

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЖОРСТКИХ ЗАДАЧ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ НЕЛІНІЙНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ САУ

Голубєва Т.О., студент; Міщенко С. М., доц., к. т. н.
(Вінницький державний технічний університет,
м. Вінниця, Україна)

При розробці пакетів моделювання САУ виникає задача дослідження математичних моделей, які описуватимуть динаміку реальних систем. Звичайно, такою моделлю виявляється система диференціальних рівнянь, як правило, більшість з цих систем є жорсткими. Причиною цього є те, що для адекватного опису реальних фізичних процесів неможливо знехтувати так званими “малими” величинами. Врахування багатьох факторів призводить до одночасного задіявання в будь-якій точці відрізка спостереження функції, що швидко спадають, з великими та малими похідними, наприклад на рис.1 [1]:

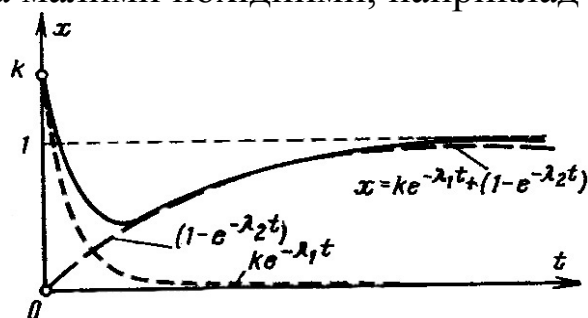


Рисунок 1—Розв'язок жорсткої системи, що складається з “швидкої” компоненти ($ke^{-\lambda_1 t}$) та “повільної” компоненти ($1 - e^{-\lambda_2 t}$)

При цьому традиційні методи розв'язання систем диференціальних рівнянь, що містять такі складові, призводять до того, що або крок методу буде дуже малим, або на певних інтервалах неможливо буде одночасно прослідкувати поведінку усіх складових. Такі системи є жорсткими, а вказані проблеми породжують методи, які спрямовані на їх розв'язання.

В зв'язку з сформульованою проблемою, потрібно ще розглядати таке поняття, як стійкість систем жорстких диференціальних рівнянь та стійкість методів їх розв'язання [2]. При цьому ефективним буде метод розв'язання, що

забезпечуватиме необхідну стійкість розв'язку при значному діапазоні зміни кроку.

Метою даної роботи є дослідження та аналіз таких методів розв'язання систем жорстких диференціальних рівнянь, які дозволять знаходити розв'язки системи в межах заданої точності, будуть стійкими та можуть бути запрограмовані на ЕОМ. Традиційно для розв'язання цих систем використовують неявні методи, наприклад, неявний метод Рунге-Кутта з автоматичним вибором кроку [2]. Але не для всіх систем ці методи можуть забезпечити стійкий розв'язок, оскільки зростання швидкої компоненти призводить до автоматичного зменшення кроку та обмеження області значень незалежного параметру. Зменшення кроку призводить до накопичення локальної помилки, яка досить часто призводить до нестійкості розв'язку. Тому увагу привертають методи, які забезпечують зміну величини кроку в широкому діапазоні, зберігаючи при цьому стійкість при обчисленнях. Такими методами є методи Гіра n-го порядку. Дослідження показали, що методи Гіра вище першого порядків дозволяють отримати більш точні розв'язки, але при цьому мають меншу стійкість. Тобто при виборі методу розв'язання потрібно знаходити компроміс між стійкістю та точністю. Як правило, методи Гіра не розглядаються вище другого порядку. Суть дослідження полягає у тому, щоб знайти загальний підхід до розробки автономних програмних модулів розв'язання систем жорстких рівнянь методами Гіра будь-якого порядку, базуючись на формулах методу, перша з яких дозволяє визначати наступне значення функції в залежності від попередніх, а друга — дозволяє визначати коефіцієнти, що задіюються у першій формулі [1]:

$$x_{n+1} = a_0 x_n + a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + \dots + a_{k-1} x_{n-k+1} + h[b_{-1} f(x_{n+1}, t_{n+1})],$$
$$\sum_{i=0}^{k-1} (-i)^i a_i + j b_{-1} = 1$$

Перелік посилань

1. Чуа Л.А., Пен-Мин Лин. Машинный анализ электронных схем.—М.: Энергия, 1980. — 638с.
2. Молчанов И. Н. Машинные методы решения прикладных задач, дифференциальные уравнения.—Киев: Наук. Думка, 1988.— 344с.