

КОНОВАЛОВ Ю.В. (ДонНТУ), КАПЛАНОВА Е.В. (ПГТУ)

## ЭВОЛЮЦИЯ ТЕОРИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ МЕТАЛЛА НА ВАЛКИ ПРИ ПРОКАТКЕ

В статье исследована эволюция теории распределения давления металла на валки при прокатке, а также представлены формулы для расчета давления для процесса круговой прокатки бесконечных тел вращения в конических валках как одного из сравнительно новых способов обработки металлов давлением.

Теоретические и экспериментальные исследования распределения давления металла на валки (нормальных контактных напряжений) в очаге деформации в течение более ста лет выполнялись многими учеными разных стран. Первые работы в этом направлении создали предпосылки к выявлению характера взаимодействия различных сил, действующих в деформационной зоне, но отличались существенными противоречиями взглядов отдельных авторов.

На том этапе развития науки о прокатке исследования основных закономерностей распределения давления, по мнению И.Г.Кульбачного [1], осуществлялись тремя методами: теоретическим, экспериментальным и экспериментально-теоретическим. Краткий анализ этих исследований приведен ниже.

Теоретические работы С.Финка позволили ему высказать весьма простую идею равномерного распределения давления по длине дуги контакта полосы с валками, обоснование которой сделал М.Герман. Таким образом, по этой идее, в результате равномерного распределения давления получалось, что точка приложения равнодействующей силы прокатки делит угол контакта (захвата)  $\alpha$  пополам. Примерно к такому же выводу пришли А.Ф.Головин и А.П.Виноградов, которые считали, что давление распределяется равномерно по дуге контакта.

И.М.Павлов также считал, что распределение давления в деформационной зоне остается постоянным, но утверждал, что на положение равнодействующей силы оказывают влияние трение и опережение, в результате действия которых, и особенно опережения, точка приложения равнодействующей силы незначительно смещается в сторону выхода металла из валков.

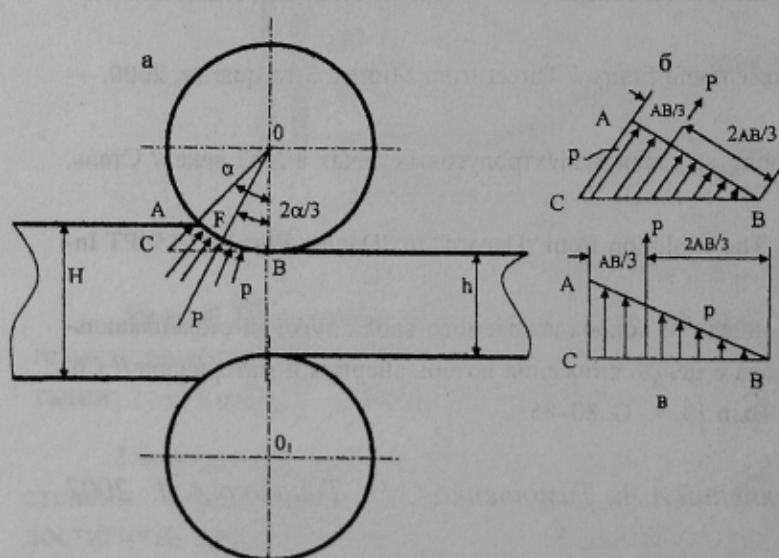


Рис. 1. Распределение давления в очаге деформации и положение равнодействующей по Кодрону (а, б) и Грасгофу (в)

В ряде работ Грасгофа, Г.Кодрона и Н.С.Верещагина утверждается, что давление не является постоянным, а изменяется от максимального значения при входе металла в валки до нуля при выходе его из валков. Авторы пришли к выводу, что равнодействующая сила проходит через дугу контакта на расстоянии  $2/3\alpha$  от линии центров валков (рис. 1).

В противоположность вышеприведенной теории Е.Бласс считает, что давление изменяется от нуля при входе в валки и до максимума при выходе его из валков, при этом равнодействующая сила в очаге деформации проходит под углом  $3/8\alpha$ .

В своих теоретических работах А.Ф.Родзевич-Белевич отмечает, что увеличение обжатия в направлении прокатки повышает давление, а уменьшение скорости обжатий снижает его. Итогом этих двух процессов является, по его мнению, примерно равномерное распределение давления металла на валки, и равнодействующая сил в очаге деформации проходит посередине дуги контакта.

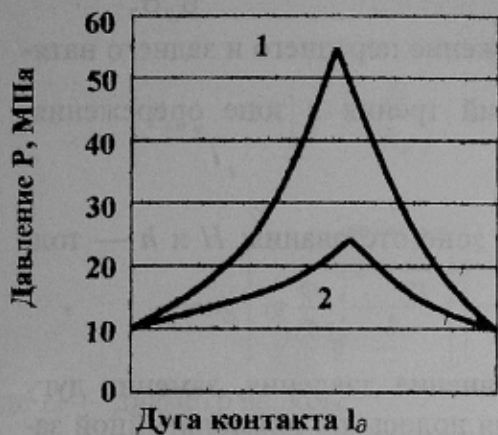


Рис. 2. Распределение давления в очаге деформации по Т.Карману (1) и Э.Зибелю (2) при относительном обжатии 50% и коэффициенте трения  $f=0,25$

Впервые полученное дифференциальное уравнение давления Т.Кармана представлено в работе [2] в таком виде:

$$\left( -\beta_{л} \sigma_T \pm \frac{f}{\operatorname{tg}\varphi} P_{\varphi} \right) dh_{\varphi} + h_{\varphi} dP_{\varphi} = 0, \quad (1)$$

где  $\beta_{л}$  — коэффициент Лоде, учитывающий влияние среднего главного напряжения;  $\sigma_T$  — предел текучести прокатываемой полосы;  $f$  — коэффициент трения по Амонтону;  $\varphi$  — текущий центральный угол в очаге деформации, изменяющийся от 0 до  $\alpha$ ;  $\alpha$  — угол контакта (захвата) полосы с валками;  $P_{\varphi}$  — текущее давление металла на валки;  $h_{\varphi}$  — текущая толщина полосы в деформационной зоне.

Решением дифференциального уравнения, кроме Кармана, занимались в разное время Э.Зибель, С.И.Губкин, А.И.Целиков, А.А.Королев, А.П.Чекмарев, В.С.Смирнов и др.

А.И.Целиков [3] при решении дифференциального уравнения давления в одном более простом варианте заменил дугу контакта полосы с валками на хорду, а тангенс переменного угла  $\varphi$  на тангенс среднего постоянного угла  $\alpha/2$ . Во втором варианте он заменил дугу контакта двумя хордами соответственно в зоне опережения и отставания и получил формулы распределения давления металла на валки с учетом натяжения полосы в зоне опережения:

$$P_{оп\varphi} = \frac{\beta_{л} \sigma_T}{\delta_{оп}} \left[ \left( \frac{h_{\varphi}}{h} \right)^{\delta_{оп}} (\xi_n \delta_{оп} + 1) - 1 \right], \quad (2)$$

и в зоне отставания:

А.Ф.Родзевич-Белевич предложил в 1913 году метод экспериментального определения давления с помощью специального прибора, в котором манометр, связанный гидравлически с поршнем, пришлифованным к цилиндрическому отверстию в валке, показывал распределение давления по длине очага деформации во время прокатки.

Значительный шаг в развитии теории распределения давления металла на валки сделали Т.Карман и Э.Зибель, которые впервые предложили считать трение основным фактором, влияющим на распределение металла на валки.

Т.Карман составил дифференциальное уравнение давления и, при существенных допущениях, получил графики распределения давления в виде пикообразных эпюр в деформационной зоне. Такие же графики получил и Э.Зибель, но с менее выраженным пиком эпюр (рис.2).

$$P_{om\varphi} = \frac{\beta_{л}\sigma_T}{\delta_{om}} \left[ \left( \frac{H}{h_{\varphi}} \right)^{\delta_{om}} (\xi_3 \delta_{om} - 1) - 1 \right], \quad (3)$$

где  $\xi_n = 1 - \frac{\sigma_n}{\beta_{л}\sigma_T} \leq 1$  — показатель переднего натяжения полосы;  $\xi_3 = 1 - \frac{\sigma_3}{\beta_{л}\sigma_T} \leq 1$  — показатель заднего натяжения полосы;  $\sigma_n$  и  $\sigma_3$  — напряжение переднего и заднего натяжения полосы;  $\delta_{om} = \frac{f}{tg \frac{\gamma}{2}} \approx \frac{2f}{\gamma}$  — показатель условий трения в зоне опережения;

$\delta_{om} = \frac{f}{tg \frac{\alpha + \gamma}{2}} \approx \frac{2f}{\alpha + \gamma}$  — показатель условий трения в зоне отставания;  $H$  и  $h$  — толщина полосы до и после пропуска.

А.А.Королев [4] решил дифференциальное уравнение давления, заменив дугу контакта хордой, но при этом учел влияние упрочнения полосы по прямолинейной зависимости, которая заметно отличается от действительного графика упрочнения. Таким образом, им получены формулы распределения давления в зонах опережения и отставания:

$$P_{om\varphi} = 2K_0 \frac{\delta + 1}{\delta} \left\{ \left( \psi_y - \frac{\psi_y - 1}{\delta - 1} \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) \left( \frac{h_{\varphi}}{h} \right)^{\delta} - \frac{1}{\delta + 1} \left[ \psi_y - \frac{\psi_y - 1}{\Delta h} \left( \frac{2\delta}{\delta - 1} h_{\varphi} - h \right) \right] \right\} - \sigma_n \left( \frac{h_{\varphi}}{h} \right)^{\delta}; \quad (4)$$

$$P_{om\varphi} = 2K_0 \frac{\delta - 1}{\delta} \left\{ \left( 1 + \frac{\psi_y - 1}{\varepsilon(\delta + 1)} \right) \left( \frac{H}{h_{\varphi}} \right)^{\delta} + \frac{1}{\delta - 1} \left[ \psi_y - \frac{\psi_y - 1}{\Delta h} \left( \frac{2\delta}{\delta + 1} h_{\varphi} - h \right) \right] \right\} - \sigma_n \left( \frac{H}{h_{\varphi}} \right)^{\delta}, \quad (5)$$

где  $\psi_y = \frac{K_1}{K_0}$  — коэффициент упрочнения прокатываемой полосы;  $K_0 = \frac{\sigma_{T0}}{\sqrt{3}}$  — сопротивление чистому сдвигу полосы до пропуска;  $K_1 = \frac{\sigma_{T1}}{\sqrt{3}}$  — сопротивление чистому сдвигу полосы после пропуска;  $\sigma_{T0}$  и  $\sigma_{T1}$  — предел текучести полосы до и после пропуска;  $\varepsilon = \frac{\Delta h}{H}$  — относительное обжатие полосы;  $\delta = \frac{2f}{\alpha}$  — показатель условий трения.

А.П.Чекмарев [5] несколько другим путем решил дифференциальное уравнение давления при сохранении окружности на контакте полосы с валками в очаге при постоянном сопротивлении деформации ( $2K$ ) и использовал известное условие трения по Э.Зибелю. Распределение давления в деформационной зоне в этом случае описывается формулами в зоне опережения и в зоне отставания:

$$P_{ом\phi} = 2K \left( 1 + \ln \frac{h_\phi}{h} \right) + 2Kf \left[ \frac{2 \left( 1 + \frac{h}{D} \right)}{\sqrt{\frac{h}{D} \left( 2 + \frac{h}{D} \right)}} \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\phi}{2} \sqrt{\frac{2 + \frac{h}{D}}{\frac{h}{D}}} \right) - \phi \right]; \quad (6)$$

$$P_{ом\phi} = 2K \left( 1 - \ln \frac{H}{h_\phi} \right) + 2Kf \left\{ \frac{2 \left( 1 + \frac{h}{D} \right)}{\sqrt{\frac{h}{D} \left( 2 + \frac{h}{D} \right)}} \left[ \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{2 + \frac{h}{D}}{\frac{h}{D}}} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\phi}{2} \sqrt{\frac{2 + \frac{h}{D}}{\frac{h}{D}}} \right) \right] - (\alpha - \phi) \right\}, \quad (7)$$

где  $D$  — диаметр валков.

В подобных решениях, выполненных разными авторами [6–14], немного отличающихся от вышеприведенных, также приближенно рекомендуется учитывать упрочнение полосы, например, при холодной прокатке усредненного по всему очагу деформации или отдельно по зонам, или выразить закономерность упрочнения по прямолинейной, параболической или другой зависимости. В известных решениях прибегают к различным грубым допущениям, упрощениям, например, принимают давление металла на валки равным сопротивлению металла деформации ( $2K$ ) или даже прокатку заменяют осадкой и т.д. Учитывают влияние трения на давление металла на валки по формуле Г.Амонтона и реже по условию Э.Зибеля.

Примерно такие же допущения принимали и известные зарубежные исследователи: М.Д.Стоун [15], Д.Ф.Бленд и Г.Форд, Р.Б.Симс, Ш.Гелен [16], Е.Орован и К.Паское, В.Тринкс и др. [17, 18].

В результате развития методов экспериментального исследования распределения давления металла на валки в деформационной зоне и, прежде всего, благодаря работам В.Люега и А.А.Королева [1, 4], удалось установить действительный характер распределения давления. Многочисленными опытами было доказано несоответствие теории распределения давления экспериментальным данным. По этому поводу А.А.Королев в своей монографии, опубликованной в 1953 году, сделал следующее заключение для условий прокатки тонких полос: «кривые распределения удельных давлений при прокатке, построенных в соответствии с теорией Кармана, не подтверждаются экспериментальными эпюрами. Теоретические кривые имеют две возрастающие к критическому сечению вогнутые ветви, образующие пикообразную вершину, а экспериментальные кривые имеют вышуклые ветви с куполообразной вершиной. Несоответствие теоретических кривых экспериментальным объясняется главным образом тем, что в теоретических формулах, основанных на теории Кармана, неправильно учитывается закон изменения сил трения на поверхности валков в зоне деформации».

Точность и достоверность теоретического распределения давления металла на валки по дуге контакта полосы с валками при холодной прокатке будет зависеть от того, насколько ближе к реальному выбраны закономерность упрочнения полосы и закон изменения контактного трения.

Основным фактором, значительно влияющим на механические свойства, является степень деформации. В процессе холодной прокатки происходит упрочнение металлов, в результате чего их структура заметно изменяется, увеличивается временное сопротивление разрыву и предел текучести.

Закономерность упрочнения металлов от степени деформации аппроксимировали разными эмпирическими зависимостями. К более ранним относится формула П.Людвика [19], опубликованная в 1909 году:

$$2K = 2K_0 + cv^n, \quad (8)$$

где  $K$  — сопротивление чистому сдвигу полосы;  $c$  — константа материала;  $n$  — показатель упрочнения при холодной деформации;  $v$  — степень деформации.

Позже для учета упрочнения Ю.Н.Алексеевым [20] была предложена такая формула:

$$\sigma_i = \sigma_{T0} + \Pi e_i, \quad (9)$$

где  $\sigma_i$  — интенсивность напряженного состояния;  $e_i$  — интенсивность деформации;  $\Pi$  — модуль упрочнения.

Затем предложена зависимость А.В.Третьяковым [21] в таком виде:

$$\sigma_T = \sigma_{T0} + A\varepsilon^a, \quad (10)$$

где  $A$  и  $a$  — константы упрочнения;  $\varepsilon$  — относительное обжатие.

В.М.Сторожев и Е.А.Попов [22] зависимость упрочнения образцов при растяжении выразили формулой:

$$\sigma_T = \sigma_{T0} + \Pi\psi, \quad (11)$$

где  $\psi$  — относительное уменьшение площади поперечного сечения образца при растяжении.

Формула, предложенная В.С.Смирновым [23] для учета упрочнения, структурно отличается от всех других и имеет такой вид:

$$2K = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \left( \frac{H}{h} \right)^n. \quad (12)$$

В заключение следует отметить еще две зависимости А.П.Грудева и Ю.Б.Сигалова [24]:

$$\sigma_T = \sigma_{T0} + a\sqrt{\varepsilon}; \quad (13)$$

$$\sigma_T = \sigma_{T0} + a\sqrt{\varepsilon} + c\varepsilon, \quad (14)$$

где  $a$  и  $c$  — эмпирические коэффициенты.

Попытки использовать зависимость упрочнения в функции от относительного обжатия неизбежно приводили к неразрешимым трудностям при строго математическом выводе формул распределения давления в деформационной зоне и, как правило, авторы были вынуждены идти на ряд грубых допущений, о чем кратко сказано выше.

При выводе формул распределения давления металла на валки необходимо выбрать такую функцию изменения предела текучести от деформации, которая реально отражала бы характер упрочнения полосы и позволила выполнить математически точное решение.

Для жесткопластического упрочняющегося тела в монографии [25] предложена зависимость упрочнения от интенсивности деформации в таком виде:

$$\sigma_T = \sigma_{T0} + \Pi \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{H}{h_\phi} \right)^n, \quad (15)$$

где  $\Pi$  и  $n$  — модуль и показатель упрочнения полосы.

Формула (15) связывает упрочнение полосы с логарифмическим, или действительным (истинным) показателем деформации и, описывая реальный эмпирический график упрочнения полосы, в таком виде используется в строго точных математических выводах, в которых контактные напряжения трения, в отличие от других решений, приняты переменными в функции от действительной закономерности упрочнения:

$$\tau_{\kappa} = f \left[ 2K_0 + \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \left( \ln \frac{H}{h_\phi} \right)^n \right], \quad (16)$$

где  $f$  — коэффициент трения.

Эти основополагающие зависимости (15) и (16) позволили получить более точные формулы распределения давления в зоне опережения:

$$P_{оп\phi} = 2K_0 - \sigma_n + 2K_0(\delta + 1) \ln \frac{h_\phi}{h} - \Pi \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \left( \ln \frac{H}{h_\phi} \right)^n \left( \frac{\delta + 1}{n + 1} \ln \frac{H}{h_\phi} - 1 \right) + \Pi \frac{\delta + 1}{n + 1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{H}{h} \right)^{n+1}, \quad (17)$$

и в зоне отставания:

$$P_{от\phi} = 2K_0 - \sigma_3 + 2K_0(\delta + 1) \ln \frac{H}{h_\phi} + \Pi \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \left( \ln \frac{H}{h_\phi} \right)^n \left( \frac{\delta - 1}{n + 1} \ln \frac{H}{h_\phi} + 1 \right), \quad (18)$$

где  $\sigma_n$  и  $\sigma_3$  — напряжения переднего и заднего натяжения полосы.

Исходя из приведенного выше была разработана теория круговой прокатки тонких дисков в конических валках как одной из разновидностей тонколистовой прокатки. На основе совместного решения дифференциальных уравнений движения и приближенного условия пластичности авторы статьи вывели теоретические формулы для расчета давления металла на валки при круговой прокатке бесконечных тел вращения:

$$P_{ron} = 2k_1 + 2k_0 \left( 1 + \frac{2f}{\sqrt{D_{\text{в}} + 2(B_x \pm v) \sin \phi_k}} \cdot \ln \frac{h_{r,m} + B_x \sin \phi}{h_{\text{в}} + B_x \sin \phi} \right) - \Pi \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{H_{\text{в}} + B_x \sin \phi}{h_{r,m} + B_x \sin \phi} \right)^{n+1} \cdot \left( \frac{1 + \frac{2f}{\sqrt{D_{\text{в}} + 2(B_x \pm v) \sin \phi_k}}}{n + 1} - \frac{1}{\ln \frac{H_{\text{в}} + B_x \sin \phi}{h_{r,m} + B_x \sin \phi}} \right) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \Pi \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{H_m + B_x \sin \varphi}{h_m + B_x \sin \varphi} \right)^{n+1} \cdot \left( \frac{1 + \frac{2f}{\sqrt{\frac{2\Delta h}{D_m + 2(B_x \pm v) \sin \varphi_k}}}}{n+1} - \frac{1}{\ln \frac{H_m + B_x \sin \varphi}{h_m + B_x \sin \varphi}} \right) - \\
 & - \frac{\rho h_\gamma^2 V_a^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{h_r^2} - \frac{1}{h^2} \right); \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{rom} = & 2k_0 - 2k_0 \left( 1 - \frac{2f}{\sqrt{\frac{2\Delta h}{D_m + 2(B_x \pm v) \sin \varphi_k}}} \right) \cdot \ln \frac{H_m + B_x \sin \varphi}{h_{r,m} + B_x \sin \varphi} - \\
 & - \Pi \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{H_m + B_x \sin \varphi}{h_{r,m} + B_x \sin \varphi} \right)^{n+1} \cdot \left( \frac{1 - \frac{2f}{\sqrt{\frac{2\Delta h}{D_m + 2(B_x \pm v) \sin \varphi_k}}}}{n+1} - \frac{1}{\ln \frac{H_m + B_x \sin \varphi}{h_{r,m} + B_x \sin \varphi}} \right) - \\
 & - \frac{\rho h_\gamma^2 V_a^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{h_r^2} - \frac{1}{H^2} \right); \quad (20)
 \end{aligned}$$

где  $D_m$  — малый катающий диаметр конических валков;  $B_x$  — текущая ширина прокатываемого диска;  $v$  — величина смещения оси диска относительно точки пересечения осей валков;  $\varphi_k$  — угол конусности валков;  $h_{r,m}$  — толщина диска по внутреннему диаметру в любом сечении очага деформации;  $h_m$  — толщина диска по внутреннему диаметру после пропуска;  $\varphi$  — клиновидность диска;  $H_m$  — толщина диска по внутреннему его диаметру до пропуска;  $\rho$  — плотность прокатываемой дисковой заготовки;  $V_a$  — окружная скорость конических валков;  $h_\gamma$  — толщина диска в нейтральном сечении очага деформации.

Таким образом, на основе многолетних исследований распределения давления металла на валки были получены наиболее точные аналитические зависимости для определения давления в очаге деформации при круговой прокатке. Эти формулы учитывают влияние всех основных параметров прокатки: обжатия, упрочнения, контактного трения, инерционных сил, а также такие особенности круговой тонкодисковой прокатки, как клиновидность дисковой заготовки и смещение осей прокатываемого диска и валков относительно друг друга.

### Список литературы

1. Кульбачный И.Г. Механическое оборудование прокатных цехов. — М.: Metallurgizdat, 1946. — 864 с.
2. Старченко Д.И. Динамика продольной прокатки: Учебн. пособие — К.: ИСИО, 1994. — 400 с.

3. Целиков А.И. Основы теории прокатки. — М.: Metallurgy, 1965. — 248 с.
4. Королев А.А. Новые исследования деформации металла при прокатке. — М.: Mashgiz, 1953. — 268 с.
5. Чекмарев А.П. О некоторых вопросах теории прокатки // Теория прокатки. — М.: Metallurgizdat, 1962. — С. 31–56.
6. Целиков А.И., Третьяков А.В. Подсчет давления металла на валки при холодной прокатке с учетом натяжения и наклепа // Вестник машиностроения, 1954. — № 12. — С. 10–12.
7. Чекмарев А.П., Нефедов А.А., Николаев В.А. Теория продольной прокатки. — Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1965. — 212 с.
8. Смирнов В.С. Давление металла на валки при наличии упрочнения // Обработка металлов давлением / Тр.ЛПИ. — М.: Mashgiz, 1959. — Вып. 203. — С. 5–24.
9. Третьяков А.В. Теория, расчет и исследование станов холодной прокатки. — М.: Metallurgy, 1966. — 249 с.
10. Теория обработки металлов давлением / И.Я.Тарновский, А.А.Поздеев, О.А.Ганаго и др. — М.: Metallurgizdat, 1963. — 672 с.
11. Рокотян Е.С., Рокотян С.Е. Энергосиловые параметры обжимных и листовых станов. — М.: Metallurgy, 1968. — 271 с.
12. Рокотян С.Е. Теория прокатки и качество металла. — М.: Metallurgy, 1981. — 224 с.
13. Арутюнов И.Г. Влияние натяжения металла на процесс холодной прокатки тонкой ленты. — М.: Mashgiz, 1951. — 36 с.
14. Бровман М.Я. Применение теории пластичности в прокатке. — М.: Metallurgy, 1965. — 247 с.
15. Stone M.D. Rolling of thin Strip. — Iron and Steel Eng, 1956. — V. 33. — № 12. — P. 55–76.
16. Гелен Ш. Расчет усилий и энергии при пластической деформации металлов. — М.: Metallurgizdat, 1958. — 419 с.
17. Крейдлин Н.Н. Расчет обжатий при прокатке цветных металлов. — М.: Metallurgizdat, 1963. — 407 с.
18. Вусатовский З. Основы прокатки. — М.: Metallurgy, 1967. — 582 с.
19. Джонсон У., Меллор П.Б. Теория пластичности для инженеров: Пер. с англ. А.Г.Овчинникова. — М.: Машиностроение, 1979. — 568 с.
20. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металлов. — Харьков: Изд-во Харьк.ун-та, 1958. — 188 с.
21. Третьяков А.В. Резервы станов холодной прокатки. — Свердловск: Metallurgizdat, 1962. — 198 с.
22. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением / Под ред. Е.П.Унксова. — М.: Высш.шк., 1963. — 389 с.
23. Смирнов В.С. Теория прокатки. — М.: Metallurgy, 1967. — 460 с.
24. Грудев А.П., Сигалов Ю.Б. Аналитическое определение упрочнения и предела текучести металла при холодной прокатке // Обработка металлов давлением / Тр.ДметИ. — М.: Metallurgy, 1970. — Вып. 55. — С. 98–102.
25. Капланов В.И. Высокоскоростная холодная прокатка тонких полос. — К.: Вища шк., 1993. — 254 с.