УДК 3054

МЕТОД ВИРІШЕНЯ ДВОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ТА ЙОГО ОЦІНКА

Шевченко В.С.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»
кафедра автоматизованих систем обробки інформації та управління
E-mail: akylina90@gmail.com

Анотація

Шевченко В.С. Метод вирішеня двокритеріальної транспортної задачі та його оцінка. *В статі розглянута двокритеріальна транспортна задача за критеріями часу та вартості. Запропоновано евристичний метод вирішення двокритеріальних задач та проведені дослідження по оцінці його ефективності.*

Вступ

Багато практичних проблемних ситуацій, які пов’язані з доставкою, транспортуванням та перевезенням продукції можуть бути зведені до транспортної задачі. В класичних постановках цієї задачі використовується один з критеріїв: сумарні транспортні витрати або загальний час перевезення усієї продукції [1,2]. Часто виникає ситуація, коли кінцевий користувач хоче отримати оптимальний (або близький до оптимального) розв’язок за цими двома критеріями.

Постановка задачі

Нехай існує m пунктів виробництва $A_i, i=\overline{1,m}$ з обсягами пропозиції $a_i, i=\overline{1,m}$ одиниць продукції та n пунктів споживання цієї продукції $B_j, j=\overline{1,n}$ з величинами попиту $b_j, j=\overline{1,n}$ одиниць продукції. Для кожної пари $A_i - B_j, (i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n})$ відомі вартість перевезення одиниці продукції c_{ij} та витрати часу t_{ij} на здійснення перевезень (і допускається, що останні не залежать від обсягів перевезень $x_{ij}, i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}$). Потрібно встановити такі обсяги перевезень від кожного виробника до кожного споживача, щоб час *T*, який витрачається на перевезення та сумарні витрати на перевезення були б мінімальними за умови, що потреби всіх споживачів будуть задоволені.

Математична модель задачі

Критерій, за яким оцінюються час на перевезення:

$$\min T = \max_{x_{ij}>0}\{t_{ij}\} \tag{1}$$

Критерій, за яким оцінюються сумарні витрати [2]:

$$\min z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \tag{2}$$

Обмеження:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, i=\overline{1,m} \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j=\overline{1,n} \tag{4}$$

$$x_{ij} \ge 0, i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n} \tag{5}$$

Розв'язання задачі

Запропоновано такий алгоритм розв'язання.

Етап 1. Розв'язання однокритеріальної ТЗЛП за критерієм вартості (без врахування часу на перевезення) методом потенціалів [2]. Результатом розв'язання є план перевезень x^c з відповідними мінімальними витратами $C(x^c)$ та загальним часом перевезень $T(x^c)$.

Етап 2. Розв'язання однокритеріальної задачі за критерієм часу не зважаючи на критерій вартості [1]. Результатом розв'язання задачі є план перевезень x^t, якому відповідає загальний мінімальний (або близький до мінімального) час перевезень $T(x^t)$ та відповідні витрати $C(x^t)$.

Етап 3. Об'єднання розв'язків попередніх етапів у кінцевий результат.

На цьому етапі виконується комбінування розв'язків x^t та x^c за наступним алгоритмом:

3.1. Якщо $T(x^c) \le T(x^t)$, то розв'язком початкової двокритеріальної задачі (1) - (5) є розв'язок x^c. Кінець роботи алгоритму.

В такому випадку отримаємо мінімальні витрати за мінімальний час. Зазначимо, що такий результат є ідеальним (навіть утопічним) і досягнути його майже не можливо, оскільки очевидно, що у більшості випадків $T(x^c)$ буде набагато більшим за $T(x^t)$.

3.2. Якщо $\forall (i, j), i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}:\ \ x_{ij}^c = x_{ij}^t, \text{то}\ x_{ij}^H = x_{ij}^t = x_{ij}^t$, де x_{ij}^H - новий план перевезення (розв'язок двокритеріальної задачі (1)-(5)). Якщо $\forall (i, j), i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}:\ \ x_{ij}^c \ne x_{ij}^t, \text{то}\ x_{ij}^H = x_{ij}^t$. Тобто якщо плани x^t та x^c співпадають повністю або взагалі не співпадають (немає жодного спільного шляху), то розв'язком задачі є план x^t. Кінець роботи алгоритму.

3.3. Знаходження перетину двох планів x^t та x^c: якщо $x_{ij}^c = x_{ij}^t, \text{то}\ x_{ij}^Ч = x_{ij}^t = x_{ij}^t,\ \ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}$. В результаті отримаємо $x^Ч$ - частковий розв'язок, який доповнюється до допустимого на наступних кроках алгоритму.

4. *Доповнення часткового розв'язку $x^Ч$ до допустимого.*

4.1. Перерахування попиту та пропозиції для усіх перевезень, що увійшли у розв'язок $x^Ч$:

$$a_i^H = a_i - x_{ij}^Ч,$$
$$b_j^H = b_j - x_{ij}^Ч,$$

де a_i^H, b_j^H - нові (змінені) пропозиція та попит відповідно.

4.2. Визначення величини ΔT - величини, на яку можна збільшити загальний час перевезень.

4.3. Визначення максимально допустимого часу перевезень $T_{\max} = T(x^t) + \Delta T$.

4.4. Для кожного з пунктів призначення $B_j,\ j = \overline{1,m}$, для яких сумарний обсяг поставок на поточний момент дорівнює нулю виконати:

4.4.1. Розрахунок часу та витрат на перевезення продукції з розв'язку x^t. Позначимо їх відповідно t_j^1 та c_j^1.

4.4.2. Розрахунок часу та витрат на перевезення продукції з розв'язку x^c. Позначимо їх відповідно t_j^2 та c_j^2.

4.4.3. Якщо $t_j^2 \le T_{\max}$, то перейти на пункт 4.4.*3.1*, інакше на пункт 4.4.*3.2.*

4.4.3.1 Якщо $c_j^2 \le c_j^1$, то j-ий стовпець з розв'язоку x^c копіюється у j-ий стовпець розв'язку $x^ч$. Перейти на пункт *4.4.*

4.4.3.2 j-ий стовпець з розв'язоку x^t копіюється у j-ий стовпець розв'язку $x^ч$.

4.5. Обрати пункти призначення, у яких продукція ще не була доставлена повністю та доставити в них залишкову у пунктах виробництва продукцію. В результаті отримаємо новий план перевезень x^H з відповідними витратами $C(x^H)$ та загальним часом перевезень $T(x^H)$.

5. Якщо $C(x^H) \ge C(x^t)$, то вважаємо, що розв'язком задачі (1)-(5) є розв'язок x^t. Кінець алгоритму.

Висновки

Отже, отримали розв'язок x^H, де час на доставку товару більше ніж $T(x^t)$ та сумарні транспортні витрати більші за $C(x^c)$. При заданому користувачем допустимому збільшенню часу $T(x^t)$ на доставку товару, ми досягли зменшення сумарних транспортних витрат $C(x^t)$. Такий розв'язок є проміжним між розв'язками, які були отримані при розв'язанні задач першого та другого етапів.

Експериментальним способом було встановлено, що якщо на початку роботи алгоритму задати незмінне на час роботи алгоритму ΔT (тобто одне й те саме число використовувати на кожній новій ітерації алгоритму), то новий план перевезень, отриманий в кінці роботи алгоритму, співпаде з одним з планів перевезення продукції x^t або x^c. Тобто використовувати запропонований алгоритм стає недоцільним.

Основною проблемою даного алгоритму є відсутність формального правила визначення нового ΔT на кожній ітерації. Саме тому пропонується на кожній новій ітерації алгоритму генерувати нове значення ΔT (наприклад, в певних заданих на початку роботи алгоритму межах, які обґрунтовані користувачем).

Було також встановлено, що у випадку коли витрати на доставку прямопропорційні часу на перевезення товару, то у більшості випадків (87%) розв'язок ТЗЛП за критерієм часу співпадає з розв'язком ТЗЛП за критерієм вартості. У такому разі маємо ідеальний розв'язок, який пропонує такий план перевезень, при якому час та витрати на доставку є мінімальними, тобто ідеальний розв'язок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Селезньова О.О, Шевченко В.С. Дослідження двокритеріальної транспортної задачі: материалы III всеукраинской научно – практической конференции «Информационные технологи и автоматизация - 2010», Одесса, 14 – 15 октября, 2010 г.: сборник докладов, 2010. – С.49-50.

2. Таха Х.А. Введение в исследование операций [Текст]/ Хемди А. Таха// М.: «Вильямс», 2007. – [7е изд.]. – 912 с.

3. Транспортна задача лінійного програмування: Методичні вказівки до самостійної роботи та практичних занять з дисципліни «Математичні методи дослідження операцій» для студентів спеціальності «Інформаційні управляючі системи та технології»/Укл.:О.Г.Жданова, С.С.Жевновак, В.М.Кузнецов – К.: НТУУ «КПІ», 2000. – 60с.

4. Калихман И. Л. Линейная алгебра и программирование. –М. Высш. Шк. 1967. – 428с.