

# СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С НАБЛЮДАТЕЛЯМИ СОСТОЯНИЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СВЯЗЯМИ ПО ОШИБКЕ МЕЖДУ ВЫХОДНОЙ КООРДИНАТОЙ ОБЪЕКТА И НАБЛЮДАТЕЛЯ

Коцегуб П.Х.

Донецкий национальный технический университет

*The influence of additional feedbacks by error between object and state observer outputs on the system dynamic properties has been considered.*

При построении астатических по нагрузке систем подчиненного регулирования (СПР) скорости с пропорциональным регулятором скорости (П-РС) обратная связь по току в контуре регулирования тока (КРТ) заменяется обратной связью по динамической составляющей тока  $\hat{I}_j$ , выделенной при помощи наблюдателя состояния (НС). Динамические свойства таких систем выше, чем у астатических по нагрузке СПР с пропорционально-интегральным регулятором скорости (ПИ-РС) [1, 2].

При этом НС обычно строится в предположении, что возмущение отсутствует, так как последний имеет меньший порядок и соответственно меньшие коэффициенты обратных связей НС.

Окончательный каскад наблюдателя при этом имеет вид, представленный на рис.1.

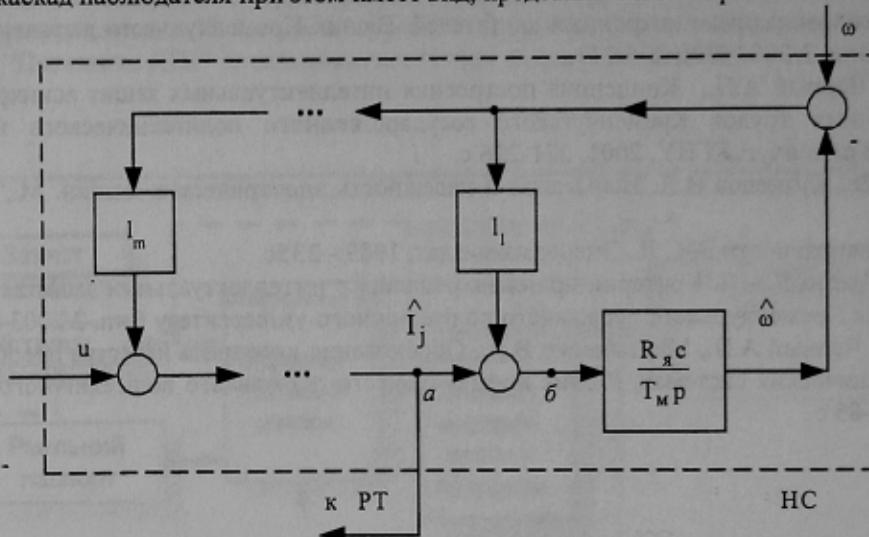


Рисунок 1 – Упрощенная схема НС для выделения динамической составляющей тока якоря двигателя

На схеме обозначены  $\omega$  – скорость двигателя,  $R_a$  – сопротивление силовой цепи преобразователь–двигатель;  $c$  – конструктивная постоянная двигателя;  $T_m$  – электромеханическая постоянная времени привода.

Если в качестве управляющего воздействия и для НС принять выходной сигнал РС или сигнал поступающий на вход регулятора тока (РТ), то система является астатической по нагрузке [1, 2]. Если НС управляет от ЭДС преобразователя, то система остается статической по нагрузке, хотя и с меньшим статическим падением скорости, чем у типовой СПР[1].

Однако если на вход РТ подать сигнал, снимаемый с точки б, т.е. равный

$$I_{jb} = \hat{I}_j + I_1(\omega - \hat{\omega}), \quad (1)$$

то система становится астатической по нагрузке.

Иногда такой перенос сигналов обратной связи диктуется улучшением качества переходных процессов при набросе нагрузки.

Как видно из (1) при переносе сигнала обратной связи из точки а в точку б система замыкается не только по координате наблюдателя, но и по дополнительному сигналу, пропорциональному ошибке между выходными координатами объекта и наблюдателя.

Поставим, в общем, следующий вопрос. Что происходит с системой, когда ее замыкание происходит не только по координатам наблюдателя, но и дополнительным сигналам, пропорциональным ошибке между координатами объекта и наблюдателя? При этом не будем ограничиваться только коэффициентами пропорциональности  $I_1, I_2, \dots, I_m$  наблюдателя, которые обеспечивают перенос точек съема через сумматоры (см.рис.1).

Для оценки влияния дополнительных сигналов определим передаточные функции системы автоматического управления (САУ), представленной на рис.2. САУ разделена на две части, переменные состояния одной из которых восстанавливаются асимптотическим НС. Часть обратных связей САУ замкнута по измеренным

координатам объекта, а часть- по координатам, восстановленным НС. На рис.2 введены следующие обозначения:  $u$ -управляющее воздействие;  $\mathbf{X}_{01}$ -  $m$ -мерный вектор объекта, восстанавливаемый наблюдателем;  $\hat{\mathbf{X}}_{01}$ - его оценка;  $\mathbf{X}_{02}$ -  $r$ -мерный вектор системы, не восстанавливаемый наблюдателем;  $y, \hat{y}$ - выходные координаты объекта и наблюдателя;  $\tilde{y} = y - \hat{y}$ ;  $\mathbf{A}_{11}$  и  $\mathbf{A}_{22}$ - матрицы состояния описанных ранее частей системы раз мерностей ( $m \times m$ ) и ( $r \times r$ );  $\mathbf{A}_{12}$  ( $m \times r$ ),  $\mathbf{A}_{210}$  ( $r \times m$ ),  $\mathbf{A}'_{21H}$  ( $r \times m$ ) - матрицы взаимосвязи между частями системы и наблюдателем (в скобках указаны размерности матриц);  $\mathbf{B}_2$  ( $m \times 1$ ) - матрица управления;  $\mathbf{C}$  ( $1 \times m$ ) - матрица выхода;  $\mathbf{L} = [l_1 \ l_2 \dots \ l_m]^T$  -матрица корректирующих связей наблюдателя;  $\mathbf{L}_1 = [l_1 \ l_2 \dots \ l_m]^T$  - матрица, выделяющая дополнительные сигналы по ошибке  $\tilde{y}$ ;  $\mathbf{A}'_{21H}$  ( $r \times m$ ) - матрица взаимосвязи между объектом и дополнительными связями по ошибке.

Если все элементы матрицы  $\mathbf{L}_1$  равны нулю, то имеем обычную САУ с НС.

Для системы на рис.2 можно записать следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{X}}_{01} = \mathbf{A}_{11}\mathbf{X}_{01} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{X}_{02}; \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{02} = \mathbf{A}_{210}\mathbf{X}_{01} + \mathbf{A}_{22}\mathbf{X}_{02} + \mathbf{A}'_{21H}\hat{\mathbf{X}}_{01} + \mathbf{A}'_{21H}\mathbf{L}_1\mathbf{C}(\mathbf{X}_{01} - \hat{\mathbf{X}}_{01}) + \mathbf{B}_2 u; \quad (3)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}_{01} = \mathbf{LCX}_{01} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{X}_{02} + (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{LC})\hat{\mathbf{X}}_{01} \quad (4)$$

Вычитая из уравнения (2) уравнение (4) и обозначая разность между сигналами  $\mathbf{X}_{01}$  и  $\hat{\mathbf{X}}_{01}$  ошибкой оценивания

$$\tilde{\mathbf{X}}_{01} = \mathbf{X}_{01} - \hat{\mathbf{X}}_{01} \quad (5)$$

получим

$$\tilde{\mathbf{X}}_{01} = (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{LC})\hat{\tilde{\mathbf{X}}}_{01}. \quad (6)$$

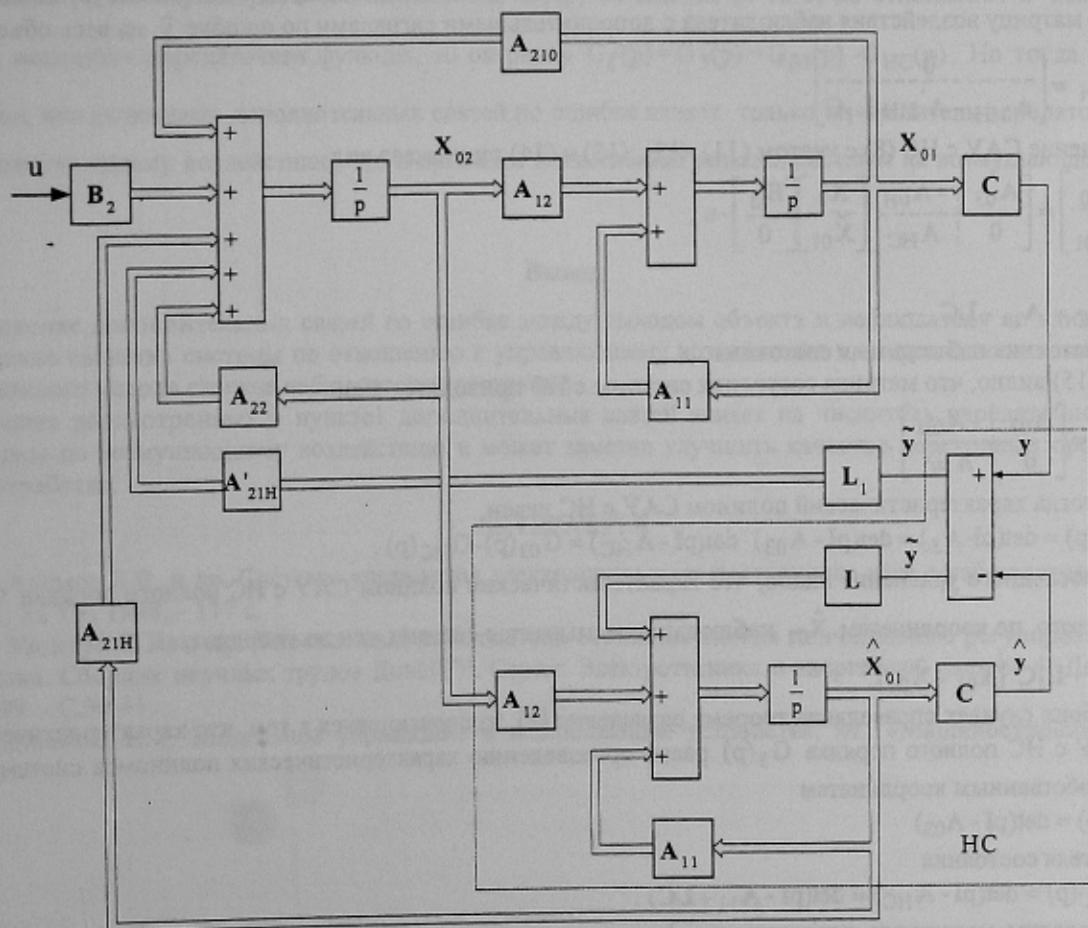


Рисунок 2 – Структурная схема САУ с НС и дополнительными связями по сигналу ошибки  $\tilde{y}$

При этом выражение (3) принимает вид

$$\dot{\mathbf{X}}_{02} = (\mathbf{A}_{210} + \mathbf{A}_{21H})\mathbf{X}_{01} + \mathbf{A}_{22}\mathbf{X}_{02} - (\mathbf{A}_{21H} - \mathbf{A}'_{21H}\mathbf{L}_1\mathbf{C})\tilde{\mathbf{X}}_{01} + \mathbf{B}_2 u; \quad (7)$$

Уравнения (2), (6) и (7) могут быть записаны в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{X}}_{01} \\ \dot{\tilde{X}}_{02} \\ \tilde{X}_{01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & | & A_{12} & | & 0 \\ A_{210} + A_{21H} & | & A_{22} & | & -A_{21H} + A_{21H}L_1C \\ 0 & | & 0 & | & A_{11} - L_1C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{01} \\ X_{02} \\ \tilde{X}_{01} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (8)$$

Если предположить, что имеет место система без НС и что она замкнута по всем координатам объекта, как и рассматриваемая система, но в предположении, что все они измеряются, то для нее уравнение (2) остается без изменения, а уравнение (3) принимает вид

$$\dot{X}_{02} = A_{21} X_{01} + A_{22} X_{02} + B_2 u, \quad (9)$$

где

$$A_{21} = A_{210} + A_{21H} \quad (10)$$

уравнения (2) и (9) можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{X}}_{01} \\ \dot{\tilde{X}}_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & | & A_{12} \\ A_{12} & | & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{01} \\ X_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \cdot u. \quad (11)$$

Если ввести в рассмотрение векторы

$$X_0 = \begin{bmatrix} X_{01} \\ X_{02} \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

то уравнение (11) можно переписать в виде

$$\dot{X}_0 = A_{03} X_0 + B_u \cdot u,$$

где

$$A_{03} = \begin{bmatrix} A_{11} & | & A_{12} \\ A_{12} & | & A_{22} \end{bmatrix} \quad - \quad (13)$$

матрица состояния системы без НС, замкнутая по собственным координатам.

Для объединения 2-х верхних элементов 3-го столбца клеточной матрицы состояния (8) введем в рассмотрение матрицу воздействия наблюдателя с дополнительными сигналами по ошибке  $\tilde{y}$  на весь объект как

$$A_{0H} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_{21H} - A_{21H}L_1C \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Уравнение САУ с НС (8) с учетом (11), (12), (13) и (14) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{X}}_0 \\ \dot{\tilde{X}}_{01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{03} & | & -A_{0H} \\ 0 & | & A_{HC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ \tilde{X}_{01} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u, \quad (15)$$

где

$$A_{HC} = A_{11} - LC \quad - \quad (16)$$

матрица состояния наблюдателя состояния.

Из (15) видно, что матрица состояния системы с НС приводится к виду

$$A_3 = \begin{bmatrix} A_{03} & | & -A_{0H} \\ 0 & | & A_{HC} \end{bmatrix}.$$

Но тогда характеристический полином САУ с НС равен

$$G_3(p) = \det(pI - A_3) = \det(pI - A_{03}) \cdot \det(pI - A_{HC}) = G_{03}(p) \cdot G_{HC}(p).$$

Из последнего уравнения видно, что характеристический полином САУ с НС полного порядка  $G_3(p)$  не зависит от того, по координатам  $\tilde{X}_{01}$  наблюдателя замыкается система или по координатам

$$\hat{X}_{01} + L_1C(X_{01} - \tilde{X}_{01}).$$

В обоих случаях справедлива теорема разделения [3], заключающаяся в том, что характеристический полином САУ с НС полного порядка  $G_3(p)$  равен произведению характеристических полиномов системы, замкнутой по собственным координатам

$$G_{03}(p) = \det(pI - A_{03})$$

и наблюдателя состояния

$$G_{HC}(p) = \det(pI - A_{HC}) = \det(pI - A_{11} + LC).$$

Определим матричную передаточную функцию от управляющего воздействия и до вектора состояния САУ:

$$W_X(p) = \det(pI - A_3)^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} pI - A_{03} & | & +A_{0H} \\ 0 & | & pI - A_{HC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что

$$(pI - A_3)^{-1} = \begin{bmatrix} (pI - A_{03})^{-1} & -(pI - A_{03})^{-1} + A_{0H}(pI - A_{HC})^{-1} \\ 0 & (pI - A_{HC})^{-1} \end{bmatrix},$$

получаем

$$W_{XU}(p) = \begin{bmatrix} \frac{X_0(p)}{u(p)} W_{XU}(p) \\ \frac{\tilde{X}_{01}(p)}{u(p)} W_{\tilde{X}_{01}U}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (pI - A_{03})^{-1} \cdot B_u \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Из последнего выражения видно, что передаточная функция рассматриваемой САУ с НС от управляющего воздействия до переменных состояний объекта  $W_{XU}(p)$  совпадает с соответствующей передаточной функцией САУ без НС

$$W_{XU}(p) = \det(pI - A_{03})^{-1} \cdot B_u,$$

а ошибка оценивания  $\hat{X}_{01} = y - \hat{y} = C(X_{01} - \hat{X}_{01})$  при обработке управляющего воздействия равна нулю.

Полученные положения справедливы и для САУ с НС, в котором отсутствует дополнительная связь по ошибке  $L_1 C(X_{01} - \hat{X}_{01})$ .

В этой связи можно сделать следующий вывод: включение дополнительной связи по ошибке между выходными координатами объекта и наблюдателя не влияет на динамические свойства системы при отработке управляющего воздействия САУ с НС, в которой этой связи нет.

Можно, однако, показать, что наличие в системе дополнительных связей по ошибке влияет на передаточную функцию системы по возмущающему воздействию, приложенному к объекту, которую можно записать в виде

$$W_{XY}(p) = \frac{X_0(p)}{f(p)} = \frac{H(p)}{G_f(p)}.$$

Учитывая, что характеристический полином  $G_f(p)$  не зависит от того, по отношению к какому из воздействий находится передаточная функция, то он равен  $G_f(p) = G_3(p) = G_{03}(p) \cdot G_{HC}(p)$ . Но тогда можно сделать вывод, что включение дополнительных связей по ошибке влияет только на числитель передаточной функции по возмущающему воздействию, что и приводит к изменению реакции системы на возмущающее воздействие.

#### Вывод

1. Включение дополнительных связей по ошибке между выходом объекта и наблюдателя не влияет на динамические свойства системы по отношению к управляющему воздействию и не приводит к изменению традиционного метода синтеза наблюдателей состояния.
2. Введение рассмотренных в пункте 1 дополнительных связей влияет на числитель передаточной функции системы по возмущающему воздействию и может заметно улучшить качество переходных процессов при его отработке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов Л.В. и др. Системы управления электроприводами постоянного тока с наблюдателями состояния. – Х.: ХГТУ, 1998. - 117 с.
2. Коцегуб П.Х. и др. Упрощенный наблюдатель состояния систем подчиненного регулирования постоянного тока. Сборник научных трудов ДонНТУ. Серия: Электротехника и энергетика, выпуск 4: Донецк: ДонНТУ, 1999. - С.36-41.
3. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: «Машиностроение», 1976. - 184 с.