

Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра "Вища математика"

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 2

Донецьк -2004

УДК 512.643, 517. 944(09), 517.926, 519.61/.64, 531.38, 535.36, 539.238, 622.831.

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного технічного Університету

Протокол № 4 від 30. 05. 2003 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 2. - Донецьк: ДонНТУ, 2004. - 200с.

Процеси гуманізації й гуманітаризації освітньої системи в Україні передбачають виконання значної кількості суттєвих вимог щодо організації навчального процесу у вищих навчальних закладах. Відповідно до цього виникає нагальна потреба в особистісній зорієнтованості навчання, а саме - в створенні умов для розвитку позитивних, і в першу чергу потенцій кожного студента.

В збірнику представлено результати науково-методичних досліджень, в яких обґрунтовуються нові підходи до певних питань методики викладання вищої математики, досліджено окремі історичні аспекти розвитку математики, розглянуто низку цікавих задач з застосування математики в різних галузях науки й техніки.

Редакційна колегія: проф. Улитін Г.М. - редактор, проф. Тю Н.С., проф. Лесина М.Є, проф. Косолапов Ю.Ф., доц. Мироненко Л.П., ст. преп. Локтіонов І.К. (ДонНТУ).

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (0622) 999901.

© Донецький Національний технічний університет, 2004 р.

Универсальное свойство кривых третьего порядка

И.К. Локтионов, Т.С. Шевченко

Донецкий национальный технический университет

Для кривых третьего порядка простейшими методами установлено универсальное свойство, связанное с наличием у этих кривых центра симметрии.

Рассмотрим кривую 3-го порядка, задаваемую уравнением

$$y = \frac{1}{6}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx + d \quad (1)$$

и покажем, что любая прямая, проходящая через точку перегиба кривой (1) и пересекающая её график в двух других точках $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$, отсекает от неё фигуры равных площадей, и что, касательные, проведенные к этой кривой в точках $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$ имеют одинаковый наклон.

Найдем координаты точки перегиба $P(x_0, y_0)$ функции (1) из условия $y'' = 0$

$$x_0 = -\frac{b}{a}, \quad y_0 = \frac{5b^3 - abc + 6a^2d}{6a^2} \quad (2)$$

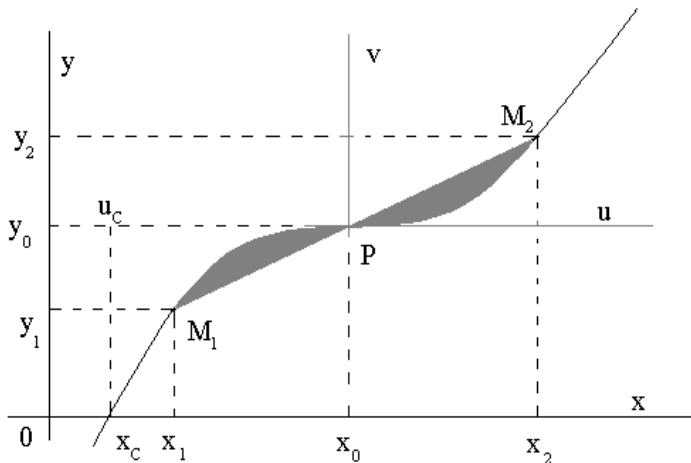
и введём новую систему координат UpV , начало которой расположено в точке $P(x_0, y_0)$, а направление осей совпадает с направлением осей старой системы XoY . Как известно, связь между координатами точки в новой и старой системах устанавливается формулами

$$x = u + x_0, \quad y = v + y_0. \quad (3)$$

Запишем теперь уравнение кривой (1), используя формулы (3)

$$v = \frac{a}{6}u^3 + y'(x_0) \cdot u, \quad (4)$$

где $y'(x_0) = ax_0^2/2 + bx_0 + c$ (очевидно, в частном случае, когда $y'(x_0) = 0$ уравнение (4) принимает более простой вид $v = au^3/6$). Поскольку функция (4) является нечетной, то любая прямая, которая проходит через точку перегиба $P(x_0, y_0)$ и пересекает её график любых других точках, отсекает от неё лунки одинаковых площадей.



Вычислим, наконец, угловые коэффициенты касательных к кривой (4) в точках M_1, M_2 . Предварительно заметим, что координаты этих точек, в силу нечетности (4), связаны соотношениями $u_1 = -u_2, v_1 = -v_2$, а точка P является серединой отрезка M_1M_2 . Угловой коэффициент касательной к кривой (4) равен

$$k = \frac{a}{2}u^2 + y'(x_0) \quad (5)$$

и зависит от u чётным образом, а это означает, что $k(M_1) = k(M_2)$, т.е. касательные к кривой (4) в точках M_1, M_2 параллельны.

В заключение отметим, что в случае когда $y'(x_0) = 0$, корень x_c уравнения

$$\frac{1}{6}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx + d = 0$$

может быть легко найден. В системе UpV этому уравнению соответствует уравнение

$$v_c = \frac{a}{6}u_c^3,$$

где $u_c = x_c - x_0, v_c = -y_0$. Из последнего равенства находим корень x_c

$$x_c = x_0 - \sqrt[3]{\frac{6y_0}{a}}.$$

Литература

1. Курош В.И. Курс высшей алгебры. М., Наука. 1973. - 455 с.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Улитин Г.М. Некоторые вопросы интегрирования линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.....	3
2. Лесина М.Е. Два случая интегрируемости уравнений Кирхгофа.....	6
3. Тю Н.С., Гусар Г.А. Дифференциал функции и его применение к обоснованию "ПРАВИЛА 70".....	14
4. Лесина М.Е. Новая задача аналитической динамики.....	17
5. Петренко А.Д. Метод медленно меняющихся амплитуд в задачах нелинейной оптики гиротропных сред.....	20
6. Лесина М.Е. Полуобратный метод в динамике систем связанных твердых тел.....	25
7. Петренко А.Д., Волков С.В. Интерполирование на основе определителя Вандермонда.....	37
8. Ехилевский С.Г., Фоменко Т.П., Медовникова А.А. Решение Феррари алгебраических уравнений четвертой степени.....	43
9. Кандауров А.С. Основы матричного исчисления в новой символической записи.....	47
10. Беловодский В.Н. Об использовании операторной схемы решения при изложении теории систем линейных дифференциальных уравнений.....	58
11. Локтионов И.К., Шевченко Т.С. Универсальное свойство кривых третьего порядка.....	63
12. Онопчук Б. П. Решение одной смешанной модельной сдвиговой задачи для полуплоскости.....	65
13. Откидач В.В., Зубченко А.К., Иванова Л.И. Концепция безопасности на производстве - теория риска.....	70
14. Лесина М.Е., Харламов А.П. Решение задачи о движении по инерции двух гиристатов Сретенского.....	74
15. Ехилевский С.Г., Вилкова И.В. Об одной непоследовательности при использовании критерия χ^2	79
16. Ехилевский С.Г., Малащенко В.В. Исследование и построение кривых второго порядка с использованием теории инвариантов.....	81
17. Ехилевский С.Г., Малащенко В.В. О выборе уровня значимости при проверке статистических гипотез.....	94
18. Захаров А.Ю. Щербак Я.Я. Низкотемпературные особенности	

проводимости в изовалентных твердых растворах	101
19. <i>Откидач В.В., Зубченко А.К., Иванова Л.И.</i> Математическая модель описания риска.....	104
20. <i>Ехилевский С.Г., Малащенко В.В.</i> Вариационный подход к получению дифференциальной функции распределения.	112
21. <i>Косолапов Ю.Ф., Константинова А.О., Хорунжая О.И.</i> Задача Коши в работах Пикара	120
22. <i>Косолапов Ю.Ф., Константинова А.О., Хорунжая О.И.</i> Задача Коши в работах Пикара. Часть 2: Проблема обоснования метода последовательных приближений	126
23. <i>Косолапов Ю.Ф., Константинова А.О., Хорунжая О.И.</i> Эмиль Пикар и характеристическая задача для линейного уравнения второго порядка	132
24. <i>Косолапов Ю.Ф., Константинова А.О., Хорунжая О.И.</i> Характеристическая задача Коши в работах Пикара. Проблема обоснования метода	138
25. <i>Косолапов Ю.Ф., Маринова Е.С., Мамичева В.Д., Драченко Л.Н., Прокопенко А.Ю.</i> К методике исследования функций и построения их графиков.....	144
26. <i>Ехилевский С.Г., Вилкова И.В.</i> Получение плотности вероятности системы зависимых, нормально распределенных величин.....	151
27. <i>Прокопенко Н.А.</i> Оптимальный синтез управления для двумерной цепной неголономной системы	152
28. <i>Лесина М.Е., Зиновьева Я.В.</i> Вращение гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона	158
29. <i>Лесина М.Е., Зиновьева Я.В.</i> Условие существования прецессии общего вида гиростата в магнитном поле	169
30. <i>Гончаров А.Н., Гончаров А.А.</i> Качественное исследование динамики одной математической модели	190