УДК 622.276.52.001.5

УРАВНЕНИЕ БЕЗРАСХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛИННЫХ ЭРЛИФТОВ

Козыряцкий А.Н., канд. техн. наук, доц.,
Кононенко А.П. канд. техн. наук, доц., Мизерный В.И. асс.,
Донецкий государственный технический университет

На основании известных уравнений движения водовоздушной смеси в подъемной трубе эрлифта получены уравнения безразмерной расходной характеристики длинных эрлифтов, применяемых в горной промышленности.

In terms of general theory of the equalization of moving of air-and-water mixture in the roll-up duct of the airlift, were received equalizations of non- dimensional metering characteristic, which are used in the mining industri.

Известно, что подача эрлифта Q изменяется в зависимости от расхода воздуха $Q_в$. Эта зависимость выражается расходной характеристикой, которая обычно строится экспериментально.

При проектировании и эксплуатации эрлифтов необходимо иметь математическую зависимость, которая связала бы подачу эрлифта с его основными параметрами. До сего времени такой зависимости не было.

Ее можно получить из уравнения движения водвоздушной смеси в подъемной трубе эрлифта [1], приняв движение гидросмеси квазиустановившимся

$$\rho g h = \rho_c g (H + h) + a_э \rho_c g Q_c^2. \tag{1}$$

Средняя по подъемной трубе плотность смеси :

$$\rho_c = \frac{\rho Q + \rho_в Q_в}{Q + Q_в \dfrac{p_a T_{cp}}{p_{cp} T_a}}. \tag{2}$$

Принимая процесс расширения воздуха изотермическим ($T_a = T_{cp}$), пренебрегая массой воздуха, вводя понятие удельного расхода воздуха, приведенного к среднему давлению по длине подъемной трубы

$$q_n = \frac{Q_в}{Q} \cdot \frac{p_a}{p_a + \frac{\rho g h}{2}},$$

а также относительное погружение $\alpha = \frac{h}{H+h}$, и имея ввиду, что объемный расход смеси $Q_c = Q(q_n + 1)$, запишем уравнение (1) в следующем виде

$$Q = \frac{1}{q_n + 1} \cdot \sqrt{\frac{h}{a_э}\left[q_n - \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\right]}. \qquad (3)$$

Обычно на гидроподъемах и водосливе шахт применяются длинные эрлифты ($\frac{p_{см}}{p_a} \triangleright 2, \frac{H+h}{D} \triangleright 200$), для которых основным является сопротивление по длине подъемной трубы. Из гидравлики известно, что сопротивление по длине трубы

$$a_э = \frac{8\lambda L}{\pi^2 g D^5}, \qquad (4)$$

где λ - коэффициент Дарси; $L = H + h$ - длина подъемных труб.

После преобразования уравнения (4) будет иметь вид

$$a_э = 0{,}083 \frac{\lambda(H+h)}{D^5}. \qquad (5)$$

Подставляя это в уравнение (3) и делая преобразования получим

$$Q = 3{,}46 D^{2{,}5} \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda}} \cdot \frac{\sqrt{q_n - \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)}}{q_n + 1}. \qquad (6)$$

Если допустить, что для эрлифта определенной конструкции при постоянном относительном погружении, коэффициент Дарси есть величина постоянная, то первые три множителя постоянны и представляют расходную характеристику длинного эрлифта

$$K = 3{,}46 D^{2.5} \sqrt{\alpha / \lambda}. \qquad (7)$$

Тогда уравнение безразмерной характеристики эрлифта, выражающееся функциональной зависимостью $\overline{Q} = f(\overline{Q_в})$ при $\alpha = const$, будет

$$\overline{Q} = \frac{Q}{K} = \frac{\sqrt{q_n - (1/\alpha - 1)}}{q_n + 1}. \qquad (8)$$

Величину $\overline{Q_в}$ можно определить по формуле

$$\overline{Q}_в = \frac{Q_в}{K} = q_n \frac{p_a + \frac{\rho g h}{2}}{q_n + 1}. \qquad (9)$$

Из уравнения (8) видно, что при $q_n = \frac{1}{\alpha} - 1$ подача эрлифта равна нулю. Это соответствует условию, когда столб водовоздушной смеси поднялся на всю высоту подъемной трубы эрлифта, но вода еще не изливается. Расход воздуха, соответствующий нулевой подаче, составляет примерно 0,2…0,3 от расхода воздуха при максимальной подаче.

Подача эрлифта при определенных значениях расхода воздуха будет максимальной. Это есть вторая характерная точка на расходной характеристики эрлифта. Координаты этой точки можем получить, исследовав уравнение (8). Для этой цели в данное уравнение вводим значение $q_n = \frac{Q_{в \cdot ср}}{Q}$.

После преобразования и приведения уравнения (8) к безразмерным величинам получим

$$\left(\overline{Q}_{в \cdot ср} + \overline{Q}\right)^2 - \frac{\overline{Q}_{в \cdot ср}}{\overline{Q}} + \frac{H}{h} = 0. \qquad (10)$$

Это уравнение можно записать

$$\overline{Q}^2{}_{в.ср} + \overline{Q}_{\ в.ср}\left(2\overline{Q} - \frac{1}{\overline{Q}}\right) + \left(\frac{H}{h} + \overline{Q}^2\right) = 0$$

и тогда

$$\overline{Q}_{в.ср.1,2} = \frac{1}{2\overline{Q}} - \overline{Q} \pm \sqrt{\frac{1}{4\overline{Q}^2} - \frac{H}{h} - 1}.$$

Нетрудно видеть, что с помощью последнего уравнения можем построить две кривые (две ветви):

первая - $\overline{Q}_{в.ср.1} = \frac{1}{2\overline{Q}} - \overline{Q} + \sqrt{\frac{1}{4\overline{Q}^2} - \frac{H}{h} - 1}$,

вторая - $\overline{Q}_{в.ср.2} = \frac{1}{2\overline{Q}} - \overline{Q} - \sqrt{\frac{1}{4\overline{Q}^2} - \frac{H}{h} - 1}$,

которые в экстремальной точке сходятся.

Точки экстремума функции $F(\overline{Q}_{в.ср.},\overline{Q})$ (10) следует разыскивать только среди тех точек, в которых ее первая производная $\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}$ равна нулю, бесконечности или вовсе не существует.

Первая производная уравнения (10)

$$2\left(\overline{Q}_{в.ср}+\overline{Q}\right)\left(1+\frac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}\right)-\frac{\overline{Q}-\overline{Q}_{в.ср}\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}}{\overline{Q}^{2}}=0.$$

Так как в экстремальной точке $\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}=0$, то

$$2\left(\overline{Q}_{в.ср}+\overline{Q}\right)-\frac{1}{\overline{Q}}=0.$$

Для нахождения экстремальных точек необходимо решить следующую систему уравнений

$$\begin{cases}\left(\overline{Q}_{в.ср}+\overline{Q}\right)^{2}-\dfrac{\overline{Q}_{в.ср}}{\overline{Q}}+\dfrac{H}{h}=0;\\ 2\left(\overline{Q}_{в.ср}+\overline{Q}\right)-\dfrac{1}{\overline{Q}}=0.\end{cases}\tag{11}$$

Решая эту систему уравнений, получим квадратное уравнение

$$4\overline{Q}^{2}(H+h)-h=0,$$

имеющее корни $\overline{Q}_{1,2}=\pm\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{h}{H+h}}$.

А величина $\overline{Q}_{в.ср.1,2}=\pm\left(\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{h}{H+h}}}-\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{h}{H+h}}\right)$.

Так как уравнение (10) имеет практическое значение в первом квадранте ($\overline{Q}$ и $\overline{Q}_{в.ср}$ положительные), то максимум функция будет иметь в точке $(\alpha/2,(2-\alpha)/2\sqrt{\alpha})$. Это соответствует $q_n=2/\alpha-1$. Следовательно, для построения восходящей ветви расчетной характеристики эрлифта необходимо дать следующие значения

$$1/\alpha-1<q_n<2/\alpha-1.\tag{12}$$

С целью определения точек перегиба, находим вторую производную уравнения (10)

$$2\left(1+\frac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}\right)^2+2\left(\overline{Q}_{в.ср.}+\overline{Q}\right)\frac{d^2\overline{Q}}{d\overline{Q}^2{}_{в.ср.}}+\frac{d^2\overline{Q}}{d\overline{Q}^2{}_{в.ср.}}\cdot\frac{\overline{Q}_{в.ср.}}{\overline{Q}}+$$

$$+\frac{\overline{Q}-\overline{Q}_{в.ср.}\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}}{\overline{Q}^3}\cdot\frac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}=0.$$

Так как в точке перегиба $\dfrac{d^2\overline{Q}}{d\overline{Q}^2{}_{в.ср.}}=0$, то

$$2\left(1+\frac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}\right)^2+\frac{\overline{Q}-\overline{Q}_{в.ср.}\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}}{\overline{Q}^3}\cdot\frac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}=0.$$

Решив следующую систему уравнений

$$\begin{cases}\left(\overline{Q}_{в\cdot ср}+\overline{Q}\right)^2-\dfrac{\overline{Q}_{в\cdot ср}}{\overline{Q}}+\dfrac{H}{h}=0;\\[2ex] 2\left(\overline{Q}_{в.ср}+\overline{Q}\right)\left(1+\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}\right)-\dfrac{\overline{Q}-\overline{Q}_{в.ср}\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}}{\overline{Q}^2}=0;\\[2ex] 2\left(1+\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}\right)^2+\dfrac{\overline{Q}-\overline{Q}_{в.ср.}\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}}{\overline{Q}^3}\cdot\dfrac{d\overline{Q}}{d\overline{Q}_{в.ср.}}=0.\end{cases}\qquad(13)$$

можем определить точку перегиба. Исследования показывают, что эта точка находится на нисходящей ветви кривой, описываемой уравнением (10).

Список источников.

1. Гейер В.Г. Новые технологические схемы и средства шахтного водослива. Донецк. Изд-во ДПИ, 1972.