УДК 621.3.05: 519.2

МЕТОД РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПОСЛЕ ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Черникова Л. В., George Isber

Донецкий государственный технический университет, университет Тешрин (Сирия)

lida76@rambler.ru

The unified analytic method for calculation of indices of random electric processes after linear filtration is described. The suggested method was named "partial reactions" method. It is based on considered linear system presentation in the form of connected in parallel linear inertial links. The "partial reactions" method application is shows on example of estimation of capacitor installation electromagnetic compatibility.

Линейные фильтры являются составной частью математических моделей в электроэнергетике. Фильтр моделирует реакцию $Y(t)$ рассматриваемого объекта на входной процесс $X(t)$. Он описывается линейным дифференциальным уравнением n-го порядка (во фликерметре $n = 11$ [1]).

Для краткости случайный процесс $X(t)$ будем считать стационарным. Его характеристики: среднее значение $\overline{X}$, дисперсия D_X, функция корреляции $K_X(\tau)$ или спектральная плотность $G_X(\omega)$ – не зависят от времени t. Формулы для расчета соответствующих характеристик процесса после фильтрации хорошо известны (например, [3]):

$$\overline{Y}(t) = \overline{X} \cdot H(t), \tag{1}$$

$$K_Y(\tau, t) = \int_0^t \int_0^t H'(v) H'(w) K_X(v - w + \tau) dv dw, \tag{2}$$

где $H(t)$ – отклик фильтра на единичную функцию, v и w – переменные интегрирования, τ – аргумент. Дисперсия

$$D_Y(t) = K_Y(0, t). \tag{3}$$

Определение функции корреляции сопряжено с громоздкими выкладками, поскольку в каждой задаче по функции передачи $W_n(s)$ фильтра необходимо находить отклик $H(t)$ и выполнять двойное интегрирование. В статье предлагаются методы унификации расчетов, позволяющие свести решение к определению корней s_1, s_2, …, s_n характеристического уравнения без последующего интегрирования.

Идея унификации состоит в том, что исходная модель (рис. 1) заменяется параллельно включенными апериодическими звеньями первого порядка (далее – просто «звенья»). Каждое звено характеризуется коэффициентом передачи k и постоянной времени J или параметром $\gamma = 1/J$. Звено имеет функцию передачи

$$W_J(s) = \frac{k}{Js + 1}$$

и отклик

$$h(t) = k(1 - e^{-\gamma t}). \tag{4}$$

Такая замена позволяет представить процесс на выходе фильтра в виде суммы "парциальных" реакций $y(t)$ каждого звена на входное воздействие $X(t)$.

После подачи на вход фильтра стационарного процесса на его выходе начинает протекать переходный случайный процесс, а при $t \to \infty$ наступает стационарное состояние. Если по условиям задачи требуется изучение процесса $Y(t)$ на всем интервале t от 0 до ∞, то вид входного процесса оставляется без изменений, а фильтр заменяется звеньями в количестве n (рис. 1).

Пусть функция передачи фильтра представляет собой отношение двух многочленов: $Q(s)$ со степенью меньше n и $P_n(s)$ степени n. Знаменатель может быть представлен в виде произведения

$$P_n(s) = a_0 \prod_{r=1}^{n} (s - s_r),$$

где a_0 – коэффициент при s^n.

При отсутствии нулевых и кратных корней характеристического уравнения $P_n(s) = 0$ справедливо разложение

$$W_n(s) = \sum_{r=1}^{n} \frac{c_r}{s - s_r}, \tag{6}$$

где

$$c_r = \frac{Q(s_r)}{P_n^r(s_r)} = \frac{Q(s_r)}{a_0 \prod\limits_{r=1}^{n}(s-s_r)}(s-s_r)\Bigg|_{S=S_r} . \tag{7}$$

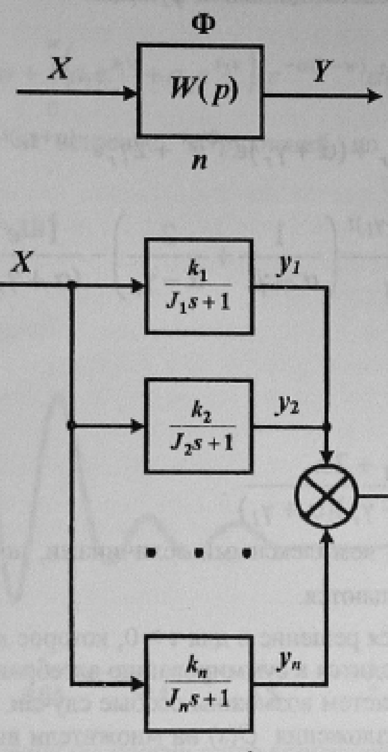

Рисунок 1 – Разложение линейного фильтра на инерционные звенья

Вынося из знаменателя в (6) величину ($-s_r$), получим выражение

$$W_n(s) = \sum_{r=1}^{n} \frac{c_r/(-s_r)}{s/(-s_r)+1},$$

из которого вытекают формулы для определения параметров r-го звена:

$$J_r = -1/s_r\,, \quad \gamma_r = -s_r \tag{8}$$

$$k_r = -c_r/s_r = c_r \cdot J_r = c_r/\gamma_r\,. \tag{9}$$

Обычно фильтр состоит из элементарных звеньев, поэтому нахождение корней даже при больших n не встречает затруднений. Например, знаменатель функции передачи фильтра фликерметра есть произведение квадратного многочлена и двух многочленов первой степени [1], что исключает необходимость решения биквадратного характеристического уравнения.

Согласно (1) и (4) среднее значение r-й парциальной реакции

$$\overline{y}_r = \overline{X} k_r (1 - e^{-\gamma_r t})\,.$$

Среднее значение суммы реакций

$$\overline{Y}(t) = \overline{X} \sum_{r=1}^{n} k_r (1 - e^{-\gamma_r t})\,. \tag{10}$$

Парциальную дисперсию r-й реакции вычислим с учетом (4) по формуле (2) при $\tau = 0$:

$$D_r = \frac{k_r^2}{\gamma_r^2} \int_0^t \int_0^t e^{-\gamma_r u} e^{-\gamma_r v} K_X(u-v)\,du\,dv\,. \tag{11}$$

Так как на входы звеньев поступает один и тот же процесс, то парциальные реакции оказываются коррелированными. Взаимный корреляционный момент между r-й и l-й реакциями вычисляется по формуле

$$b_{rl}(t) = \frac{k_r k_l}{\gamma_r \gamma_l} \int_0^t \int_0^t e^{-\gamma_r u} e^{-\gamma_r v} K_X(u-v)\,du\,dv\,, \tag{12}$$

аналогичной по структуре формуле (11).

Искомая дисперсия

$$D_Y(t)=\sum_{r=1}^{n}D_r(t)+2\sum_{r\neq l}b_{rl}(t)\,. \qquad (13)$$

Общее количество слагаемых в формуле (13) равно

$$n+c_n^2=n(n-1)/2\,.$$

Для встречающихся в практике функций корреляции интегрирование согласно (11) и (12) дает решение в конечном виде. Например, в случае экспоненциальной функции

$$K_X(\tau)=D_X e^{-\alpha|\tau|} \qquad (14)$$

с параметром α получим:

$$D_r(t)=D_X\frac{k_r^2}{\gamma_r(\alpha^2-\gamma_r^2)}\left[\alpha-\gamma_r+(\alpha+\gamma_r)e^{-2\gamma_r t}+2\gamma_r e^{-(\alpha+\gamma_r)t}\right], \qquad (15)$$

$$b_{rl}(t)=D_X k_r k_l \gamma_r \gamma_l\left[\frac{1-e^{-(\gamma_r+\gamma_l)t}}{\gamma_r+\gamma_l}\left(\frac{1}{\alpha-\gamma_r}+\frac{2}{\alpha-\gamma_l}\right)-\frac{1-e^{-(\alpha+\gamma_r)t}}{(\alpha+\gamma_r)(\alpha-\gamma_l)}-\frac{1-e^{-(\alpha+\gamma_l)t}}{(\alpha-\gamma_r)(\alpha+\gamma_l)}\right]. \qquad (16)$$

В стационарном режиме

$$D_r=D_X\frac{k_r^2}{\gamma_r(\alpha+\gamma_r)}\,, \qquad (17)$$

$$b_{rl}=D_X k_r k_l \gamma_r \gamma_l\frac{\gamma_r+\gamma_l+2\alpha}{(\gamma_r+\gamma_l)(\alpha+\gamma_r)(\alpha+\gamma_l)}\,. \qquad (18)$$

Параметры звеньев могут быть комплексными величинами, но при суммировании в (10) и (13) члены с множителем $j=\sqrt{-1}$ взаимно сокращаются.

Аналогичным образом находится решение и для $\tau>0$, которое для краткости не приводится.

Таким образом, унификация сводится к суммированию алгебраических выражений без интегрирования.

При рассмотрении различных систем возможны особые случаи. Например, если многочлены $Q(s)$ и $P_n(s)$ имеют одинаковые корни, то после разложения $Q(s)$ на множители выражения $s\text{-}s_r$ с одинаковыми корнями сокращаются. По этой причине при унификации количество звеньев уменьшается.

Если характеристическое уравнение $P_n(s)$ имеет кратные корни, то формула (7) для этих корней дает бесконечность. В связи с этим задачу приходится решать последовательно: вначале в функции передачи учитывается лишь одно из звеньев, а после определения функции корреляции на выходе такого «усеченного» фильтра находится решение для следующего звена и т.д.

Точно так же при наличии нулевого корня, когда в знаменателе функции передачи имеется идеальное интегрирующее звено, вначале получается решение для фильтра без этого звена, а затем добавляется звено с функцией передачи $1/s$.

В качестве примера оценим возможность питания конденсаторной установки (КУ) от шин, к которым подключены тиристорные преобразователи. Напряжение сети содержит первую гармонику и помеху $u(t)$ – несинусоидальную составляющую, которая представляет собой стационарный случайный процесс с экспоненциальной функцией корреляции и нулевым средним значением. Действующее значение первой гармоники равно 100 %, а помеха имеет дисперсию D_u = 120 (%)^2 и параметр α = 5000 s^{-1} [3]. Согласно [5] увеличение тока КУ от несинусоидальности напряжения не должно превышать 30 %. Функция передачи КУ имеет вид [3].

$$W_n(s)=g\frac{T_1 s+1}{T_2^2 s^2+T_3 s+1}\,,$$

где $g=3{,}72\cdot10^{-9}$ См; $T_1=1{,}57\cdot10^{5}$ с; $T_2=1{,}26\cdot10^{-5}$ с; $T_3=4{,}02\cdot10^{-6}$ с.

Среднее значение составляющей тока КУ от помехи равно нулю, поэтому достаточно определить дисперсию D_i этой составляющей.

Решим вначале задачу традиционным способом. Характеристическое уравнение имеет пару корней комплексных сопряженных корней

$$s_{1,2}=-\lambda\pm j\beta\,,$$

где $\lambda=T_3/2T_2^2=-1{,}27\cdot10^{4}$ c^{-1}; $\quad\beta=\sqrt{4T_2^2-T_3^2}\,/2T_2^2=7{,}86\cdot10^{4}$ c^{-1}.

С учетом этого функция передачи

$$W_n(s)=g\frac{T_1 s+1}{T_2^2(s-s_1)(s-s_2)}\,.$$

Из таблиц обратного преобразования Лапласа по функции $W_n(s)/s$ найдем отклик:

$$H(t)=\frac{g}{T_2}\left(\frac{a_1}{s_1}e^{s_1t}+\frac{a_2}{s_2}e^{s_2t}+a_3\right),$$

где $a_1=\dfrac{T_1s_1+1}{T_1(s_1-s_2)}$, $\quad a_2=\dfrac{T_1s_2+1}{T_1(s_2-s_1)}$, $\quad a_3=\dfrac{1}{T_1s_1s_2}$.

С учетом абсолютных значений аргумента τ в формуле (14) запишем формулу (3) для дисперсии тока КУ от помехи в виде

$$D_i(t)=\frac{g^2D_u}{T_2^2}\int_0^t\left(a_1e^{s_1w}+a_2e^{s_2w}\right)dw+\int_0^w\left(a_1e^{s_1\nu}+a_2e^{s_2\nu}\right)\cdot e^{-\alpha(\nu-w)}d\nu+\int_w^t\left(a_1e^{s_1\nu}+a_2e^{s_2\nu}\right)\cdot e^{-\alpha(w-\nu)}d\nu\,.$$

Интегрирование по этой формуле не встречает затруднений, но громоздко. Результат интегрирования представлен на рис. 2.

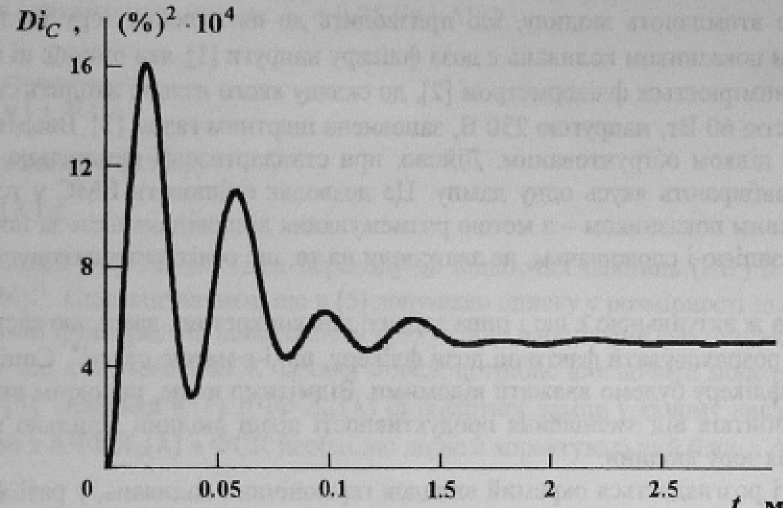

Рисунок 2 – Кривая изменения дисперсии тока конденсаторной установки во времени

В стационарном состоянии при $t\to\infty$ дисперсия D_i = 52680 $(\%)^2$.

Перейдем к методу унификации. По формулам (7) – (9) найдем параметры двух звеньев:

$$J_{1,2}=-\frac{1}{s_{1,2}}=\frac{1}{\lambda\mp j\beta}=\frac{\lambda\pm j\beta}{\lambda^2+\beta^2}=\frac{1}{2}\left(T_3\pm j\sqrt{4T_2^2-T_3^2}\right);$$

$$k_1=\frac{g(T_1s_1+1)}{T_2^2s_1(s_2-s_1)};\qquad k_2=\frac{g(T_1s_2+1)}{T_2^2s_2(s_1-s_2)}.$$

Подстановка параметров функции корреляции и двух звеньев в формулы (15), (16) и (13) без интегрирования дает кривую на рис. 2.

Первая гармоника тока КУ, как и напряжения, равна 100 %. Действующее значение суммарного тока $I=\sqrt{100^2+D_i}=250\%$ намного превышает допустимое значение 130 %, поэтому питание КУ от этих шин недопустимо.

Таким образом, унифицированный метод расчета характеристик на выходе линейных фильтров электроэнергетических объектов позволяет существенно упростить решения задач линейной фильтрации, сводя их к алгебраическим выкладкам вместо громоздкого интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Flickermeter. Functional and design specification. – Geneva: IEC Report. – 1986. – Publication 868. – 31 p.

2. Электромагнитная совместимость электроприёмников промышленных предприятий // А.К. Шидловский, Б.П. Борисов, Г.Я. Вагин и др. – К.: Наукова думка, 1992. – 236 с.

3. Шидловский А.К., Куренный Э.Г., Коломыцев А.Д., Погребняк Н.Н., Абу Сиам. Электромагнитная совместимость конденсаторных установок. – К.: 1990. – 29 с. (Препр./ АН Украины. Ин-т электродинамики; 687 с.

4. Черникова Л.В. Линейная фильтрация случайных электроэнергетических процессов. Метод "парциальных реакций» // Сборник научных трудов ДонГТУ. Серия: Электротехника и энергетика, выпуск 4. – Донецк: ДонГТУ, 1999. – С. 217-220.

5. Правила устройства электроустановок. – М.: Энергоатомиздат, 1985.