

Международная научная конференция

**Интеллектуальные системы принятия решений и
проблемы вычислительного интеллекта**

ISDMCI'2011

Сборник научных трудов в двух томах

Том 1

**Анализ и моделирование сложных систем и процессов
Теоретические и прикладные аспекты систем принятия
решений**

**Вычислительный интеллект и индуктивное
моделирование**

Безопасность информационных систем и сетей

**Теоретические и прикладные аспекты
усовершенствования транспортных систем**

Евпатория – 2011

М. М. Мисик НЕЙРОМЕРЕЖНИЙ ПІДХІД ДО ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНОГО ВАРІАНТА АГРЕГАТУВАННЯ ОБЛАДНАННЯ АВТОМАТИЗОВАНИХ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ	282
И. А. Орловский МЕТОДЫ СИНТЕЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ВИДЕ МОДИФИЦИРОВАННЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ	285
С. Н. Петренко ПРИМЕНЕНИЕ МУЛЬТИАГЕНТНОГО ПОДХОДА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТЕЙ МОБИЛЬНЫХ АГЕНТОВ	291
М. О. Пісоцький ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО ПІДКЛАСУ ЗАДАЧ ПРО ПОКРИТТЯ МНОЖИНИ	295
Ю. А. Прокопчук, Т. П. Яровая ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНОЙ НЕЙРОМОРФНОЙ СЕТИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПРЕДЕЛЬНЫХ ОБОБЩЕНИЙ	296
Е. А. Пряничникова ЯЗЫКИ, ПРЕДСТАВИМЫЕ В ОТМЕЧЕННЫХ ГРАФАХ	300
Ю. М. Рашкевич, М. І. Купчак, Д. Д. Пелешко, А. М. Ковальчук, В. Киричук МОДИФІКАЦІЯ МОВНОГО СИГНАЛУ НА ОСНОВІ ВЛАСНИХ ВЕКТОРІВ МАТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА	302
С. В. Сапунов О САМОЛОКАЛИЗАЦИИ МОБИЛЬНЫХ АГЕНТОВ В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ	306
Е. Л. Сергеева ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПОЛЯ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ ТЕМПЕРАТУР ПО МАТЕРИАЛАМ КОСМИЧЕСКИХ СЪЕМОК	307
О. В. Скорохода, І. Г. Цмоць, Я. П. Кісь ВЕРТИКАЛЬНО-ПАРАЛЕЛЬНИЙ МЕТОД ТА СТРУКТУРИ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ БАЗОВИХ КОМПОНЕНТІВ НЕЙРОЕЛЕМЕНТА З ВИКОРИСТАННЯМ ПОПЕРЕДНІХ ОБЧИСЛЕНЬ	311
М. В. Скуратов, В. В. Волкова, Е. В. Бодянский АЛГОРИТМ САМООБУЧЕНИЯ МАТРИЧНОЙ НЕЙРО-ФАЗЗИ САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ СЕТИ БЕЗ КОНКУРЕНЦИИ	314
А. О. Телятников, С. В. Гимадеев ИНДЕКСАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДАННЫХ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ИХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА	317
А. К. Тищенко, Е. В. Бодянский АДАПТИВНЫЙ ПРЕДИКТОР НА ОСНОВЕ МНОГОМЕРНОГО НЕО-ФАЗЗИ-НЕЙРОНА	321
А. А. Фоменко ОЦЕНКА РИСКОВ ВЕБ-ПРОЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЕЙ	324
Ю. В. Хацкевич ВЫБОР НАИБОЛЕЕ ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОЙ СХЕМЫ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ С ПОМОЩЬЮ ЭВОЛЮЦИОННОГО АЛГОРИТМА	326
І. Г. Цмоць, І. С. Ваврук ПРОБЛЕМНО-ОРІЄНТОВАНА КОНЦЕПЦІЯ СИНТЕЗУ НЕЙРОМЕРЕЖ РЕАЛЬНОГО ЧАСУ	328
І. Г. Цмоць, Б. Я. Шулак, О. В. Скорохода РОЗРОБКА КОМПОНЕНТІВ ДЛЯ СИНТЕЗУ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ НА ОСНОВІ РАДІАЛЬНО- БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ	330
Т. В. Шестакевич ПОБУДОВА МОДЕЛІ ТЕКСТУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕРЕЖ ПЕТРІ	332
Ю. Я. Шийка, Р. Я. Шувар СЕГМЕНТАЦІЯ ДАНИХ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ ПОВЕРХНІ ЗЕМЛІ ЗА КОЛЬОРОВИМИ ТА ТЕКСТУРНІМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ	337

ЗМІСТ

СЕКЦІЯ „АНАЛІЗ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ”

R. A. Chizhenkova MATHEMATICAL ANALYSIS OF BIBLIOMETRICAL INDICES OF NEUROPHYSIOLOGICAL INVESTIGATIONS OF ACTION OF ELECTRIC FIELDS (MEDLINE-INTERNET)	7
S. Khomenko THE OPTIMIZATION ENGINEERING COMPUTATIONS IN MICROSOFT OFFICE: REGRESSION ANALYSIS WITH UNIVERSAL SELECTION METHOD	9
N. Schakhovska ORGANIZATION METHODS OF INFORMATION PRODUCTS IN DATASPACE	14
Ya. Sokolovskyy, A. Bakalets, I. Boretska O. Mokrytska, , I.Kapran MATHEMATICAL MODELING OF THE TWO-DIMENSIONAL NONISOTHERMAL MOISTURE TRANSFER AND VISCOELASTICITY STATE OF WOOD IN THE PROCESS OF DRYING	19
И. В. Антонова ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО СТАЖА В РАЗВИТИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОБУСЛОВЛЕННЫХ АЛЛЕРГОДЕРМАТОЗОВ У РАБОЧИХ ПРЕДПРИЯТИЙ ХИМИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ	26
И. П. Атаманюк, Ю. П. Кондратенко ОПТИМАЛЬНАЯ ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ РЕАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ФИЛЬТРАЦИЕЙ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ	31
T. M. Басюк, А. С. Василюк ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ	34
Н. В. Богушевська, О. К. Гаврилюк ЗАДАЧА ПРОГНОЗУВАННЯ НАДХОДЖЕНЬ ПЛАТЕЖІВ ДО ТЕРМІНАЛУ САМООБСЛУГОВУВАННЯ	37
О. С. Булгакова МОДЕЛЮВАННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ВВП УКРАЇНИ ВІД ПОКАЗНИКІВ СТАНУ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ СФЕРИ	39
М. В. Бур'ягін ДОСЛІДЖЕННЯ КОНЦЕПЦІЇ ХМАРНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ТА СЕРВІСІВ	42
В. В. Бурдейный, В. Д. Павленко СЕРИАЛИЗАЦИЯ СТРУКТУР ДАННЫХ В ТЕХНОЛОГИИ ТРАНСПАРЕНТНОГО РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ	45
Є. В. Буров ТЕСТУВАННЯ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛЕЙ ЗНАНЬ	47
T. A. Васяева, Д. Е. Иванов, И. В. Соков ОТБОР ФАКТОРОВ РИСКА ПОТЕРИ КРОВИ ПРИ РОДАХ	51
Я. В. Велигоцький, М. В. Попенко ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ РЕКЛАМОВКЛАДЕНЬ	53
В. А. Висоцька, Л. Б. Чирун, Л. В. Чирун МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОПРАЦЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОННОЇ КОНТЕНТ-КОМЕРЦІЇ	54
В. Э. Волков, Н. А. Макоед НЕЧЕТКАЯ ОЦЕНКА ВЗРЫВООПАСНОСТИ СИЛОСОВ И СИЛОСНЫХ КОРПУСОВ	59
С. В. Голуб БАГАТОРІВНЕВІ СИСТЕМИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ В ТЕХНОЛОГІЯХ КРИЗОВОГО СОЦІОЕКОЛОГІЧНОГО МОНІТОРИНГУ	62

Разработано программное обеспечение, иллюстрирующее предлагаемую методику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прокопчук Ю.А. Модели структур виртуальной сплошной среды когнитивных динамических систем // Сборник научных трудов XIII Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика -2011» (Москва, 24 – 28 января 2011 г.). В 3-х частях. Ч.I. – М.: НИЯУ МИФИ, 2011. – С. 254 – 263.
2. Прокопчук Ю.А. Индуктивная модель описания ситуаций действительности // Збірник наукових праць «Індуктивне моделювання складних систем». – Київ: МННЦ ІТС НАНУ та МОНУ, 2010. – Вып 2. – С. 161 – 173.
3. Прокопчук Ю.А. Метод предельных обобщений для решения слабо формализованных задач // Управляющие системы и машины. - 2009. - №1. – С.31 – 39.
4. Прокопчук Ю.А. Информационная структура теории естественной предметной области // Вестник ХНТУ, 2010. - №2(38). – С. 11 – 19.
5. Прокопчук Ю.А., Белецкий А.С. Синдромная модель нейросети с функцией распределенного обмена информацией // Материалы Всеукраинской научно-практической конференции «Системный анализ. Информатика. Управление» (Запорожье, 10-11 марта 2011 года). – Запорожье: КПУ, 2011. – С. 166 – 168.
6. Чечкин А.В. Радикалы и системокванты интеллектуальных систем // Моделирование функциональных систем / Под ред. К.В. Судакова, В.А. Викторова. М.: ЗАО “РИТ-Экспресс”, 2000. – С. 73–94.

ЯЗЫКИ, ПРЕДСТАВИМЫЕ В ОТМЕЧЕННЫХ ГРАФАХ

Е. А. Привичникова

*Государственный университет информатики и искусственного интеллекта,
Донецк, Украина pruvichnikova@e@gmail.com*

В данной работе определяется понятие языка, допустимого в отмеченном графе, вводится система операций на формальных языках, которая, в частности, может использоваться в биологии, генетике, а также ДНК-вычислениях [1], и понятие регулярных выражений для этой системы операций. Исследованы основные свойства семейства алгебр языков, допустимых в отмеченных графах, доказано, что язык допустим в отмеченном графе тогда и только тогда, когда он описывается регулярным выражением во введенной системе операций, разработаны методы анализа и синтеза языков, ассоциированных с отмеченными графами.

Графом с отмеченными дугами (конечным автоматом) назовем четверку $G = (Q, E, X, \mu)$, где Q - конечное множество вершин, $|Q| = n$, $E \subseteq Q \times Q$ - множество дуг, X - конечное множество отметок, $\mu: E \rightarrow X$ - функция отметок дуг. Графом с отмеченными вершинами назовем четверку $G = (Q, E, X, \mu)$, где Q - конечное множество вершин, $|Q| = n$, $E \subseteq Q \times Q$ - множество дуг, X - конечное множество отметок вершин, $\mu: Q \rightarrow X$ - функция отметок вершин. Полностью отмеченным графом назовем четверку $G = (Q, E, X, \mu)$, где Q - конечное множество вершин, $|Q| = n$, $E \subseteq Q \times Q$ - множество дуг, X - конечное множество отметок, $\mu: Q \cup E \rightarrow X$ - функция отметок вершин и дуг. Пусть $I \subseteq Q$ - множество начальных вершин графа, $F \subseteq Q$ - множество финальных вершин. Множество отметок всех путей, начальной вершиной которых является вершина q , а конечная вершина $q' \in F$, назовем языком, порожденным вершиной q . Отметки всех путей в графе G , начальные вершины которых принадлежат множеству I , а конечные - множеству F , назовем языком, допускаемым графом G , и обозначим $L(G)$.

В теории конечных автоматов одним из важнейших результатов является теорема Клини, в которой утверждается, что класс языков, распознаваемых конечными автоматами, совпадает с классом рациональных языков, представимых регулярными выражениями алгебры Клини [2]. Основная цель данной работы - доказать аналогичную теорему для более широкого класса размеченных графов и алгебр.

Пусть X - конечный алфавит, X^* - множество всех слов конечной длины в алфавите X , X^+ - множество всех непустых слов конечной длины в алфавите X , X^n - множество всех слов длины n в алфавите X , $X^{>n}$ - множество всех слов конечной длины в алфавите X , длина которых больше или

равна n , 2^{X^n} - множество всех языков в алфавите X . Определим на множестве X^n частичную бинарную операцию $\overset{\circ}{\circ}$ склеивания двух слов с параметром n следующим образом: для всех $w_1, w_2 \in X^n$

$$w_1 \overset{\circ}{\circ} w_2 = \begin{cases} xuz, & \text{если } w_1 = xy, w_2 = yz, y \in X^n; \\ \text{не определено,} & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В случае, когда $n=0$ введенная операция совпадает с операцией конкатенации слов.

Введем на языках $L, R \subseteq X^n$ следующие операции:

- 1) $L \cup R = \{w \mid w \in L \text{ или } w \in R\}$;
- 2) $L \overset{\circ}{\circ} R = \{w_1 \overset{\circ}{\circ} w_2 \mid w_1 \in L \text{ и } w_2 \in R\}$;
- 3) $L^{\overset{\circ}{\circ}} = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$, где $L^0 = L$; $L^{i+1} = L^i \overset{\circ}{\circ} L$ для всех $i \geq 1$;
- 4) $L^{\overset{\circ}{\circ}} = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$, где $L^0 = X^n$; $L^{i+1} = L^i \overset{\circ}{\circ} L$ для всех $i \geq 0$;

Операция $\overset{\circ}{\circ}$ ассоциативна при любом n , то есть $(2^{X^n}, \overset{\circ}{\circ})$ и $(2^{X^{2n}}, \overset{\circ}{\circ})$ - полугруппы. Нейтральный элемент по операции $\overset{\circ}{\circ}$ существует тогда и только тогда, когда она определена на множестве языков, в которых нет слов, длина которых меньше n . Если нейтральный элемент существует, то он равен X^n . Таким образом, полугруппа $(2^{X^n}, \overset{\circ}{\circ})$ является моноидом только при $n=0$.

Рассмотрим два семейства алгебр $(2^{X^n}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, +, \emptyset)$ и $(2^{X^{2n}}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, \overset{\circ}{\circ}, X^n, \emptyset)$.

Все алгебры $(2^{X^{2n}}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, \overset{\circ}{\circ}, X^n, \emptyset)$ являются полукольцами. Алгебра $(2^{X^n}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, +, \emptyset)$ будет иметь единицу по операции $\overset{\circ}{\circ}$ только в случае, когда $n=0$ и операция $\overset{\circ}{\circ}$ совпадает с конкатенацией, а рассматриваемая алгебра является алгеброй регулярных языков. Во всех остальных случаях эти алгебры не будут полукольцами.

Регулярные выражения в алгебре $(2^{X^{2n}}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, \overset{\circ}{\circ}, X^n, \emptyset)$ определим рекурсивно следующим образом:

- 1) \emptyset является регулярным выражением и представляет язык $L(\emptyset) = \emptyset$.
- 2) x является регулярным выражением и представляет язык $L(x) = \{x\}$ для всех $x \in X^n \cup X^{n+1}$.
- 4) Если R и Q - регулярные выражения, представляющие языки $L(R)$ и $L(Q)$ соответственно, то выражения $(R \overset{\circ}{\circ} Q)$, $(R \cup Q)$, $(R^{\overset{\circ}{\circ}})$ также являются регулярными, причем $L(R \overset{\circ}{\circ} Q) = L(R) \overset{\circ}{\circ} L(Q)$, $L(R \cup Q) = L(R) \cup L(Q)$, $L(R^{\overset{\circ}{\circ}}) = (L(R))^{\overset{\circ}{\circ}}$.

Регулярные выражения в алгебре $(2^{X^n}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, +, \emptyset)$ определим следующим образом:

- 1) \emptyset является регулярным выражением и представляет язык $L(\emptyset) = \emptyset$.
- 2) x является регулярным выражением и представляет язык $L(x) = \{x\}$ для всех $x \in \bigcup_{0 \leq k < n} X^k$.
- 4) Если R и Q - регулярные выражения, представляющие языки $L(R)$ и $L(Q)$ соответственно, то выражения $(R \overset{\circ}{\circ} Q)$, $(R \cup Q)$, $(R^{\overset{\circ}{\circ}})$ также являются регулярными, причем $L(R \overset{\circ}{\circ} Q) = L(R) \overset{\circ}{\circ} L(Q)$, $L(R \cup Q) = L(R) \cup L(Q)$, $L(R^{\overset{\circ}{\circ}}) = (L(R))^{\overset{\circ}{\circ}}$.

Теорема 1. Язык $L \subseteq X^n$ допустим в конечном автомате, графе с отмеченными вершинами или полностью отмеченном графе тогда и только тогда, когда он описывается регулярным выражением любой алгебры из рассматриваемых двух семейств $(2^{X^n}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, +, \emptyset)$ и $(2^{X^{2n}}, \overset{\circ}{\circ}, \cup, \overset{\circ}{\circ}, X^n, \emptyset)$.

Эта теорема в некотором смысле аналогична широко известной теореме Клини для конечных автоматов. В случае, когда $n=0$ и рассматриваются только графы с отмеченными дугами, теорема 1 совпадает с теоремой Клини. На основе доказательства теоремы разработаны методы анализа и синтеза языков, представимых в отмеченных графах.

Поскольку для описания одного и того же класса графов можно использовать различные алгебры, представляет интерес вопрос о связи таких алгебр между собой.

Теорема 2. Для двух полуколец $(2^{n_1}, \cup, \cap, X_1^*, \emptyset)$ и $(2^{n_2}, \cup, \cap, X_2^*, \emptyset)$ в случае, когда $n_1 < n_2$, существует такое отображение $\varphi: 2^{n_1} \rightarrow 2^{n_2}$, которое является гомоморфизмом. Если $n_1 > n_2$, то гомоморфизма нет.

Рассматриваемое отображение является сюръекцией, поэтому в случае, когда $n_1 < n_2$, полукольцо $(2^{n_1}, \cup, \cap, X_1^*, \emptyset)$ изоморфно вложено в полукольцо $(2^{n_2}, \cup, \cap, X_2^*, \emptyset)$, причем образ φ является подполукольцом в $(2^{n_2}, \cup, \cap, X_2^*, \emptyset)$, а значит, все рассматриваемые полукольца входят в одно квазигомообразие, в которое входит алгебра регулярных языков.

В данной работе исследованы основные свойства семейства алгебр языков, допустимых в отмеченных графах, найдена алгебраическая характеристика языков, представимых регулярными выражениями этих алгебр, разработаны методы анализа и синтеза рассматриваемых языков.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Anderson J. Automata Theory with Modern Applications / J. Anderson. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006. – 255 с.
2. Капитонова Ю.В. Математическая теория проектирования вычислительных систем / Ю.В. Капитонова, А.А. Летичевский. – Москва: Наука, 1988. – 296с.

МОДИФІКАЦІЯ МОВНОГО СИГНАЛУ НА ОСНОВІ ВЛАСНИХ ВЕКТОРІВ МАТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА

Ю. М. Рашкевич, М. І. Купчак, Д. Д. Пелешко, А. М. Ковальчук, В. Киричук

Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери 12, Львів, Україна, 79013
e-mail: peleshko@polynet.lviv.ua

Вступ

Трансформація часової структури сигналу в задачах регулювання темпу відтворення мовної інформації у випадку сповільнення темпу вимагає вирішення задачі формування композитних сегментів мовного сигналу, які при послідовному під'єднанні до відрізків початкового сигналу збільшують його загальну тривалість.

Відомі методи побудови композитних сегментів на основі систем аналізу-синтезу мови [1] в одних випадках (аналіз-синтез на основі коротко часового перетворення Фур'є, гомоморфний синтез) є обчислювально надзвичайно трудомісткими, в інших (лінійне передбачення) – не завжди забезпечують стійкість при вирішенні задачі синтезу на основі модифікованого параметричного представлення.

В даній роботі пропонується використання для вирішення представленої задачі математичного апарату власних векторів, на основі якого синтезований композитний сегмент поєднує характеристики як попереднього, так і наступного відрізків оригінального сигналу.

1. Постановка задачі

Метою роботи є розширення тривалості мовного сигналу засобом апарату власних векторів квадратних матриць-операторів. Формалізоване представлення задачі є таким:

якщо через $x(t)$, позначити неперервний мовний сигнал визначений, на компакт $I_x = [0, t_x]$, де $t_x \in \mathbb{R}^1$, $t_x < \infty$, то завдання полягає у побудові сигналу $y(t)$, визначеного на компакт $I_y = [0, t_y]$, де $t_y \in \mathbb{R}^1$, $t_y < \infty$, такого, щоб $I_x \subset I_y$ (тобто $t_x < t_y$) і область значень X сигналу $x(t)$ була підмножиною області значень Y сигналу $y(t)$. При цьому повинні зберегтися усі інформативні ознаки $x(t)$. У випадку коли $x(t)$ є дискретизований сигналом. Тоді компакти I_x , I_y , X та Y є скінченними множинами.

Нехай дискретизований мовний сигнал $x(t)$ є поділений на ділянки однакової довжини $x_j(t) = \{x_j(t) | x_j(t) = x(t), j = t_{j-1}, \dots, t_j\}$, які визначені на проміжках $I_{x_j} = [t_{j-1}, t_j]$ [1, 2] розмірності $n_{x_j} = \dim I_{x_j}$. В результаті $x(t)$ може бути представлений у вигляді об'єднання

$$x(t) = \bigcup_{j=1}^N x_j(t). \quad (1)$$