

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ МЕШАЛКИ СМЕСИТЕЛЯ

**Волочай А.В.**, студент; **Никифоров А.Н.**, доц., к.т.н.;  
**Фандеев Е.И.**, проф. д.т.н.

*(Южно-российский государственный технический университет  
(НПИ), г. Новочеркасск, Россия)*

Основным технологическим аппаратом фазы смешения при производстве углеграфитовых электродов является машина "Анод-4" [1]. Результаты исследования этого смесителя, как объекта контроля температуры, в статическом режиме представлены в работах [2, 3]. В настоящей статье дается постановка краевой задачи, решение которой позволит повысить точность контроля нестационарной температуры смешиваемой массы.

Модель мешалки рассматриваемого смесителя (рисунок 1) представлена в виде шести сплошных цилиндров: 1 - часть вала,

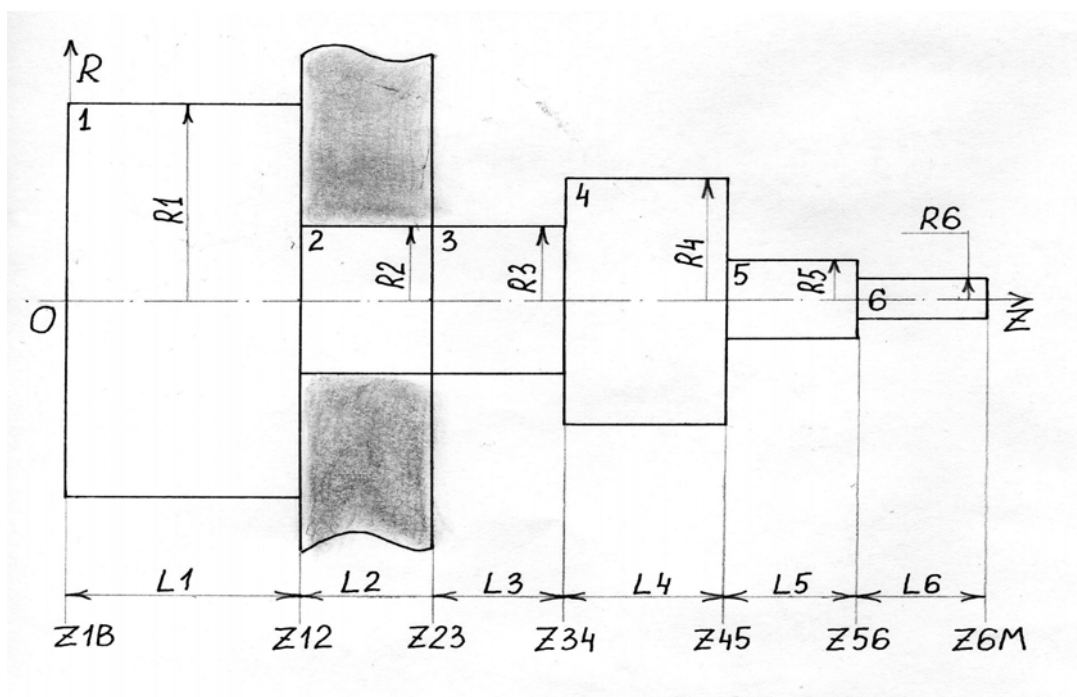


Рисунок 1-Модель мешалки смесителя  
выступающую из смесительной машины в окружающий воздух; 2 -  
часть вала, расположенная в паровой "рубашке" машины; 3 -

часть вала, соприкасающаяся с контролируемой массой внутри машины; 4 - элемент, моделирующий лопасть мешалки; 5 и 6 - элементы специальной "воронки", которая приварена к торцу вала (в элементе 6 находится термопреобразователь, с помощью которого измеряется температура смешиваемой массы).

В цилиндрической системе координат  $(r, \alpha, z)$  с учетом осесимметричности поля относительно угловой координаты  $\alpha$ , температура  $T$  является функцией пространственных координат  $r$ ,  $z$  и времени  $t$ . Нестационарное температурное поле элементов принятой модели ( $i = \overline{1,6}$ ) можно описать следующим уравнением теплопроводности:

$$\partial^2 T_i / \partial r^2 + r^{-1} \cdot \partial T_i / \partial r + \partial^2 T_i / \partial z^2 = a_i^{-1} \cdot \partial T_i / \partial t;$$

с начальными и граничными условиями, которые имеют вид:

$$\partial T_i(0, t) / \partial r = 0; \quad T_i(r, z, t = 0) = T_0,$$

где  $T_i$  - температура  $i$ -го элемента модели (ЭМ);  $a_i$  - коэффициент температуропроводности, равный  $a_i = \lambda_i / (c_i \rho_i)$ , где  $c_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $\rho_i$  - удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности и плотность материала каждого ЭМ.

Для элемента  $i = 1$  справедливы граничные условия:

$$\begin{aligned} -\lambda_1 \{ \partial T_1(r, z, t) / \partial z \} \Big|_{Z1B} &= \alpha_B (T_1 \Big|_{Z1B} - T_B); \\ -\lambda_1 \{ \partial T_1(r, z, t) / \partial r \} \Big|_{R1} &= \alpha_B (T_1 \Big|_{R1} - T_B); \\ T_1(r, z, t) \Big|_{Z12} &= T_{II}, \quad \text{где } R2 \leq r \leq R1; \end{aligned}$$

$$T_1(r, z, t) \Big|_{Z12} = T_2(r, z, t) \Big|_{Z12}, \quad \text{где } 0 \leq r \leq R2. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha_B$ ,  $T_B$  - коэффициент теплообмена и температура воздуха;  $Z1B$  - поверхность соприкосновения между первым ЭМ и окружающим воздухом в плоскости, перпендикулярной оси  $OZ$ ;  $R1$  - поверхность соприкосновения между первым ЭМ и воздухом на цилиндре радиуса  $R1$ ;  $Zij$  - поверхность соприкосновения между  $i$  и  $j$ -ым элементом в плоскости, перпендикулярной оси  $OZ$ ;

Для элемента  $i = 2$  справедливо условие (1), а также:

$$T_2(r, z, t) \Big|_{R2} = T_{II}, \quad L1 \leq z \leq L2;$$

$$T_2(r, z, t) \Big|_{Z23} = T_3(r, z, t) \Big|_{Z23}, \quad \text{где } 0 \leq r \leq R2. \quad (2)$$

Здесь  $R2$  - поверхность соприкосновения между вторым ЭМ и паровой рубашкой машины на цилиндре радиуса  $R2$ ;  $T_{II}$  - температура пара.

Для элемента  $i = 3$  справедливо условие (2), а также :

$$-\lambda_3 \left\{ \partial T_3(r, z, t) / \partial r \right\} \Big|_{R3} = \alpha_M (T_3 \Big|_{R3} - T_M(t));$$

$$T_3(r, z, t) \Big|_{Z34} = T_4(r, z, t) \Big|_{Z34}, \quad 0 \leq r \leq R3, \quad (3)$$

где  $\alpha_M$ ,  $T_M(t)$  - коэффициент теплообмена и температура смешиваемой массы;  $R_i$  - поверхность соприкосновения между  $i$ -ым элементом и массой на цилиндре радиуса  $R_i$ ;

Для элемента  $i = 4$  справедливо условие (3), а также:

$$-\lambda_4 \left\{ \partial T_4(r, z, t) / \partial r \right\} \Big|_{R4} = \alpha_M (T_4 \Big|_{R4} - T_M(t)), \text{ где } L3 \leq z \leq L4;$$

$$-\lambda_4 \left\{ \partial T_4(r, z, t) / \partial z \right\} \Big|_{Z34} = \alpha_M (T_4 \Big|_{Z34} - T_M(t)), \text{ где } R3 \leq r \leq R4;$$

$$-\lambda_4 \left\{ \partial T_4(r, z, t) / \partial z \right\} \Big|_{Z45} = \alpha_M (T_4 \Big|_{Z45} - T_M(t)), \text{ где } R5 \leq r \leq R4;$$

$$T_4(r, z, t) \Big|_{Z45} = T_5(r, z, t) \Big|_{Z45}, \text{ где } 0 \leq r \leq R5, \quad (4)$$

$$\lambda_4 \left\{ \partial T_4(r, z, t) / \partial z \right\} \Big|_{Z45} = \lambda_5 \left\{ \partial T_5(r, z, t) / \partial z \right\} \Big|_{Z45}$$

Для элемента  $i = 5$  справедливо условие (4), а также:

$$-\lambda_5 \left\{ \partial T_5(r, z, t) / \partial r \right\} \Big|_{R5} = \alpha_M (T_5 \Big|_{R5} - T_M(t)), \text{ где } L4 \leq z \leq L5;$$

$$-\lambda_5 \left\{ \partial T_5(r, z, t) / \partial z \right\} \Big|_{Z56} = \alpha_M (T_5 \Big|_{Z56} - T_M(t)), \text{ где } R6 \leq r \leq R5;$$

$$T_5(r, z, t) \Big|_{Z56} = T_6(r, z, t) \Big|_{Z56}, \text{ где } 0 \leq r \leq R6, \quad (5)$$

Для элемента  $i = 6$  справедливо условие (5), а также:

$$-\lambda_6 \left\{ \partial T_6(r, z, t) / \partial r \right\} \Big|_{R6} = \alpha_M (T_6 \Big|_{R6} - T_M(t)), \text{ где } L5 \leq z \leq L6;$$

$$-\lambda_6 \left\{ \partial T_6(r, z, t) / \partial z \right\} \Big|_{Z6K} = \alpha_M (T_6 \Big|_{Z6K} - T_M(t)), \text{ где } 0 \leq r \leq R6.$$

Здесь  $Z6K$  - поверхность соприкосновения между шестым ЭМ и смешиваемой массой в плоскости перпендикулярной оси  $OZ$ .

Поставленная задача может решаться методом переменных направлений по неявной продольно-поперечной схеме Писмена-Рэкфорда.

#### Перечень ссылок

1. Чалых Е.Ф. Оборудование электродных заводов. - М.: Металлургия, 1990. - 238 с.
2. Повышение точности измерения температуры пекококсовой композиции в процессе смешения/ Е.И. Фандеев, Т.Г. Гусакова, В.Г. Ушаков и др.// Цветные металлы, 2000. №8. - С.109-112.
3. Контроль температуры пекококсовой композиции в смесительной машине/ В.П. Фокин, Е.И. Фандеев, Т.Г. Гусакова, В.Г. Ушаков.// Тр. науч.- прак. конф. "Современные проблемы производства и эксплуатации электродной и углеродной продукции". Челябинск, 2000. - С.104 - 107.
4. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы нестационарной теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1978. - 328с.