

УДК 528.7 (075.8)

МОГИЛЬНЫЙ С.Г. (Донецкий национальный технический университет)

УЧЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМ КООРДИНАТ В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ

Рассматривается влияние математической модели систем координат опорных точек на местности и навигационных данных при уравнивании больших сетей аналитической фототриангуляции. Выведены формулы учета кривизны Земли для основных случаев моделей систем координат. На реальной сети фототриангуляции показаны численные величины влияния рассматриваемой методической ошибки. Показана методика учета моделей систем координат в программном комплексе «BlockMSG».

Аналитическая фототриангуляция является основным методом сгущения съемочного обоснования при топографических съемках местности и при решении инженерных задач стереофотограмметрическими методами. Теория и практика вычислительных аспектов аналитической триангуляции настолько хорошо развиты, что в последние годы в научных публикациях им уделяется сравнительно мало внимания, так как считается, что все вопросы решены и проблем не возникает. Однако использование новейших спутниковых технологий позиционирования для определения координат центров фотографирования и угловых элементов ориентирования снимков настолько повысили точность фототриангуляции, что некоторые методические погрешности стали оказывать заметное влияние на конечные результаты вычислений [1,2].

Одна из таких погрешностей связана с тем, что математические модели систем координат картографирования местности не являются ортогональными пространственными координатами, поскольку высоты точек отсчитываются по нормальям к поверхности сферы или эллипсоида вращения, а плановые координаты отсчитываются по этим криволинейным поверхностям. Кратко эту задачу называют – «учет кривизны Земли». Если размер сети фототриангуляции не велик, то учет «кривизны Земли» сравнительно просто обеспечивается введением поправок в отметки точек местности, а искажениями в плановых координатах точек сгущения пренебрегают, так как они существенно меньше погрешностей построения сети [5].

В настоящее время в связи с совершенствованием программного обеспечения и высокой производительности компьютеров сети фототриангуляции, насчитывающие сотни и даже тысячи снимков, стали обычной производственной практикой, а размеры сетей достигают нескольких десятков километров, поэтому пренебрежение не строгостью «учета кривизны Земли» при субдециметровой точности определения координат точек сгущения является недопустимой потерей содержащейся в измерениях информации и приводит к дополнительным затратам труда.

В классической теории аналитической фототриангуляции предполагается, что система пространственных координат наземных опорных точек ортогональная и изометрическая, т.е. масштабы по осям координат равны между собой. В действительности эти условия не выполняются, поэтому в работе [2] предлагается для учета «кривизны Земли» не только вводить поправки в высоты точек, но и корректировать фокусное расстояние снимков для учета разно масштабности осей. Подобное предложение решает поставленную задачу только в некоторых частных случаях.

Рассмотрим общую схему постановки задачи учета «кривизны Земли» в аналитической пространственной фототриангуляции (рис.1). Прежде всего следует иметь ввиду,

что пространственная модель, построенная по совокупности перекрывающихся снимков, геометрически подобна местности, т.е. имеет равные масштабы по всем трем осям, а координаты опорных точек, по которым масштабируется и ориентируется модель не изометричны. Если при внешнем ориентировании модели не учитывать этот фактор, то результаты получат систематические искажения.

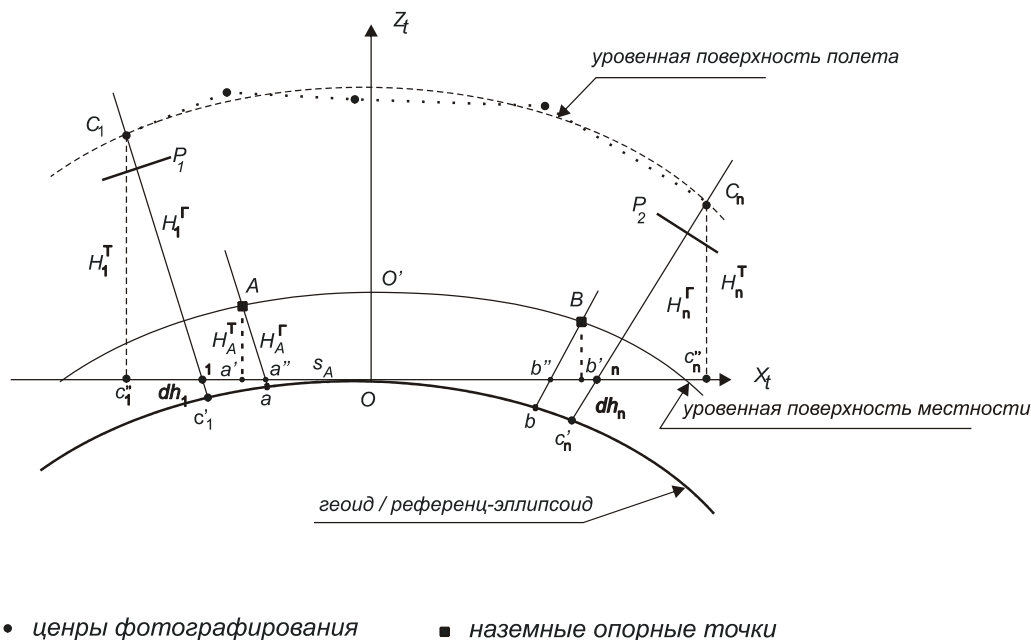


Рис. 1. Схемы перехода к топоцентрической системе координат

Строгое решение задачи учета кривизны Земли может быть достигнуто, если координаты опорных наземных пунктов и данные навигационных измерений элементов внешнего ориентирования снимков перед уравниванием перевычислить в пространственную ортогональную систему координат, например, в геоцентрическую систему и в ней выполнять уравнивание сети фототриангуляции. Затем уравненные координаты точек сгущения перевычислить в исходную систему координат.

Для реализации указанного пути учета кривизны Земли необходимо знать математическую модель системы координат, т.е. принятый референц-эллипсоид и его параметры. Однако зачастую на практике при вычислении фототриангуляции исполнитель не знает точно, какова математическая модель системы координат опорных наземных пунктов. Поэтому более перспективен и не менее точен другой путь учета кривизны Земли, при котором координаты наземных опорных пунктов перевычисляются в местную ортогональную топоцентрическую систему [5].

В такой системе ось Z направлена по нормали к референц-эллипсоиду либо по отвесной линии в средней точке сети, а оси плановых координат перпендикулярны к ней и лежат в плоскости касательной к поверхности относимости. Вычисленные уравненные координаты точек сгущения из топоцентрической системы затем перевычисляются в исходную систему. Данный путь учета кривизны Земли легко реализуется и обеспечивает исключение методических погрешностей для сетей фототриангуляции, диаметр которых в плане до 150 км.

Рассмотрим основные моменты перехода в ортогональную топоцентрическую систему координат для встречающихся на практике моделей координат.

Ортогональная система координат. Оси пространственных координат взаимно ортогональны и имеют равные масштабы. Как правило, ось Z направлена по отвесной

линии в некоторой точке местности, а оси плановых координат X и Y – горизонтальны. Система координат применяется при решении инженерных задач на небольшом участке земной поверхности и при уравнивании фотограмметрической сети не требует перехода к топоцентрическим координатам.

Система координат на сфере. В этом случае система координат может быть представлена в двух вариантах. Первый вариант, который можно условно назвать так, *учет кривизны Земли методом разворачивания*. Плоскость X_t плановых координат касательная к геоиду в средней точке участка местности, а высоты точек измеряются по нормальям к уровенной поверхности от геоида (рис.1.). Пусть между точками A и B измерено расстояние по некоторой средней для этих точек уровенной поверхности. На плоскости X_t длина дуги AB для вычисления плановых координат откладывается без изменений, т.е. при построении планового съемочного обоснования не вводятся в линейные измерения поправки за высоту над геоидом. Отличие отложенного расстояния от $a'b'$ – ортогональной проекции дуги AB при диаметре сети до 40км не превышает 0.03м, что при современной точности фотограмметрических измерений можно считать равным нулю.

В этом случае в топоцентрической системе плановые координаты в плоскости X_t равны координатам в исходной системе. Ось Z_t совпадает с отвесной линией в средней точке сети. Высота H_A^T точки в топоцентрической системе будет равна отрезку Aa' и вычисляется из выражения:

$$H_A^T = \left[H_A^G - \left(\frac{R + H_A^G}{\cos\left(\frac{s}{R}\right)} - R - H_A^G \right) \right] \cos\left(\frac{s}{R}\right), \quad (1)$$

где H_A^G – высота точки в исходной системе координат; R – средний радиус кривизны геоида в пределах сети; s – расстояние в плане от начала топоцентрической системы до проекции точки A .

Во втором варианте модели координат на сфере концы дуги AB проецируются отвесными линиями на поверхность геоида, а затем откладывается на плоскости плановых координат отрезком $a''b''$. Получаем так называемый *учет кривизны Земли методом проектирования*. Плановые координаты этих моделей отличаются на отрезки $a'a''$ и $b'b''$, величины которых зависят от высоты местности над геоидом и размера сети.

Для вычисления плановых топоцентрических координат точки A необходимо ее спроецировать нормалью к плоскости X_t и найти координаты точки a' . Расстояние $s_A = Oa''$, необходимо исправить на величину отрезка $\Delta s_A = a'a'$, которое определяется по следующей формуле:

$$\Delta s_A = \left[H_A^G - \left(\frac{R}{\cos\left(\frac{s_A}{R}\right)} - R \right) \sin\left(\frac{s_A}{R}\right) \right]. \quad (2)$$

По исправленному расстоянию до точки a' вычисляются ее топоцентрические координаты.

Высоту точки A в топоцентрической системе вычисляют по формуле аналогичной формуле (1)

$$H_A^T = \left[H_A^r - \left(\frac{R}{\cos(\frac{S_A}{R})} - R \right) \right] \cos(\frac{S_A}{R}). \quad (3)$$

Таким образом, находятся топоцентрические координаты всех опорных точек сети и она уравнивается строго с учетом неортогональности исходной местной системы координат.

Картографическая система координат. В качестве картографической системы координат наземных пунктов чаще всего используются координаты в проекции Гаусса-Крюгера, либо проекция УТМ. В этом случае для строгого учета кривизны Земли необходимо знать параметры референц-эллипсоида системы координат.

Переход к топоцентрическим координатам выполняется по известным формулам соответствующих проекций (см. например [3]) в следующей последовательности:

- по плоским координатам точки вычисляются геодезические координаты : B – широта, λ – долгота относительно осевого меридиана зоны;
- по геодезическим координатам B, λ и H – высота точки над эллипсоидом, вычисляют геоцентрические координаты опорных точек по формулам:

$$\left. \begin{aligned} X^r &= (N + H) \cos B \cos \lambda; \\ Y^r &= (N + H) \cos B \sin \lambda; \\ Z^r &= [N(1 - e^2) + H] \sin B; \\ N &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где X^r, Y^r, Z^r – геоцентрические координаты точки; N – радиус кривизны сечения первого вертикала; e – первый эксцентриситет меридианного эллипса; a – большая полуось референц-эллипсоида;

– приняв за начало топоцентрической системы координаты средней точки выполняют ортогональное преобразование геоцентрических координат в топоцентрические по формуле:

$$\begin{pmatrix} X^T \\ Y^T \\ Z^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin B \cos \lambda & -\sin B \sin \lambda & \cos B \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos B \cos \lambda & \cos B \sin \lambda & \sin B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X^r - X_o^r \\ Y^r - Y_o^r \\ Z^r - Z_o^r \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где X^T, Y^T, Z^T – топоцентрические координаты точки; X_o^r, Y_o^r, Z_o^r – геоцентрические координаты средней точки сети, расположенной на поверхности эллипсоида.

Геодезическая система координат. В этой системе координат для каждой опорной точки задаются: B – широта, L – долгота и H – высота точки над референц-эллипсоидом. Переход к топоцентрической системе выполняется по формулам (4) и (5).

Навигационные спутниковые измерения координат центров фотографирования могут быть заданы в любой из рассмотренных система, однако, как правило, используется либо картографическая, либо геодезическая система координат (рис.1).

Для определения угловых навигационных элементов ориентирования снимков необходимо использовать только картографическую или геодезическую систему координат [4]. Угловые элементы измеряются навигационной платформой, например, POS AV 510 компании Arplanix (Канада) [6], в каждом центре фотографирования относительно текущей системы координат $OXYZ$ (рис.2), в которой ось Z направлена по нормали к референц-эллипсоиду, ось X горизонтальна и расположена в плоскости меридионального сечения, а ось Y – в плоскости первого вертикала. Тогда положение осей $OXYZ'$

навигационной платформы определяется тремя углами: ϕ – курсовой угол; δ – угол тангажа; φ – угол крена. Следует обратить внимание, что углы δ и φ отсчитываются в плоскости большого круга единичной сферы, проходящего через нормаль и соответствующую ось навигационной платформы. Формулы вычисления матрицы поворота системы $OX'Y'Z'$, которые описаны в работах [2,4] являются приближенными и справедливы при малых углах δ и φ . Если углы превышают градус, то необходимо использовать более строгие формулы.

Направляющие косинусы осей системы $OX'Y'Z'$ задаются проекциями единичных векторов $\bar{e}_{X'}, \bar{e}_{Y'}, \bar{e}_{Z'}$.

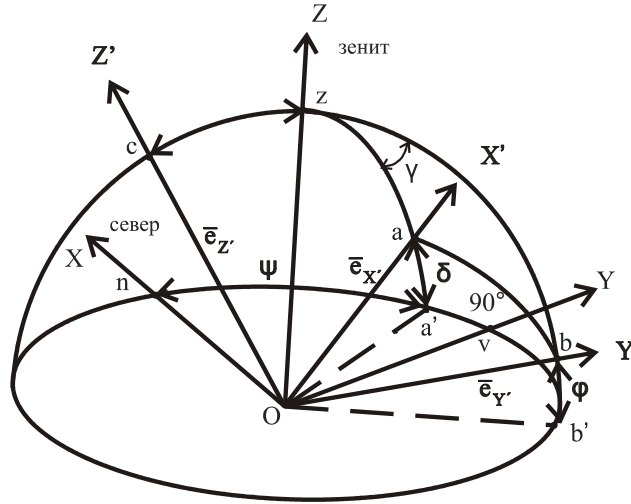


Рис. 2. Схема угловых навигационных элементов ориентирования снимка.

Проекции вектора $\bar{e}_{X'}$ в соответствии с рис.2 определяются следующими формулами:

$$\bar{e}_{X'} = \begin{vmatrix} \cos \delta \cos \phi \\ \cos \delta \sin \phi \\ \sin \delta \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Для определения проекций вектора $\bar{e}_{Y'}$, необходимо сначала вычислить угол γ из сферического треугольника Δzab по формуле косинусов сторон [3], учитывая, что сторона ab равна 90° , получим

$$0 = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) \cos \gamma,$$

откуда будем иметь

$$\gamma = \arccos(-\operatorname{ctg} \delta \operatorname{ctg} \varphi). \quad (7)$$

Тогда проекции вектора $\bar{e}_{Y'}$ выразятся следующими формулами:

$$\bar{e}_{Y'} = \begin{vmatrix} \cos \varphi \cos(\phi + \gamma) \\ \cos \varphi \sin(\phi + \gamma) \\ \sin \varphi \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Вектор $\bar{e}_{Z'}$ вычисляется, как векторное произведение

$$\bar{e}_{Z'} = \bar{e}_{X'} \times \bar{e}_{Y'}. \quad (9)$$

Таким образом **A** матрица поворота из системы координат $OX'Y'Z'$ в систему $OXYZ$ будет иметь вид

$$A = \begin{vmatrix} \bar{e}_{X'} & \bar{e}_{Y'} & \bar{e}_{Z'} \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Формула (10) более точно определяет модель результатов измерений навигационной платформы и как показывает опыт, не искажает методическими погрешностями результаты уравнивания сети фототриангуляции, в которой учитываются не только координаты центров фотографирования, но и углы наклона снимков.

Перевычисление навигационных данных снимков выполняется аналогично, как и для наземных пунктов, однако следует учитывать, что топоцентрические системы координат наземных опорных пунктов и навигационных данных не совпадают и в процессе уравнивания сети необходимо определять параметры перехода [1].

Поскольку в настоящее время сети фототриангуляции строятся с использованием навигационных измерений центров фотографирования, то возможно множество вариантов сочетаний математических моделей систем координат. В новой версии-5 программного комплекса аналитической фототриангуляции BLOCKMSG [7] учет конкретных моделей систем координат осуществляется выбором соответствующих опций вычислений (рис.3). При этом файл с исходными данными для уравнивания сети не корректируется. Управление вычислений с помощью опций позволяет оперативно испытать различные модели, если у исполнителя нет достоверных данных о математической модели систем координат наземных опорных точек и навигационных данных.

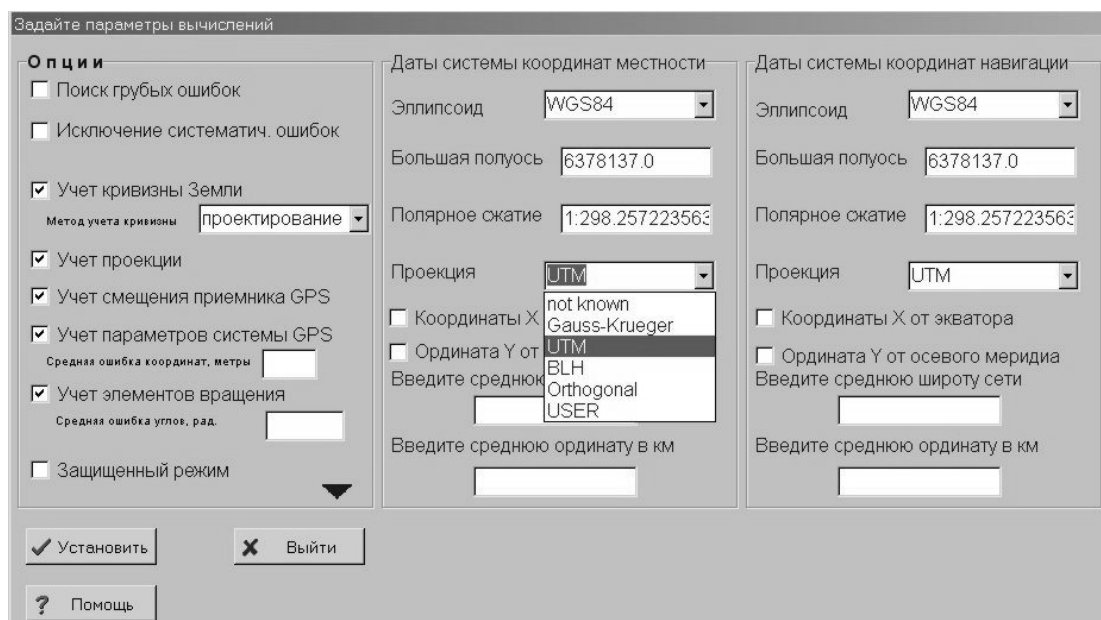


Рис. 3. Окно расширенных установок опций систем координат

Из выпадающего списка выбирается тип математической модели системы координат, в том числе может быть предусмотрена не типичная проекция или референц-эллипсоид конкретного пользователя. Если системы координат отнесены к сферической уровневой поверхности, то используется сокращенный набор опций (рис.4).

Величины искажений координат вставляемых пунктов сети зависят от многих факторов, таких как, принятой модели системы координат и ее отличие от фактической модели, рельефа местности, количества и расположения опорных точек, точности фотограмметрических и навигационных измерений. Трудно выявить закономерности степени влияния отдельных факторов и их взаимное влияние, поэтому рассмотрим актуальность учета математической модели системы координат на конкретном примере сети фототриангуляции, которая имеет следующие основные параметры:

- размер сети на местности 26.4км×23.6км;

- изменение высот точек на местности от 370м до 2730м;
- высота полета при съемке от 3100м до 4500м, так что высота фотографирования на местностью около 2000м;
- навигационными спутниковыми измерениями определены координаты центров фотографирования всех снимков;
- фокусное расстояние камеры – 152мм;
- размер снимка 23см×23см;
- число снимков в сети – 138;
- число маршрутов – 7;
- число опорных точек – 28;
- число определяемых точек – 327.

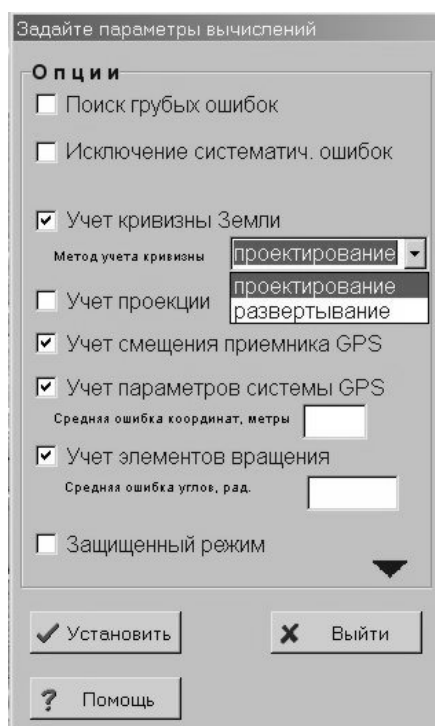


Рис.4. Окно сокращенных установок опций систем координат

Схема сети фототриангуляции показана на рис 4, где красными квадратиками с номерами отмечены опорные точки на местности, кружочки с номерами – центры фотографирования, черными прямоугольниками оконтурены границы стереопар, а столбиковые диаграммы возле определяемых точек характеризуют точность определения их высот из построения сети.

Рельеф земной поверхности, на которой определены координаты точек сгущения, очень пересеченный и имеет вдоль оси сети вытянутый хребет, высота которого достигает 2000м (рис.5). Этим объясняется, почему маршруты имеют разные высоты полета. Красными квадратиками на изображении рельефа показаны опорные точки сети фототриангуляции.

При анализе было принято, что координаты опорных точек и центров фотографирования заданы в картографической проекции UTM на референц-эллипсоиде WGS84. Результаты уравнивания сети при этой модели системы координат приняты за эталонные и отклонения от них для других моделей рассматриваются как искажения (таблица 1).

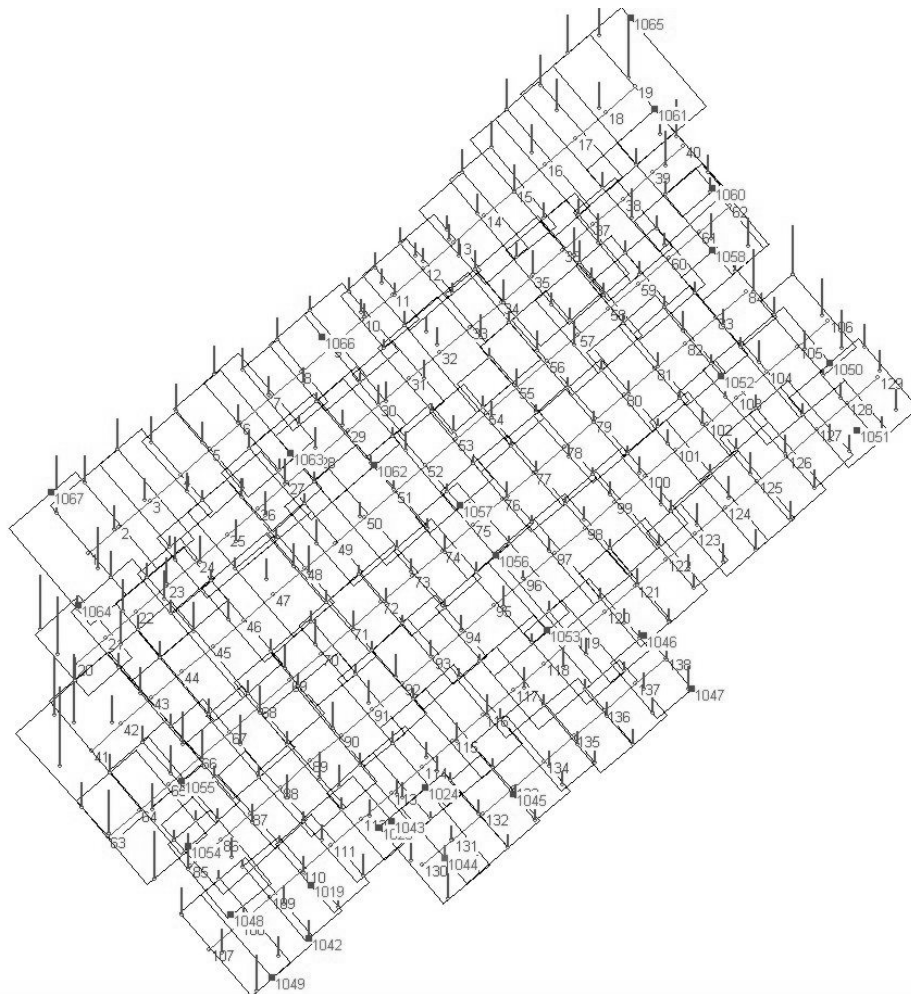


Рис. 5. Схема сети фототриангуляции

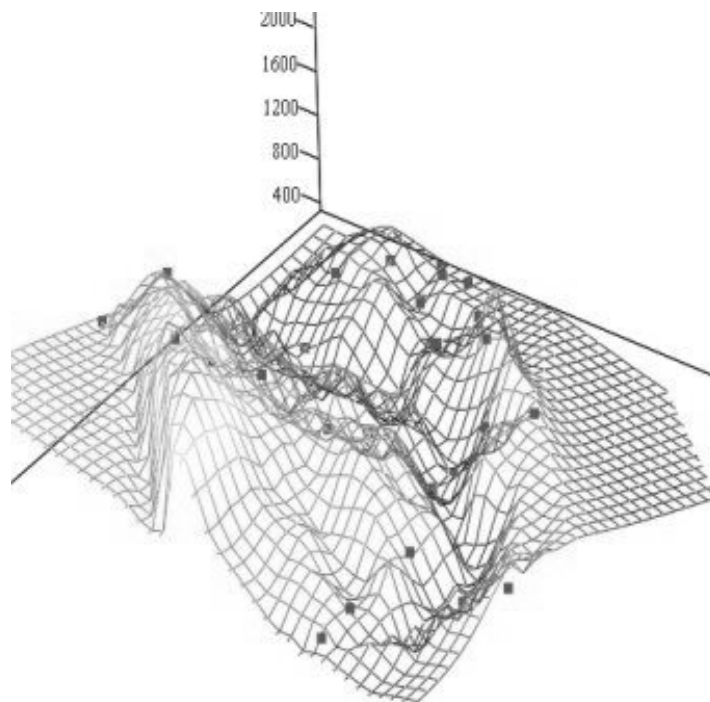


Рис.6. Рельеф местности сети фототриангуляции

Таблица 1. Сравнение координат точек местности по вариантам модели системы координат

№ п / п	Модель учета кривизны Земли в координатах наземных пунктов	Без навигационных данных						Модель учета кривизны Земли в координатах навигационных данных																													
		Не учитывается			Методом развертывания			Методом проецирования			Проекция UTM			Проекция Гаусса-Крюгера																							
		метры ^{*)}	единицы СКП ^{*)}	метры	единицы СКП	метры	единицы СКП	метры	единицы СКП	метры	единицы СКП	метры	единицы СКП	метры	единицы СКП																						
		1						2						3						4						5						6					
1	Не учитывается	-0.309 0.844	1.10 1.64	-0.177 -0.346	1.02 0.92	-5.492 7.767	26.65 45.62	-5.962 7.696	26.28 46.51	-5.943 7.629	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29	-5.940 7.644	26.28 41.29								
2	Методом развертывания	-1.775 -0.976	8.81 3.22	4.501 -7.379	23.13 48.62	-1.334 0.951	7.86 4.70	×	×	-1.925 1.214	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5	-1.929 1.242	-12.5 5.5								
3	Методом проецирования	0.049 -0.207	0.39 0.71	5.886 -7.663	25.46 47.81	×	×	0.112 0.348	0.62 1.76	-0.164 0.389	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98	-0.162 0.413	0.82 1.98								
4	Проекция UTM	0.000 0.000	0.00 0.00	5.768 -7.516	25.42 47.09	0.824 -1.022	4.66 2.56	0.117 0.158	0.55 0.51	0.000 0.000	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108	0.000 0.000	0.036 -0.108									
5	Проекция Гаусса-Крюгера	-0.124 -0.319	0.61 1.05	5.92 -7.628	25.63 48.54	0.831 -1.117	4.56 3.37	0.154 0.437	0.88 2.22	0.157 0.479	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45	0.151 0.502	0.88 2.45								

^{*)} – числитель – в плановых координатах; знаменатель – в высотах.

В таблице 1 приведены величины максимальных искажений координат. Они выражены в метрах и в долях средних квадратических ошибок определения координат в эталонном варианте уравнивания сети. Рассмотрены результаты уравнивания сети как с использованием навигационных измерений координат центров фотографирования, так и без них.

Варианты уравнивания можно именовать так: номер строки – номер столбца в таблице 1. Например, вариант «2–5» обозначает, что сеть уравнивалась при использовании для наземных пунктов «метода развертывания», а для навигационных данных проекции UTM. Для этого варианта распределение по сети искажений, выраженное в метрах, представлено на рис. 7 и 8.

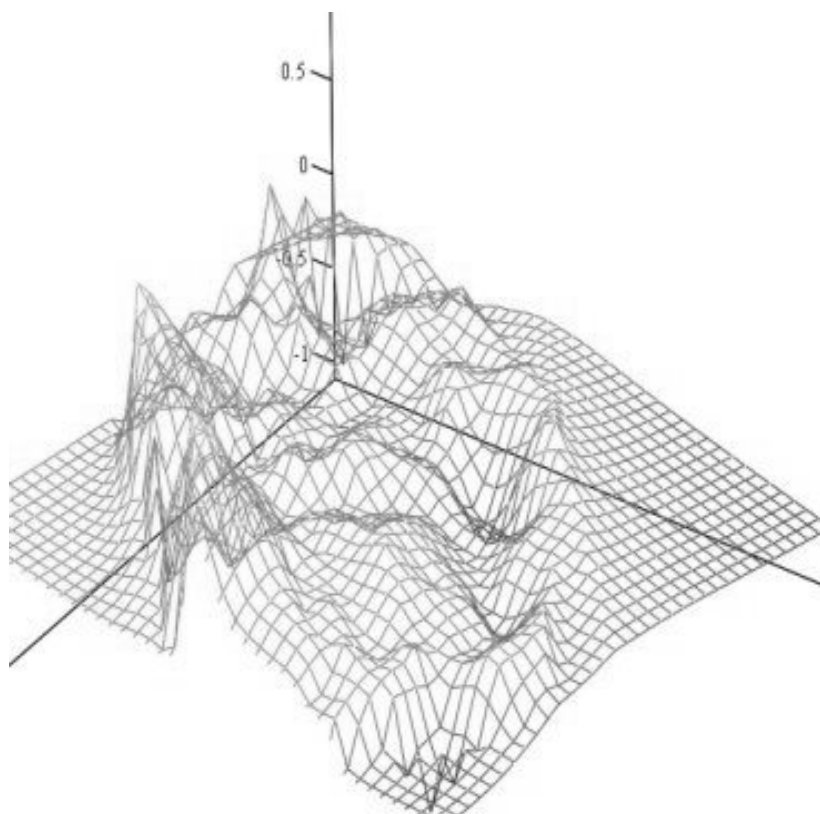


Рис. 7. Искажения высот точек сгущения (вариант уравнивания «2–5»)

Средние величины искажений координат по всей сети фототриангуляции близки к нулю. Как видно из рис. 7 и 8 характер распределения искажений практически совпадает с формой рельефа местности, что свидетельствует о тесной их зависимости от превышений между определяемыми точками.

Для оценки значимости максимальных искажений координат в таблице 1 приведены их значения в долях средних квадратических ошибок соответствующих координат. Средние квадратические ошибки вычислены в эталонном варианте уравнивания при величине единице веса 7мкм, что свидетельствует о высокой точности фотограмметрических измерений снимков. Если максимальные искажения координат близки к их средней квадратической ошибке, то можно считать, что влияние отличия модели системы от эталонной незначительно и находится в пределах неизбежных случайных погрешностей. Остальные варианты уравнивания дают значительные методические ошибки, следовательно пренебрегать учетом математической модели систем координат для данной сети нельзя.

Если бы точность фотограмметрических навигационных измерений была меньше, то некоторые из недопустимых вариантов уравнивания перешли в область незначительного влияния методической ошибки учета кривизны Земли. Этим объясняется то мнение, что возросшая точность фототриангуляции требует более точного учета влияния некоторых методических погрешностей.

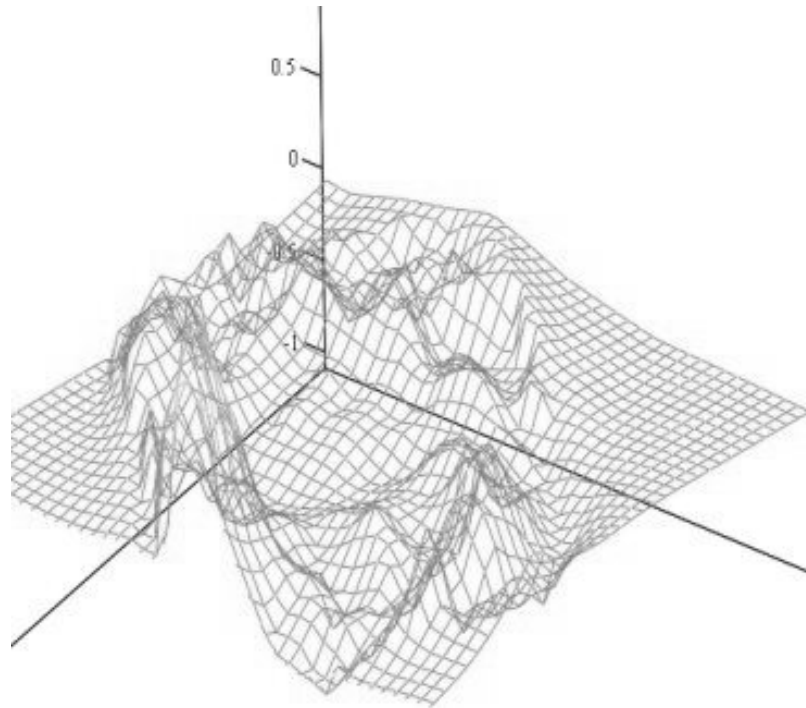


Рис.8. Искажения положения точек в плане (вариант уравнивания «2–5»)

При современном уровне точности фотограмметрических и навигационных измерений и значительных размерах фотограмметрических сетей учет математической модели систем координат опорных точек и навигационных измерений является обязательным, поскольку это обеспечивает повышение точности координат точек сгущения и устраняет важную методическую погрешность уравнивания сети.

Библиографический список

1. **Могильный С.Г.** Навігаційні виміри у вирівнюванні аналітичної фототриангуляції.// Вісник геодезії та картографії, –2004, –№1, с. 27–33.
2. **Jacobsen K., Wegmann H.** Direkte Sensororientierung – Probleme und Losungen, Eckhardt Seyfert (Hrsg.), Publikationen der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung, Band 10, 2001, S.155-163 .
3. Высшая геодезия. **Зданович В.Г., Белоликов А.Н., Гусев Н.А., Звонарев К.А.** М., изд-во «Недра», 1970, стр. 512.
4. **Cramer M.** Genauigkeituntersuchungen zur GPS/INS-Intgration in der Aerofotogrammetrie. Dissertation zur Erlangung der Wuerde eines Doktor-Ingenieurs. Fakultat fuer Bauingenieu- und Vermessungswesen der Universitaet Stuttgart. Stuttgart, 2001. 122S.
5. Пособие по фотограмметрии. Перевод с английского языка под редакцией канд. техн. наук **В.И. Коралева.** М., изд-во «Недра» 1970, стр. 216.
6. **Тетеря А.Н.** Опыт использования цифровой камеры 3-DAS-1.// Геопрофи, –2008, –№1, с. 26-30.