

УДК 621.301

**Б.И. КУЗНЕЦОВ** (д-р техн.наук, проф), **В.В. КОЛОМИЕЦ** (канд.техн.наук, доц),  
**С.Н.ЛУТАЙ** (канд.техн.наук, доц), **Б.Б. КОБЫЛЯНСКИЙ**

Украинская инженерно-педагогическая академия

Научно-технический центр магнетизма технических объектов НАН Украины  
 bikuznetsov@mail.ru

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО И РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРЕХМАССОВОЙ ОБМОТОЧНОЙ МАШИНОЙ

*Выполнено сравнение чувствительности системы автоматического регулирования скорости вращения приводного двигателя и натяжения обмоточной ленты к изменению параметров обмоточной машины как объекта управления в процессе выработки обмоточной ленты при оптимальном и робастном управлении. Приведен пример динамических характеристик синтезированной системы.*

**Обмоточная машина, робастный регулятор, оптимальный регулятор.**

**Введение.** Для повышения качества процесса нанесения обмоточных лент необходимо с достаточной точностью поддерживать технологические параметры процесса обмотки на заданном уровне. Для повышения точности регулирования скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты современные обмоточные машины оборудуются электромеханическими системами автоматического поддержания этих технологических параметров на заданном уровне. В [1] выполнен синтез оптимальных по квадратичным критериям качества регуляторов, наблюдателей и компенсаторов для трех радиусов размотки кружка с обмоточной лентой – начального, среднего и конечного. Естественно, что эти регуляторы, наблюдатели и компенсаторы имеют различные коэффициенты усиления для разных радиусов размотки. Методы синтеза систем управления, основанные на минимизации квадратичного критерия, называются задачами  $H^2$  - оптимизации. Однако, квадратичный критерий чувствителен к наличию неучтенных помех и возмущений как со стороны внешних сигналов, так и параметрических возмущений самих объектов. Поэтому в последнее десятилетие получили развитие методы минимизации  $H^\infty$  - нормы, которая служит эффективным показателем реакции системы на различного типа воздействия при наличии неопределенностей в описании объекта управления. Рассмотрим построение робастной системы управления для работы во всем диапазоне изменения радиусов размотки кружка с лентой.

**Цель работы.** Целью работы является сравнение чувствительности системы автоматического регулирования скорости вращения приводного двигателя и натяжения обмоточной ленты к изменению параметров обмоточной машины как объекта управления в процессе выработки обмоточной ленты при оптимальном и робастном управлении. Задачами работы является синтез и исследование динамических характеристик оптимальной и робастной систем двухканального управления обмоточной машиной по каналам регулирования скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты для модели обмоточной машины как трехмассовой электромеханической системой.

**Основное содержание и результаты работы.** Рассмотрим математическую модель обмоточной машины как трехмассовую электромеханическую систему [1]. Введем вектор состояния  $\vec{X}(t)$  этой системы в следующем виде

$$\vec{X}(t) = \{V_\delta(t), F_{y1}(t), V_p(t), F_{y2}(t), V_n(t), V_T(t), F_T(t), V(t), S(t)\}$$

и вектор управления

$$\vec{U}(t) = \{F_\delta(t), U_T(t)\}^T.$$

Тогда матрица состояния примет следующий вид

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \frac{\beta_1}{m_d} & -\frac{1}{m_d} & \frac{\beta_1}{m_d} & & & & & & & \\ \hline c_1 & & -c_1 & & & & & & & \\ \hline \frac{\beta_1}{m_p} & \frac{1}{m_p} & \frac{-\beta_1 - \beta_2}{m_p} & -\frac{1}{m_p} & \frac{\beta_2}{m_p} & & & & & \\ \hline & & c_2 & & -c_2 & & & & & \\ \hline & & \frac{\beta_2 R_n^2}{I_n} & \frac{R_n^2}{I_n} & a_{55} & & & & & -\frac{\lambda_n^2}{I_n} \\ \hline & & & & & -k_5 & -k_6 & & & \\ \hline & & & & & 1 & & & & \\ \hline & & & & & & -\frac{R^2}{I} & -\frac{\beta}{I} & \frac{r^2}{I} & \\ \hline & & & & c_s & & & -c_s & & \\ \hline \end{array}$$

В этих уравнениях  $a_{55} = -\left(\frac{\beta_2 R_n^2}{I_n} - \frac{\beta_n}{I_n}\right) m_d, m_p$  – массы движущихся частей двигателя и редуктора;  $C_1,$

$C_2$  – коэффициенты жесткости валов, соединяющих двигатель с редуктором (быстроходного вала) и редуктор с приводным механизмом (тихоходный вал);  $\beta_1, \beta_2$  – коэффициенты внутреннего вязкого трения этих валов;  $F_y, F_{y2}$  – силы упругости, передаваемые быстроходным и тихоходным валами соответственно;  $V_d, V_p$  – скорости двигателя и редуктора.

На основании этой математической модели рассмотрим построение робастного регулятора обмоточной машины. Основное назначение системы управления обмоточной машиной заключается в поддержании скорости вращения приводного механизма  $\omega_n(t)$  и натяжения обмоточной ленты  $S(t)$  на заданных уровнях  $V_3$  и  $S_3$ . Для построения астатического регулятора введем вектор регулируемых координат:  $\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t)$ , компонентами которого являются:  $\bar{y}(t) = \{V(t), S(t)\}^T$  и вектор задающих воздействий:  $\bar{y}_3(t) = \{V_3(t), S_3(t)\}^T$ . Введем вектор вспомогательных переменных  $\bar{z}(t)$ , связанный с вектором регулируемых координат  $\bar{y}(t)$  и вектором задающих воздействий  $\bar{y}_3(t)$  уравнением состояния:

$$\frac{d\bar{z}(t)}{dt} = \bar{y}_3(t) - \bar{y}(t).$$

Для уравнения состояния расширенной системы, включающей уравнение состояния обмоточной машины как объекта управления и уравнение состояния вектора вспомогательных переменных запишем стандартную форму уравнения состояния, вектора контролируемых параметров  $\bar{Z}(t)$  и вектора измеряемых переменных  $\bar{Y}(t)$ , принятой в теории робастного управления [1]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A\bar{X}(t) + B_1\bar{W}_1(t) + B_2\bar{U}(t)$$

$$\bar{Z}(t) = C_1\bar{X}(t) + D_{11}\bar{W}_1(t) + D_{12}\bar{U}(t)$$

$$\bar{Y}(t) = C_2\bar{X}(t) + D_{21}\bar{W}_1(t) + D_{22}\bar{U}(t)$$

Введем компоненты вектора внешних воздействий  $\bar{W}_1(t)$  в следующем виде: заданные значения скорости вращения приводного механизма  $V_3(t)$  и натяжения обмоточной ленты  $S_3(t)$ , а также помехи  $f_1(t), f_2(t)$  измерения ошибок  $\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t)$  регулирования скорости вращения приводного механизма:  $\varepsilon_1(t) = V_3(t) - V_n(t)$ , и натяжения обмоточной ленты:  $\varepsilon_2(t) = S_3(t) - S(t)$ , а также помехи  $f_3(t), f_4(t)$  измерения переменных состояния интеграторов  $Z_1(t)$  и  $Z_2(t)$ . При этом вектор внешних воздействий примет, следующий вид:

$$\bar{W}(t) = \{V_3(t), S_3(t), f_1(t), f_2(t), f_3(t), f_4(t)\}^T.$$

Компонентами вектора управления  $\bar{U}(t)$  являются сила приводного механизма  $F(t)$  и напряжение на входе тормозного механизма  $U(t)$  так, что

$$U(t) = \{F(t), u(t)\}^T.$$

Для получения приемлемых показателей качества синтезируемой системы в вектор контролируемых переменных  $\bar{z}(t)$  необходимо включать ошибку системы, переменные состояния системы, которые нужно

ограничивать, а также компоненты вектора управления  $\bar{u}(t)$ . Причем, роль весовых матриц в критерии качества выполняют матрицы  $C_1$ ,  $D_{11}$  и  $D_{12}$ , с помощью которых формируется вектор контролируемых переменных  $\bar{z}(t)$ . Выбором значений этих матриц обеспечивается выполнение заданных требований по качеству регулирования путем минимизации  $H^\infty$ -нормы взвешенной энергии ошибок каналов, переменных состояния, которые необходимо ограничивать.

Примем компонентами вектора контролируемых переменных  $\bar{Z}(t)$  ошибки  $\varepsilon_1(t)$ ,  $\varepsilon_2(t)$  регулирования скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты, переменные  $Z_1(t)$  и  $Z_2(t)$  состояния интеграторов, а также управляющие воздействия  $F(t)$  и  $U(t)$ . При этом вектор контролируемых переменных примет следующий вид:

$$\bar{Z}(t) = \{\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), Z_1(t), Z_2(t), F(t), U(t)\}^T.$$

Компонентами вектора измеряемых переменных  $\bar{Y}(t)$  примем измеренные  $\varepsilon_{1U}(t)$ ,  $\varepsilon_{2U}(t)$  с помехами  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  ошибки  $\varepsilon_1(t)$ ,  $\varepsilon_2(t)$  регулирования скорости вращения приводного механизма  $V_{\Pi}(t)$  и натяжения обмоточной ленты  $S(t)$  так, что:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1U}(t) &= \varepsilon_1(t) + f_1(t), \\ \varepsilon_{2U}(t) &= \varepsilon_2(t) + f_2(t),\end{aligned}$$

а также измеренные  $Z_{1U}(t)$  и  $Z_{2U}(t)$  с помехами  $f_3(t)$ ,  $f_4(t)$  переменные состояния  $Z_1(t)$  и  $Z_2(t)$  интеграторов так, что:

$$\begin{aligned}Z_{1U}(t) &= Z_1(t) + f_3(t), \\ Z_{2U}(t) &= Z_2(t) + f_4(t),\end{aligned}$$

и, следовательно, вектор измеряемых переменных  $\bar{Y}(t)$  примет следующий вид:

$$\bar{Y}(t) = \{\varepsilon_{1U}(t), \varepsilon_{2U}(t), Z_{1U}(t), Z_{2U}(t)\}^T.$$

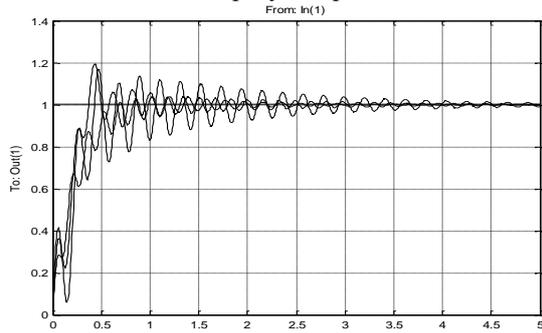
При синтезе робастного регулятора минимизируется максимальное значение следа матрицы амплитудно-частотных характеристик матричной передаточной функции  $W_3(s)$  вектора контролируемых параметров  $\bar{z}(k)$  по вектору внешних воздействий  $\bar{w}(k)$ . Необходимо найти такой регулятор с матричной передаточной функцией  $w_p(s)$ , который бы минимизировал  $H^\infty$  норму т.е. минимизировал максимальное значение следа матрицы амплитудно-частотных характеристик

$$J = \min_{w_p} \max_{-\infty < \omega < \infty} \text{trace}[W^*(-j\omega)W(j\omega)].$$

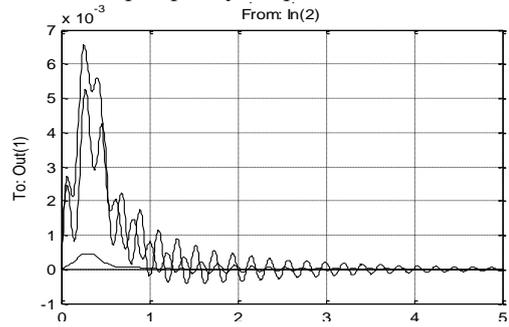
Теория  $H^\infty$ -оптимизации является обобщением известных частотных методов синтеза систем и позволяет решать широкий спектр задач управления при наличии неопределенностей.  $H^\infty$ -теория может работать как с параметрическим, так и с внешними возмущениями, причем о возмущениях делают предположения самого общего характера, например, что они ограничены по мощности [8-9].  $H^\infty$ -норма передаточной функции представляет собой верхнюю грань коэффициента усиления между  $H^2$ -нормой входного сигнала и  $H^2$ -нормой выходного сигнала и следовательно  $H^\infty$ -норма равна квадратному корню из энергии выхода при входном возмущении с единичной энергией. Поэтому минимум  $H^\infty$ -приводит к минимизации максимального по всему частотному диапазону энергии выходного сигнала для наихудшего случая приложения входного воздействия. Алгоритмы управления, полученные на основе  $H^\infty$ -теории, являются минимаксными, предлагая наилучший регулятор для наихудшего возмущения, и по этой причине превосходят алгоритмы, полученные без учета возмущений по различным критериям. С другой стороны,  $H^\infty$ -теория управления хорошо работает только при наличии предположений, в рамках которых были построены алгоритмы управления, т.е. при наличии неконтролируемых возмущений. Если же разработчик имеет информацию о действующих на систему возмущениях, то алгоритмы, полученные с учетом этой информации, как правило, оказываются лучше разработанных с помощью  $H^\infty$ -теории управления.

Наибольший эффект можно получить при использовании комбинации регуляторов, синтезированных из условия наилучшего использования положительных свойств обоих типов регуляторов. Нахождение оптимального регулятора, минимизирующего  $H^2$ -норму также сводится к решению двух уравнений Риккати по управлению:

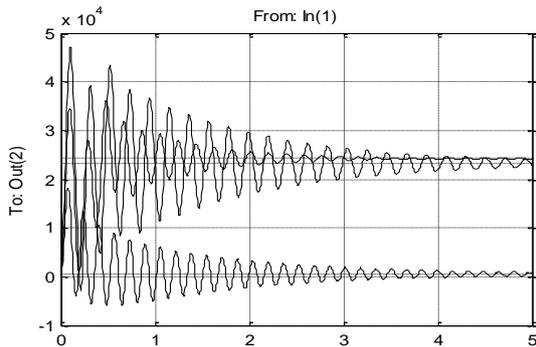
Результаты моделирования. В качестве примера на рис. 1 показаны переходные процессы скорости приводного двигателя а), силы упругости б), скорости редуктора в) и натяжения г) робастной системы управления по заданию на регулятор скорости, а на рис. 2 показаны переходные процессы тех же переменных состояния по заданию на регулятор натяжения обмоточной машины для трех радиусов размотки.



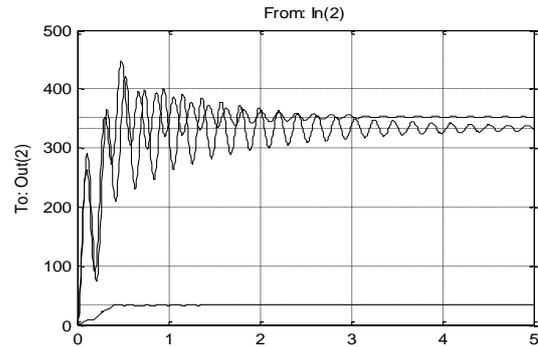
а)



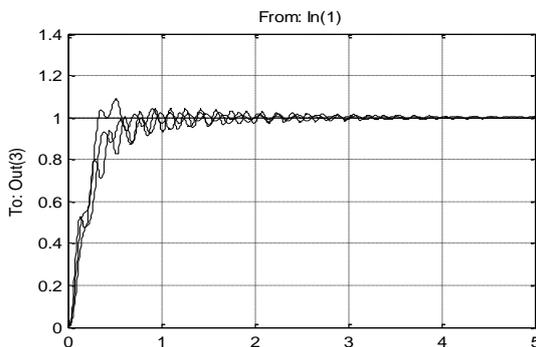
а)



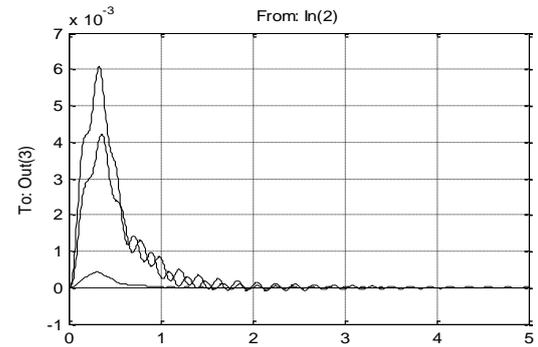
б)



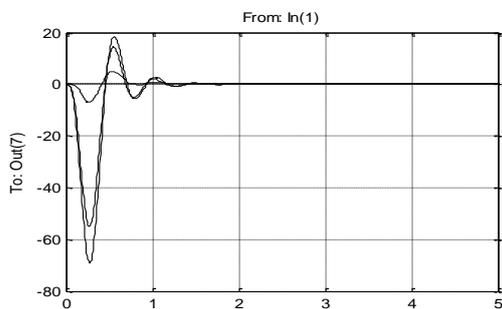
б)



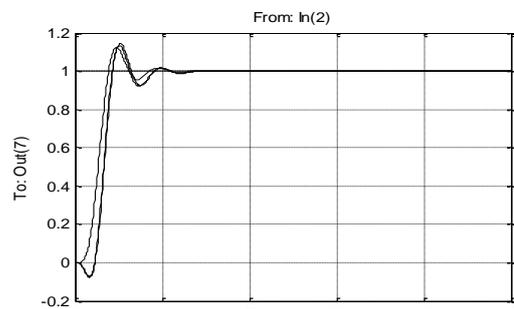
в)



в)



г)



г)

Рисунок 1 - Переходные процессы скорости приводного двигателя а), силы упругости б), скорости редуктора в) и натяжения г) по заданию на регулятор скорости

Рисунок 2 - Переходные процессы скорости приводного двигателя а), силы упругости б), скорости редуктора в) и натяжения г) по заданию на регулятор натяжения

При подаче управления на регулятор скорости установившиеся значения скоростей приводного механизма  $V_n(t)$ , редуктора  $V_p(t)$  и приводного двигателя равны заданному значению скорости

регулювання, а установившіся значення натяжених обмоточної ленти  $S(t)$  равно нулю. При подаче сигнала управління на регулятор натяження установившіся значення швидкості приводного двигателя  $V_d(t)$ , редуктора  $V_p(t)$  і приводного механізму  $V_n(t)$  равны нулю, а установившіся значення  $S(t)$  равно заданному значенню, т.е. одинице. Переходні процеси перемінного стану спостерігача також внешне похожи на переходні процеси перемінного стану вихідної системи, однак суттєво відрізняються по амплітуде.

**Выводы.** Таким образом, применение робастных регуляторов позволило получить приемлемые показатели качества для всего диапазона изменения радиусов размотки обмоточной машины по мере выработки кружка с обмоточной лентой. За счет введения двух интегрирующих звеньев в робастной системе управления обеспечивается астатизм как по каналу регулирования скоростей вращения приводного двигателя и приводного механизма, так и по каналу регулирования натяжения обмоточной ленты. Причем, влияние каналов регулирования друг на друга проявляется в переходных режимах, а в установившихся режимах регулируемые переменные равны задающим воздействиям. Применение робастных регуляторов позволило получить показатели качества, удовлетворяющие техническим требованиям, предъявляемым к системе управления, с помощью одного робастного регулятора для трех радиусов размотки, в то время как попытка применения оптимальных регуляторов, синтезированных для одного – среднего радиуса размотки, приводила к потере устойчивости системы для начального и конечного радиусов размоток.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Б.И., Никитина Т.Б., Коломиец В.В. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями. Харьков, УИПА.2005.–511с.

*Надійшла до редколегії 11.04.2011*

*Рецензент: О.І. Толочко*

Б.І. КУЗНЕЦОВ, В.В. КОЛОМИЄЦЬ,  
С.М. ЛУТАЙ, Б.Б. КОБИЛЯНСЬКИЙ  
Українська інженерно-педагогічна академія  
Науково-технічний центр магнетизму технічних  
об'єктів НАН України

B. KUZNETSOV, V. KOLOMIETS, S. LUTAY,  
B. KOBILYANSKIY  
National Academy of Scientific and Technical Center of  
Magnetism of Technical Objects

**Дослідження чутливості оптимального і робастного управління трьохмасовою обмотувальною машиною.** Виконано порівняння чутливості системи автоматичного регулювання швидкості обертання приводного двигуна і натягнення обмотувальної стрічки до зміни параметрів обмотувальної машини як об'єкту управління в процесі вироблення обмотувальної стрічки при оптимальному і робастному управлінні. Наведений приклад динамічних характеристик синтезованої системи.

**Обмотувальна машина, робастний регулятор, оптимальний регулятор.**

**Research of sensitiveness of optimal and robust control by a three-mass winding machine.** This article deals with the questions of dynamic characteristics stabilization for winding machine control system with the help of optimal and robust control for winding machine with elastic elements as three-masses system. The example of dynamic characteristics for such systems is given.

**Winding machine, robust regulator, optimal regulator.**