

координатам объекта, а часть - по координатам, восстановленным НС. На рис.2 введены следующие обозначения: u - управляющее воздействие; X_{01} - m -мерный вектор объекта, восстанавливаемый наблюдателем; \hat{X}_{01} - его оценка; X_{02} - r -мерный вектор системы, не восстанавливаемый наблюдателем; y, \hat{y} - выходные координаты объекта и наблюдателя; $\tilde{y} = y - \hat{y}$; A_{11} и A_{22} - матрицы состояния описанных ранее частей системы размерностей $(m \times m)$ и $(r \times r)$; A_{12} ($m \times r$), A_{210} ($r \times m$), A_{21H} ($r \times m$) - матрицы взаимосвязи между частями системы и наблюдателем (в скобках указаны размерности матриц); B_2 ($m \times 1$) - матрица управления; C ($1 \times m$) - матрица выхода; $L = [l_1 \ l_2 \dots l_m]^T$ - матрица корректирующих связей наблюдателя; $L_1 = [l_1 \ l_2 \dots l_{1m}]^T$ - матрица, выделяющая дополнительные сигналы по ошибке \tilde{y} ; A'_{21H} ($r \times m$) - матрица взаимосвязи между объектом и дополнительными связями по ошибке.

Если все элементы матрицы L_1 равны нулю, то имеем обычную САУ с НС.

Для системы на рис.2 можно записать следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\dot{X}_{01} = A_{11}X_{01} + A_{12}X_{02}; \quad (2)$$

$$\dot{X}_{02} = A_{210}X_{01} + A_{22}X_{02} + A_{21H}\hat{X}_{01} + A'_{21H}L_1C(X_{01} - \hat{X}_{01}) + B_2 u; \quad (3)$$

$$\dot{\hat{X}}_{01} = LCX_{01} + A_{12}X_{02} + (A_{11} - LC)\hat{X}_{01} \quad (4)$$

Вычитая из уравнения (2) уравнение (4) и обозначая разность между сигналами X_{01} и \hat{X}_{01} ошибкой оценивания

$$\tilde{X}_{01} = X_{01} - \hat{X}_{01} \quad (5)$$

получим

$$\dot{\tilde{X}}_{01} = (A_{11} - LC)\tilde{X}_{01}. \quad (6)$$

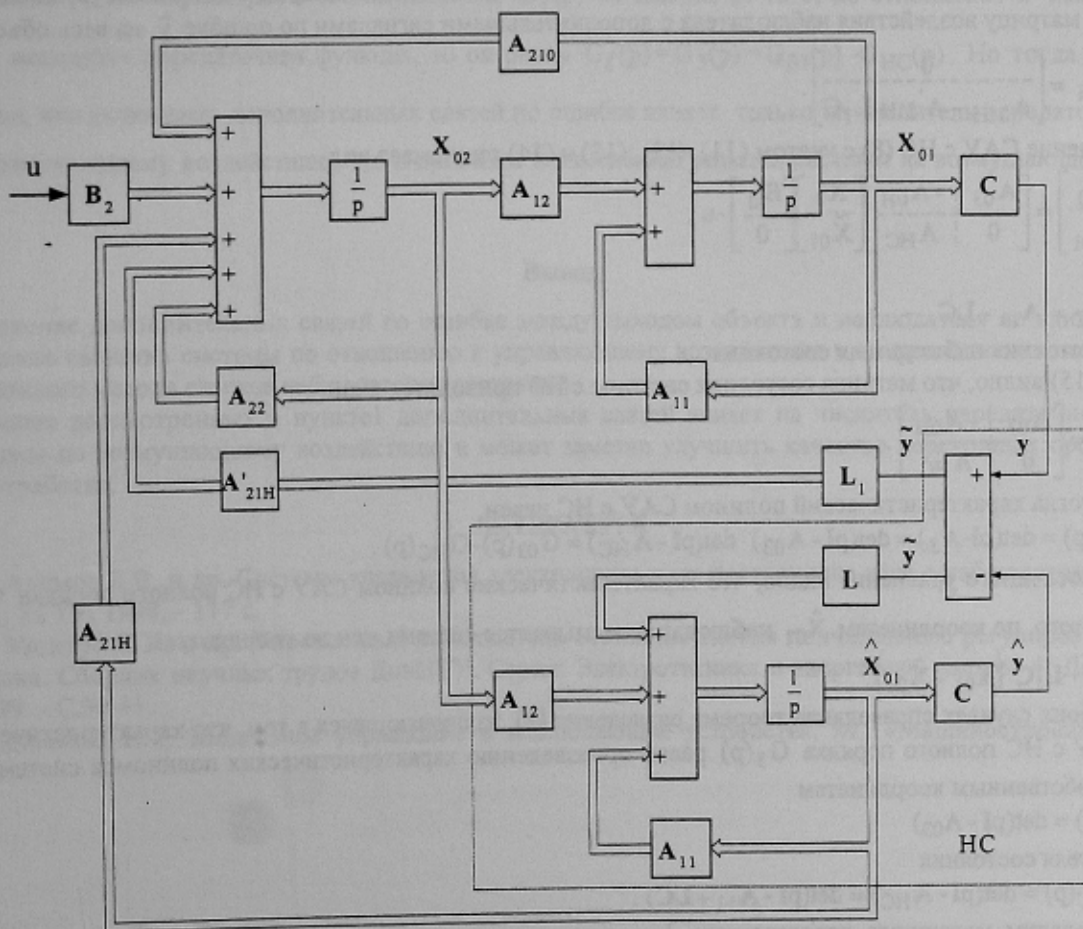


Рисунок 2 - Структурная схема САУ с НС и дополнительными связями по сигналу ошибки \tilde{y}

При этом выражение (3) принимает вид

$$\dot{X}_{02} = (A_{210} + A_{21H})X_{01} + A_{22}X_{02} - (A_{21H} - A'_{21H}L_1C)\tilde{X}_{01} + B_2 u; \quad (7)$$

Уравнения (2), (6) и (7) могут быть записаны в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{X}}_{01} \\ \dot{\hat{X}}_{02} \\ \dot{\hat{X}}_{01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & 0 \\ \mathbf{A}_{210} + \mathbf{A}_{21H} & \mathbf{A}_{22} & -\mathbf{A}_{21H} + \mathbf{A}_{21H} \mathbf{L}_1 \mathbf{C} \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{11} - \mathbf{L}_1 \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{01} \\ \mathbf{X}_{02} \\ \hat{\mathbf{X}}_{01} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u} \quad (8)$$

Если предположить, что имеет место система без НС и что она замкнута по всем координатам объекта, как и рассматриваемая система, но в предположении, что все они измеряемы, то для нее уравнение (2) остается без изменения, а уравнение (3) принимает вид

$$\dot{\mathbf{X}}_{02} = \mathbf{A}_{21} \mathbf{X}_{01} + \mathbf{A}_{22} \mathbf{X}_{02} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{A}_{210} + \mathbf{A}_{21H} \quad (10)$$

уравнения (2) и (9) можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{X}}_{01} \\ \dot{\hat{X}}_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{01} \\ \mathbf{X}_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}. \quad (11)$$

Если ввести в рассмотрение векторы

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{01} \\ \mathbf{X}_{02} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

то уравнение (11) можно переписать в виде

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}_0 = \mathbf{A}_{03} \mathbf{X}_0 + \mathbf{B}_u \cdot \mathbf{u},$$

где

$$\mathbf{A}_{03} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

матрица состояния системы без НС, замкнутая по собственным координатам.

Для объединения 2-х верхних элементов 3-го столбца клеточной матрицы состояния (8) введем в рассмотрение матрицу воздействия наблюдателя с дополнительными сигналами по ошибке $\tilde{\mathbf{y}}$ на весь объект как

$$\mathbf{A}_{0H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{A}_{21H} - \mathbf{A}_{21H} \mathbf{L}_1 \mathbf{C} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Уравнение САУ с НС (8) с учетом (11), (12), (13) и (14) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_0 \\ \dot{\hat{\mathbf{X}}}_{01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{03} & -\mathbf{A}_{0H} \\ 0 & \mathbf{A}_{HC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ \hat{\mathbf{X}}_{01} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}, \quad (15)$$

где

$$\mathbf{A}_{HC} = \mathbf{A}_{11} - \mathbf{L}_1 \mathbf{C} \quad (16)$$

матрица состояния наблюдателя состояния.

Из (15) видно, что матрица состояния системы с НС приводится к виду

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{03} & -\mathbf{A}_{0H} \\ 0 & \mathbf{A}_{HC} \end{bmatrix}.$$

Но тогда характеристический полином САУ с НС равен

$$G_3(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_3) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{03}) \cdot \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{HC}) = G_{03}(p) \cdot G_{HC}(p).$$

Из последнего уравнения видно, что характеристический полином САУ с НС полного порядка $G_3(p)$ не зависит от того, по координатам $\hat{\mathbf{X}}_{01}$ наблюдателя замыкается система или по координатам

$$\hat{\mathbf{X}}_{01} + \mathbf{L}_1 \mathbf{C} (\mathbf{X}_{01} - \hat{\mathbf{X}}_{01}).$$

В обоих случаях справедлива теорема разделения [3], заключающаяся в том, что характеристический полином САУ с НС полного порядка $G_3(p)$ равен произведению характеристических полиномов системы, замкнутой по собственным координатам

$$G_{03}(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{03})$$

и наблюдателя состояния

$$G_{HC}(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{HC}) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{11} + \mathbf{L}_1 \mathbf{C}).$$

Определим матричную передаточную функцию от управляющего воздействия \mathbf{u} до вектора состояния САУ:

$$\mathbf{W}_X(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_3)^{-1} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{03} & +\mathbf{A}_{0H} \\ 0 & p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{HC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что

$$(pI - A_3)^{-1} = \begin{bmatrix} (pI - A_{03})^{-1} & - (pI - A_{03})^{-1} + A_{0H} (pI - A_{HC})^{-1} \\ 0 & (pI - A_{HC})^{-1} \end{bmatrix},$$

получаем

$$W_X(p) = \begin{bmatrix} \frac{X_0(p)}{u(p)} W_{Xu}(p) \\ \frac{X_{01}(p)}{u(p)} W_{\tilde{X}_{01}u}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (pI - A_{03})^{-1} \cdot B_u \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Из последнего выражения видно, что передаточная функция рассматриваемой САУ с НС от управляющего воздействия до переменных состояний объекта $W_{Xu}(p)$ совпадает с соответствующей передаточной функцией САУ без НС

$$W_{Xu}(p) = \det(pI - A_{03})^{-1} \cdot B_u,$$

а ошибка оценивания $\hat{X}_{01} = y - \hat{y} = C(X_{01} - \hat{X}_{01})$ при обработке управляющего воздействия равна нулю.

Полученные положения справедливы и для САУ с НС, в котором отсутствует дополнительная связь по ошибке $L_1 C(X_{01} - \hat{X}_{01})$.

В этой связи можно сделать следующий вывод: включение дополнительной связи по ошибке между выходными координатами объекта и наблюдателя не влияет на динамические свойства системы при обработке управляющего воздействия САУ с НС, в которой этой связи нет.

Можно, однако, показать, что наличие в системе дополнительных связей по ошибке влияет на передаточную функцию системы по возмущающему воздействию, приложенному к объекту, которую можно записать в виде

$$W_{XY}(p) = \frac{X_0(p)}{f(p)} = \frac{H(p)}{G_f(p)}.$$

Учитывая, что характеристический полином $G_f(p)$ не зависит от того, по отношению к какому из воздействий находится передаточная функция, то он равен $G_f(p) = G_3(p) = G_{03}(p) \cdot G_{HC}(p)$. Но тогда можно сделать вывод, что включение дополнительных связей по ошибке влияет только на числитель передаточной функции по возмущающему воздействию, что и приводит к изменению реакции системы на возмущающее воздействие.

Вывод

1. Включение дополнительных связей по ошибке между выходом объекта и наблюдателя не влияет на динамические свойства системы по отношению к управляющему воздействию и не приводит к изменению традиционного метода синтеза наблюдателей состояния.
2. Введение рассмотренных в пункте 1 дополнительных связей влияет на числитель передаточной функции системы по возмущающему воздействию и может заметно улучшить качество переходных процессов при его обработке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов Л.В. и др. Системы управления электроприводами постоянного тока с наблюдателями состояния. – Х.: ХГТУ, 1998, - 117 с.
2. Коцегуб П.Х. и др. Упрощенный наблюдатель состояния систем подчиненного регулирования постоянного тока. Сборник научных трудов ДонНТУ. Серия: Электротехника и энергетика, выпуск 4: Донецк: ДонНТУ, 1999. - С.36-41.
3. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: «Машиностроение», 1976. - 184 с.