

УДК 004

РЕАЛИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ КЛЕТОЧНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Чередниченко А. С., Андрюхин А.И.

Донецкий национальный технический университет г. Донецк

Кафедра прикладной математики и информатики

E-mail: chimera88str@gmail.com

Аннотация

Чередниченко А.С., Андрюхин А.И. Реализация булевых функций с помощью клеточной нейронной сети. В статье рассматривается эффективный метод реализации булевых функций, с помощью которого можно найти все линейно разделимые булевы функции и реализовать их с помощью аналогово-цифровых интегральных схем.

Общая постановка проблемы. Булевой функцией называется функция из множества $\{0,1\}^n$ в $\{0, 1\}$. Булева функция является линейно-разделимой, если она может быть реализована простым однослойным персептроном. Сегодня булевы функции широко применяются во многих отраслях науки и техники. Особенно важную роль они играют в решении следующих задач: распознавание образов, визуальных приложениях, обработке изображений. Аппаратная реализация на порядок быстрее программной, поэтому она играет ключевую роль для реализации систем распознавания и расшифровки кода ДНК. Число булевых функций быстро растет с увеличением числа переменных. Так для 9-ти входных переменных, количество булевых функций будет равно $2^{2^9} = 2^{512} \approx 1.34078 \times 10^{154}$, что больше размера и возраста нашей вселенной. Чем больше число входных переменных тем короче и быстрее будет выполнение операций, поэтому достижение результатов в этой области является очень важной задачей. Ниже приведена таблица (см. Таблица 1) соответствия линейно разделимых функций к количеству всех булевых функций n переменных.

Таблица 1. - Сравнение линейно разделимых булевых функций ко всем линейно разделимым булевым функциям n переменных.

n	Количество ЛРБФ	Число всех булевых функций
1	4	$2^2 = 4$
2	14	$2^{2^2} = 16$
3	104	$2^{2^3} = 256$
4	1,882	$2^{2^4} = 65,536$
5	94,572	$2^{2^5} = 4.294,967,296$
6	15,028,134	$2^{2^6} \approx 1.8 \times 10^{19}$
7	8,378,070,864	$2^{2^7} \approx 3.4 \times 10^{38}$
8	17,561,539,552,946	$2^{2^8} \approx 1.6 \times 10^{77}$

Постановка задач исследования. В настоящее время разработан интеллектуальный метод нахождения линейно разделимых булевых функций и их реализация на клеточной нейронной сети. В данной работе необходимо:

а) повторить достигнутые результаты;

б) расширить область применения метода для большего числа входных переменных. Таким образом задача заключается в построении комплекса программ, который позволит определить и вывести список всех возможных линейно разделимых булевых генотипов и полностью определить полученные гены.

Решение задачи и результаты исследований. Клеточная нейронная сеть (КНС)[1,2] для 5-ти входных переменных может быть представлена следующим равенством $\frac{\partial x_{i,j}}{\partial t} = -x_{i,j} + z + \alpha f(x_{i,j}) + \sum_{s=1}^5 b_s u_s$.

z – пороговый уровень, α, b – синаптические веса, u – набор входных векторов. Клетки влияющие на результат[4.] см Рис 1.

w_k - уровень выходного сигнала клеточной нейронной сети.

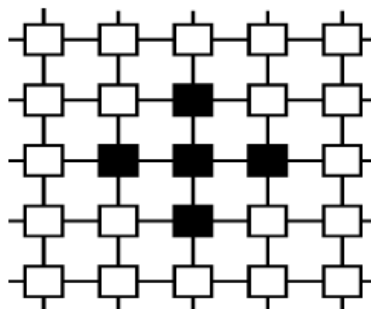


Рисунок 1. - Отношение в клеточной нейронной сети 5-ти переменных.

$$w_k = z + \sum_{s=1}^5 b_s u_s; |w_k| > \alpha - 1; y_{i,j}(\infty) = \text{sgn}(w_k), (k = 0, 1, 2, 3, \dots, 31)$$

Все w_k кроме w_0, w_1, w_2, w_4 и w_8 получаются из следующих отношений:

$$\begin{aligned} w_3 &= -w_0 + w_1 + w_2; w_5 = -w_0 + w_1 + w_4; \\ w_6 &= -w_0 + w_2 + w_4; w_7 = -w_0 + w_3 + w_4; \\ w_9 &= -w_0 + w_1 + w_8; w_{10} = -w_0 + w_2 + w_8; \\ w_{11} &= -w_0 + w_3 + w_8; w_{12} = -w_0 + w_4 + w_8; \\ w_{13} &= -w_0 + w_5 + w_8; w_{14} = -w_0 + w_6 + w_8; \\ w_{15} &= -w_0 + w_7 + w_8; w_{16} = 2z_j - w_{15}; \\ w_{17} &= 2z_j - w_{14}; w_{18} = 2z_j - w_{13}; \\ w_{19} &= 2z_j - w_{12}; w_{20} = 2z_j - w_{11}; \\ w_{21} &= 2z_j - w_{10}; w_{22} = 2z_j - w_9; \\ w_{23} &= 2z_j - w_8; w_{24} = 2z_j - w_7; \\ w_{25} &= 2z_j - w_6; w_{26} = 2z_j - w_5; \\ w_{27} &= 2z_j - w_4; w_{28} = 2z_j - w_3; \\ w_{29} &= 2z_j - w_2; w_{30} = 2z_j - w_1; \\ w_{31} &= 2z_j - w_0; \end{aligned}$$

В ходе решения поставленной задачи было найдено 94572 линейно разделимых булевых функций[3.], разбитых по 17 – и классам.

(I) Класс

$$\begin{aligned} w_{i0} &< w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < \\ w_{i12} &< w_{i13} < w_{i14} < w_{i15} < 0 \end{aligned}$$

может реализовать 1882 ЛРБФ;

(II) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < 0 < w_{i15}$
может реализовать 2400 ЛРБФ;

(III) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < 0 < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 3776 ЛРБФ;

(IV) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < 0 < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 4800 ЛРБФ;

(V) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < 0 <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 6384 ЛРБФ;

(VI) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < 0 < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 7392 ЛРБФ;

(VII) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < 0 < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15} <$
может реализовать 7872 ЛРБФ;

(VIII) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < 0 < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 8704 ЛРБФ;

(IX) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < 0 < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 8152 ЛРБФ;

(X) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < 0 < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 8704 ЛРБФ;

(XI) Клас

$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < 0 < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} <$
 $w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$
может реализовать 7872 ЛРБФ;

(XII) Клас

$$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < 0 < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$$

може реалізувати 7392 ЛРБФ;

(XIII) Клас

$$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < 0 < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$$

може реалізувати 6384 ЛРБФ;

(XIV) Клас

$$w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < 0 < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$$

може реалізувати 4800 ЛРБФ;

(XV) Клас

$$w_{i0} < w_{i1} < 0 < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$$

може реалізувати 3776 ЛРБФ;

(XVI) Клас

$$w_{i0} < 0 < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$$

може реалізувати 2400 ЛРБФ;

(XVII) Клас

$$0 < w_{i0} < w_{i1} < w_{i2} < w_{i3} < w_{i4} < w_{i5} < w_{i6} < w_{i7} < w_{i8} < w_{i9} < w_{i10} < w_{i11} < w_{i12} < w_{i13} < w_{i14} < w_{i15}$$

може реалізувати 1882 ЛРБФ;

Где $(l_0, l_1, \dots, l_{15})$ приймають значення $(0, 1, \dots, 15)$ **Выводы**

Выполнена программная реализация программ, которые позволяют определить и вывести список всех возможных линейно разделимых булевых генетов и полностью определить их. Полученные результаты могут быть применены для реализации систем распознавания и решения задачи расшифровки ДНК. Будущее исследование в том же направлении включает получение новых сведений о КНС и входных переменных и поиска большего числа генетов КНС, которые могут реализовать все линейно разделимые булевы генетов и входных переменных.

Список литературы

1. Chua L.O. & Yang L. [1988a] "Cellular neural networks: Theory"
2. Chua L.O. & Yang L. [1988b] "Cellular neural networks: Application"
3. Chen F.Y. & Chen G. [2004] "A complete list of genes, binary decoding tapes, and decimal codes of the 1882 LSBF that can be realized via a CNN of four input variables"
4. Yang T., Crouse K. R. & Chua L. O. [2001] "Spherical cellular networks", Int. J. Bifurcation and Chaos