -БФДН). Особенность данной модели также в том, что она позволяет анализировать переходные процессы,используя дискретную схему замещения(ДСЗ) для стационарного режима , параметры которой в данном случае с каждым шагом меняются. Отметим, что вектор J содержит источники тока, а матрица Y – проводимости ветвей статора и ротора СД в ДСЗ.

В случае использования метода Ньютона дифференциальные уравнения СД преобразуются в систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} L^{-1}\left(U^{(n+1)} - R\,I^{(n+1)} - \Omega(\omega)\,L\,I^{(n+1)}\right) \\ \dfrac{1}{Tj}\left(m\left(I^{(n+1)}\right) - mc\right) \\ \omega^{(n+1)} \end{pmatrix} = -\frac{1}{h} \cdot \sum_{s=0}^{p} \alpha_s \cdot V^{(n+1-s)}\,; \qquad (9)$$

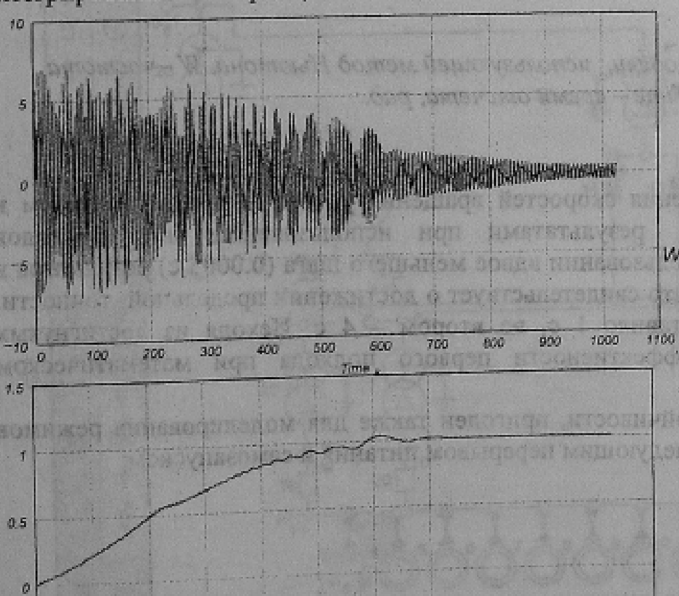
Из системы (9) находятся неизвестные $I,\ \gamma,\ \omega$. Для решения системы необходимо численно или аналитически рассчитывать матрицу Якоби на каждом шаге интегрирования, а затем выполнять итерации, пока не будет достигнута необходимая точность. Рекуррентное выражение метода Ньютона применительно к данной модели будет иметь следующий вид:

$$V^{(i+1)} = V^{(i)} - \left[A(V^{(i)})\right]^{-1} \cdot F(V^{(i)})\,,$$

где V - вектор неизвестных, A - матрица Якоби, F - функция невязок системы (9), i - номер итерации.

Как показывают исследования, в большинстве случаев 3-х итераций оказывается достаточно для практических целей.

Проведем сравнительный анализ математических моделей с использованием и без использования метода Ньютона. Для примера рассмотрим пуск явнополюсного СД до наступления установившегося режима. Оба алгоритма реализованы в среде MathCad 11. При исследовании в обоих случаях использовался шаг интегрирования $\pi/10$ рад (0.001 с) при четвертом порядке метода ФДН.



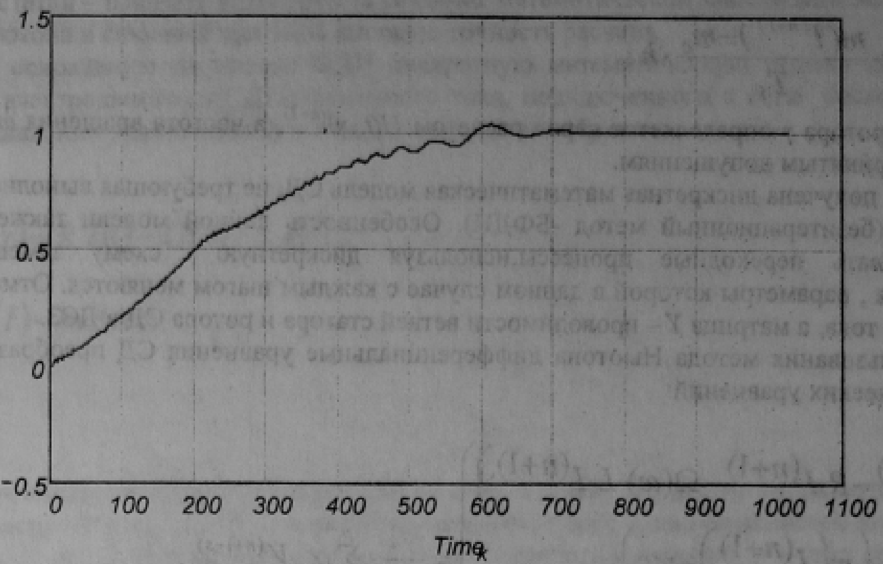
$W =$

	1
3000	1.002
3001	1.002
3002	1.002
3003	1.002
3004	1.002
3005	1.002
3006	1.002
3007	1.002
3008	1.002
3009	1.002
3010	1.002
3011	1.002
3012	1.002
3013	1.002
3014	1.002
3015	1.002

$Time =$

	1
3000	914.203
3001	914.518
3002	914.832
3003	915.146
3004	915.46
3005	915.774
3006	916.088
3007	916.403
3008	916.717
3009	917.031
3010	917.345
3011	917.659
3012	917.973
3013	918.288
3014	918.602
3015	918.916

Рис. 1 – Моделирование пуска СД с применением метода БФДН. II - ток статора в фазе A, о.е.; W - частота вращения ротора, о.е.; Time – время отсчета, рад.



$W =$

	1
3000	1.001
3001	1.001
3002	1.001
3003	1.001
3004	1.001
3005	1.001
3006	1.001
3007	1.001
3008	1.001
3009	1.001
3010	1.001
3011	1.001
3012	1.001
3013	1.001
3014	1.001
3015	1.001

$Time =$

	1
3000	914.203
3001	914.518
3002	914.832
3003	915.146
3004	915.46
3005	915.774
3006	916.088
3007	916.403
3008	916.717
3009	917.031
3010	917.345
3011	917.659
3012	917.973
3013	918.288
3014	918.602
3015	918.916

Рис. 2 – Моделирование пуска СД с применением модели, использующей метод Ньютона. W - частота вращения ротора, о.е.; Time – время отсчета, рад.

На рис.1 и 2 и в таблицах приведены значения скоростей вращения ротора в режиме, близком к установившемуся. Отличия между полученными результатами при использовании двух подходов несущественны, и составляют не более 0.1%. При использовании вдвое меньшего шага (0.0005 с) результаты в обоих случаях совпадают с приведенными на рис. 2, что свидетельствует о достижении предельной точности. Время, затраченное на расчет в первом случае составило 1 с, во втором – 4 с. Исходя из достигнутых показателей, можно сделать вывод о большей эффективности первого подхода при математическом моделировании электрических машин.

Рассмотренный метод, благодаря высокой устойчивости, пригоден также для моделирования режимов коммутаций. На рис. 3 показан график пуска СД с последующим перерывом питания и самозапуском:

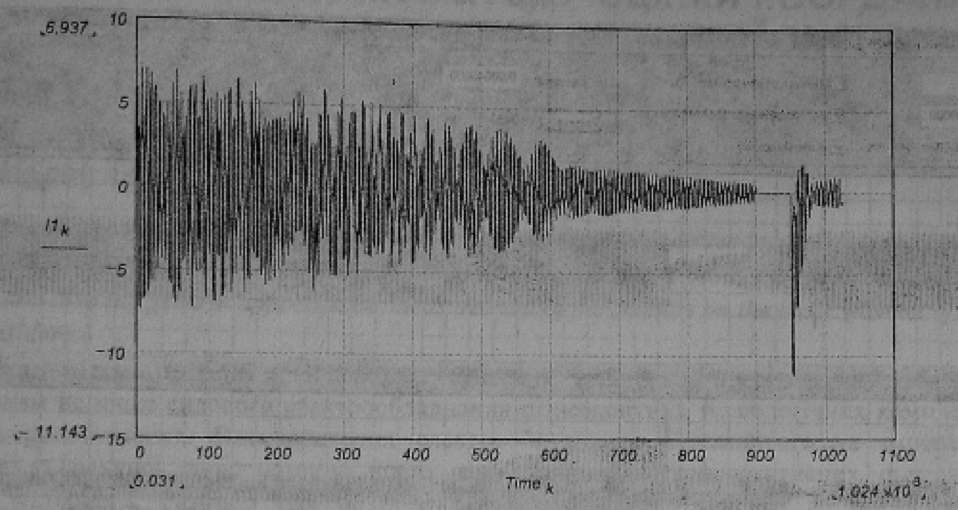


Рис. 3 – Ток статора СД при пуске с последующим перерывом питания

Метод интегрирования систем ДУ, основыванный на дискретных моделях с применением БФДН (6,7,8) реализован в универсальном электротехническом редакторе PowerNet™ Benchmark. Программа позволяет моделировать различные режимы, такие как короткие замыкания, обрывы фаз, неполнофазные отключения и.т.п. Расчетная схема собирается пользователем при помощи интерактивного графического интерфейса. На рис. 4 и 5 показана работа данной программы на примере системы электроснабжения собственных нужд блока ТЭС мощностью 300 МВт.Моделировались режимы группового выбега после исчезновения питания, восстановление напряжения и самозапуск двигателей.

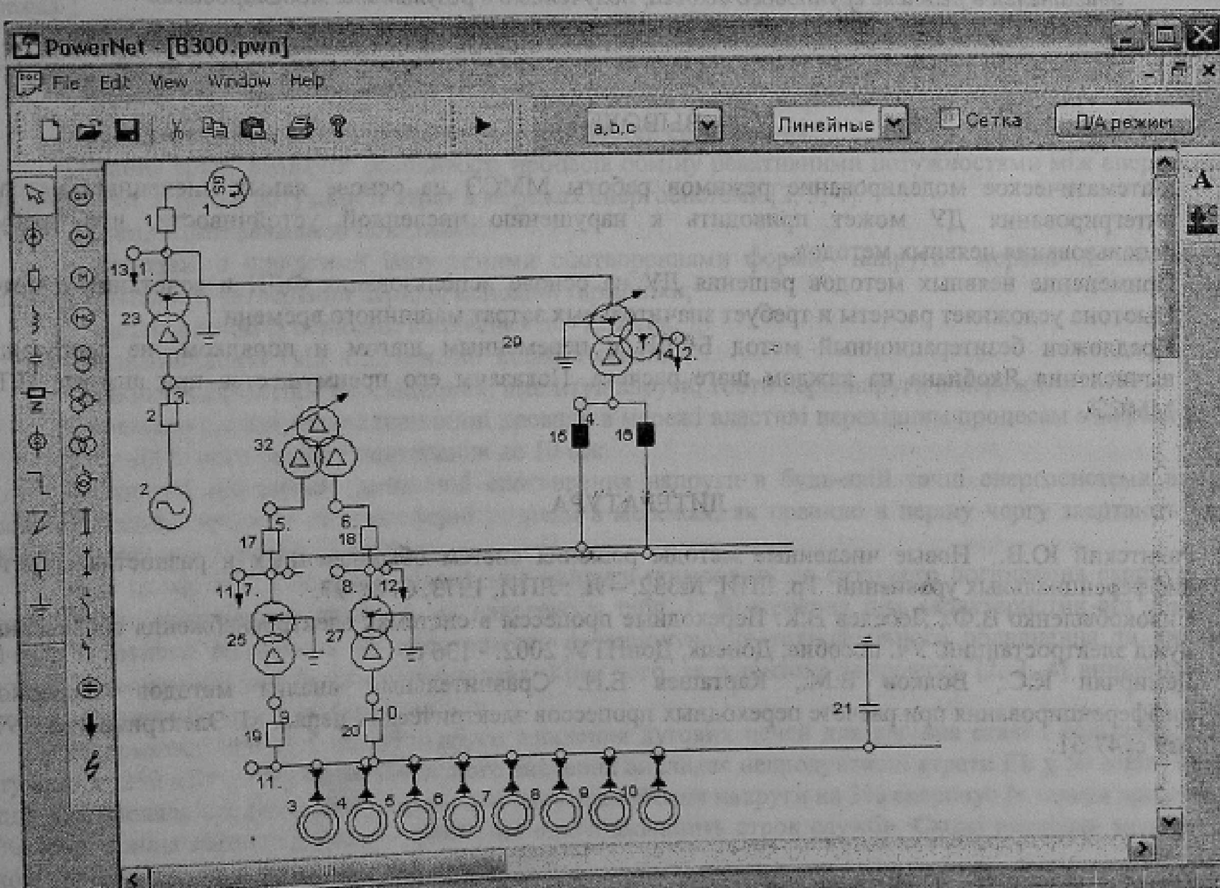


Рис. 4 – Электрическая схема собственных нужд блока ТЭС 300МВт, набранная в программе PowerNet™ Benchmark

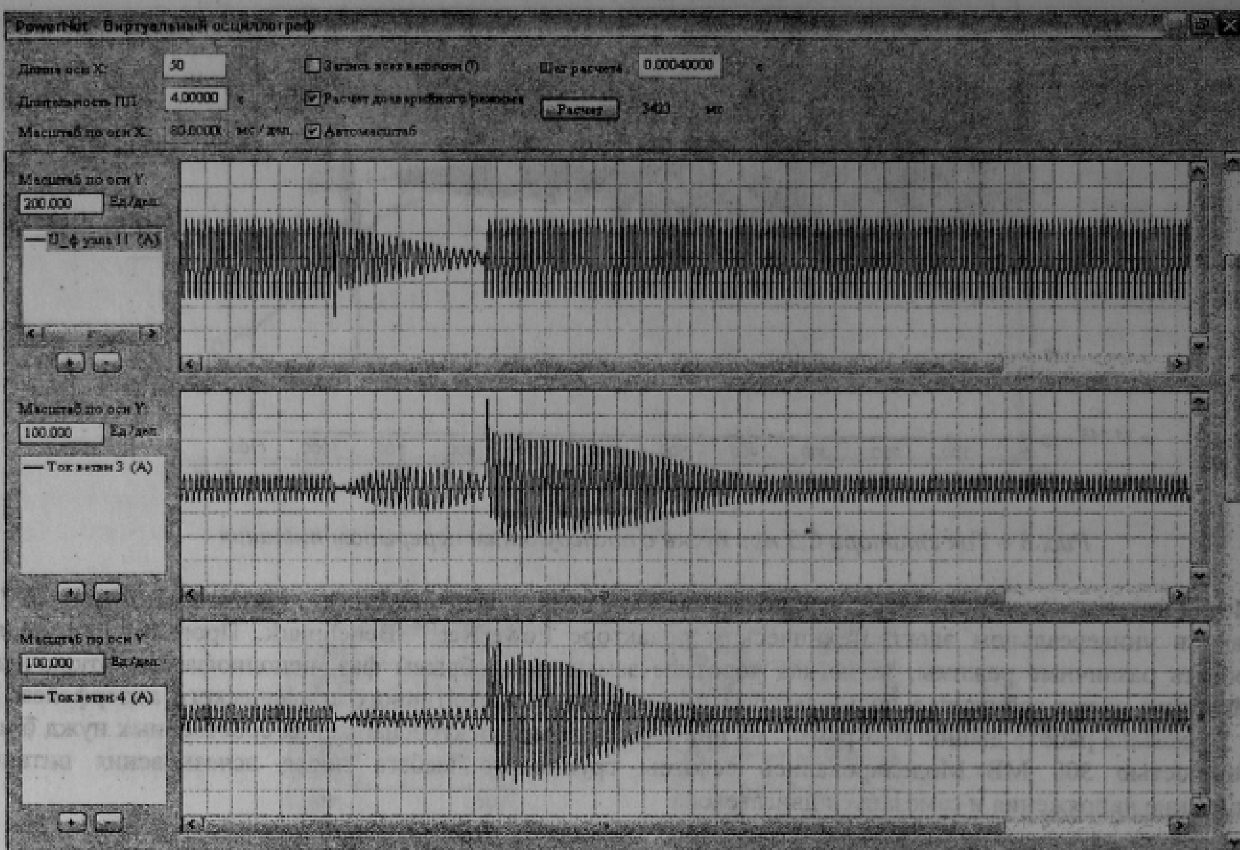


Рис. 5 – Осциллограммы напряжения на секции собственных нужд и токов статоров асинхронных двигателей в режиме группового выбега, полученные в результате моделирования

ВЫВОДЫ

1. Математическое моделирование режимов работы ММСЭ на основе явных численных методов интегрирования ДУ может приводить к нарушению численной устойчивости, что требует использования неявных методов..
2. Применение неявных методов решения ДУ на основе использования ФДН в сочетании с метом Ньютона усложняет расчеты и требует значительных затрат машинного времени
3. Предложен безитерационный метод БФДН с переменным шагом и порядком, не требующий вычисления Якобиана на каждом шаге расчета. Показаны его преимущества при анализе ПП в ММСЭ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ракитский Ю.В. Новые численные методы решения систем обыкновенных и разностных систем дифференциальных уравнений: Тр. ЛПИ, №332. – Л. : ЛПИ, 1973, С. 88-97.
2. Сивокобыленко В.Ф., Лебедев В.К. Переходные процессы в системах электроснабжения собственных нужд электростанций. Уч. пособие, Донецк, ДонНТУ, 2002. - 136 с.
3. Демирчян К.С., Волков В.М., Карташев Е.Н. Сравнительный анализ методов численного дифференцирования при расчете переходных процессов электрических цепях. М. Электричество, 1976, №9 с. 47-51.