ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАБЛЮДАТЕЛЯ ЛЮЕНБЕРГЕРА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ОБЪЕКТОМ

Василян Г.Р., АТ-01

Руководитель проф. Ткаченко В.Н.

Американским учёным Д. Г. Люенбергером впервые были изучены структуры работоспособных асимптотических идентификаторов (наблюдателей, восстановителей) вектора состояния, названных позднее его именем. Основополагающая идея состоит в том, чтобы в рассмотренную структурную схему ввести дополнительную обратную связь по ошибке оценки вектора y, заведомо обеспечивающую асимптотическое затухание ошибки оценки вектора состояния. В соответствии с рис. 1. уравнение наблюдателя будет иметь вид:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K\ \left(y(t) - \hat{y}(t)\right) \tag{1.1}$$

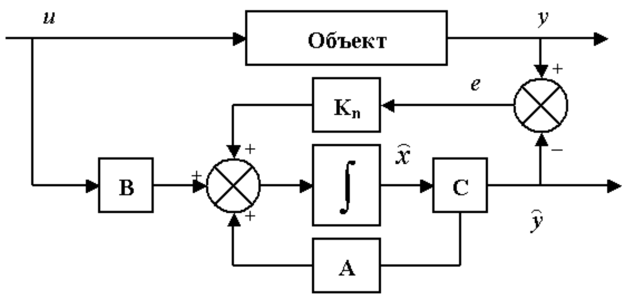

Рисунок 1 – Наблюдатель Люенбергера полного порядка

Получим уравнение для ошибки оценки вектора состояния.

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t) - K_n\left(Cx(t) - C\hat{x}(t)\right),$$

откуда

$$\dot{\vec{e}}(t) = L_n\vec{e}(t), \tag{1.2}$$

где

$$L_n = (A - K_nC) \tag{1.3}$$

Свойства САУ с наблюдателем полного порядка.

Если учесть, что у нас доступен лишь восстановленный вектор состояния, то фактически в САУ реализуется управление:

$$u = -K_c \hat{x} + K_y y* \qquad (1.4)$$

Графически данная система представлена на рис. 2.

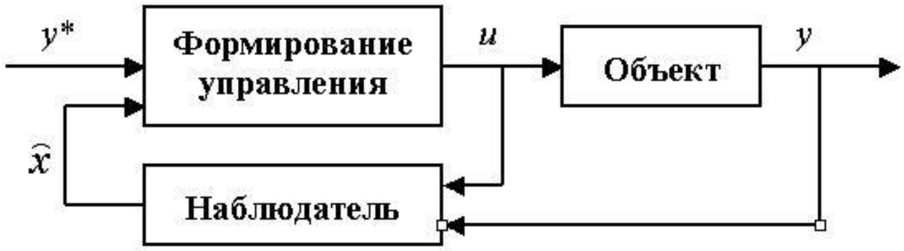

Рисунок 2 – Функциональная схема САУ с наблюдателем полного порядка

Уравнения системы (объекта, управления и наблюдателя) можно представить в виде:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax - BK_u \hat{x} + BK_y y* \\ \dot{\hat{x}} = L_n \hat{x} + Bu + K_n y = (A - K_n C)\hat{x} - BK_u \hat{x} + BK_y y* + K_n Cx \end{cases} \qquad (1.5)$$

Определив вектор состояния системы как $X = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$ получим уравнение системы в векторно-матричной форме:

$$X = \begin{bmatrix} A & -BK_u \\ K_n C & A - K_n C - BK_u \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} BK_y \\ BK_y \end{bmatrix} y* \qquad (1.6)$$

Динамика данной системы зависит от собственных чисел матрицы $\begin{bmatrix} A & -BK_u \\ K_n C & A - K_n C - BK_u \end{bmatrix}$. Для вычисления собственных чисел найдем подобную матрицу с помощью преобразования $X_f = F^{-1} XF$. В качестве матрицы F выберем $F = \begin{bmatrix} E & 0 \\ E & -E \end{bmatrix}$. Тогда исходная матрица преобразуется к виду:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ E & -E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & -BK_u \\ K_n C & A - K_n C - BK_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ E & -E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_u & -BK_u \\ 0 & A - K_n C \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

Следовательно, в данной системе сохраняются заданные собственные числа, заданные при синтезе управления и наблюдателя.

Уравнение системы в целом можно записать в форме матрицы:

$$\begin{aligned} A_{САУ} &= \begin{bmatrix} A & -BK_u \\ K_n C & A - K_n C - BK_u \end{bmatrix} \\ B_{САУ} &= \begin{bmatrix} BK_y \\ BK_y \end{bmatrix} \\ C_{САУ} &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{1.8}$$

Тогда система может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A_{САУ} X + B_{САУ} y^* \\ Y &= C_{САУ} X \end{aligned} \tag{1.9}$$

Далее в качестве контрольного примера будет рассмотрена модель движения слитка в процессе разливки стали. В качестве регулируемого параметра будет выступать скорость вращения фрагмента слитка.

В качестве переменных вектора состояния выступают величины напряжения и тока якоря, скорости вращения электродвигателя и фрагмента слитка и момент упругости механизма, т. е. вектор x определяется как:

$$x = \begin{bmatrix} U_я(t) \\ i(t) \\ \Omega_1(t) \\ M_y(t) \\ \Omega_2(t) \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

Входным скаляром является величина U_y, выход – величина скорости вращения фрагмента слитка $\Omega_2(t)$.

Промоделировав исходный процесс и процесс восстановления вектора состояния, получим график изменения переменных состояния процесса подобный рис. 3.

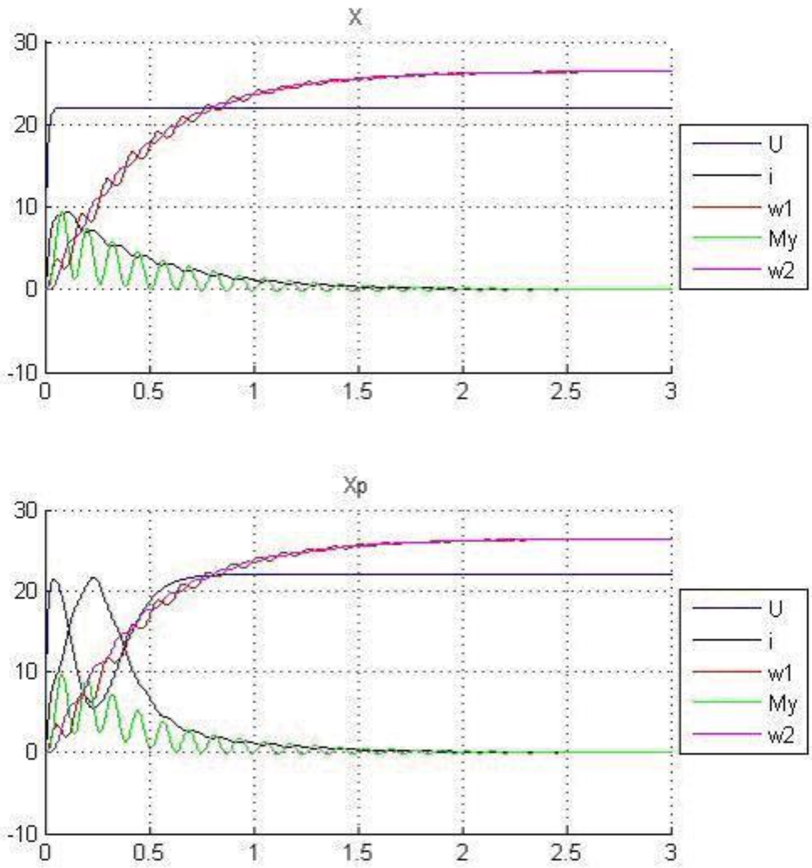

Рисунок 3 – Изменение переменных состояния системы (X) и восстановленных значений переменных состояния (Xp)

Данным экспериментом можно сделать вывод, что изменение переменных состояния системы и восстановленных значений переменных состояния при сравнении сводятся к нулю. Что является удовлетворительным результатом для нас.