Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра "Вища математика"

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 3

Донецьк -2005

УДК 512.643, 517. 944(09), 517.926, 519.61/.64, 531.38, 535.36, 539.238, 622.831.

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного технічного Університету
Протокол № 4 від 30. 05. 2003 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 3. - Донецьк: ДонНТУ, 2005. - 198 с.

Процеси гуманізації й гуманітаризації освітньої системи в Україні передбачають виконання значної кількісті суттєвих вимог щодо організації навчального процесу у вищих навчальних закладах. Відповідно до цього виникає нагальна потреба в особистісній зорієнтованості навчання, а саме - в створенні потенцій кожного студента.

В збірнику представлено результати науково-методичних досліджень, в яких обгрунтовуються нові підходи до певних питань методики викладання вищої математики, досліджено окремі історичні аспекти розвитку матетематики, розглянуто низку цікавих задач затосування математики в різних галузях науки і техніки.

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

УДК 539.5

Влияние центров дилатации на динамику дислокаций в гидростатически сжатом кристалле

В.В. Малашенко
Донецкий национальный технический университет

Досліджено вплив високого гідростатичного тиску на вид закону дисперсії дислокаційних коливань та величину сили гальмування взаємодіючих крайових дислокацій точковими дефектами типу центра дилатації. Показано, що цей вплив суттєво відрізняється для різних інтервалів швидкості.

Пластическая деформация гидростатически сжатых кристаллов имеет целый ряд специфических особенностей, поскольку высокое гидростатическое давление оказывает существенное влияние как на величину упругих модулей кристалла, так и на величину силы взаимодействия дислокаций между собой [1-4].

Изучению динамического движения дислокаций в кристаллах, не подверженных гидростатическому сжатию, посвящено значительное количество работ [5-8]. В работах [6-8] было показано, что при объяснении экспериментально наблюдаемого квазивязкого характера динамического торможения дислокации точечными дефектами важную роль играет вид спектра дислокационных колебаний. Исследуемый в этих работах механизм диссипации заключался в необратимом переходе кинетической энергии поступательного движения дислокации в энергию колебаний дислокационных элементов относительно “центра масс” дислокации.

Как показано в работах [1-3], кристалл, подвергнутый сильному гидростатическому сжатию, проявляет нелинейные упругие свойства. Однако при практически используемых гидростатических давлениях в большинстве случаев деформации, созданные дефектом в кристалле, малы по сравнению с деформациями всестороннего сжатия давлением p. В этом случае описание внутренних напряжений в гидростатически сжатом кристалле сводится к обычной линейной теории упругости с перенормированными упругими модулями. В частности, дислокации и точечные дефекты описываются обычным образом с заменой геометрических параметров дефектов их значениями в гидростатически сжатых кристаллах [3]. Высокое гидростатическое давление, согласно [2], не создает силу, действующую на дислокацию, однако изменяет величину взаимодействия дислокаций между собой, тем самым оказывая влияние на вид закона дисперсии дислокационных колебаний, а, следовательно, и на величину силы торможения дислокации примесями и другими точечными дефектами. Упомянутый выше механизм диссипации в условиях гидростатического сжатия до настоящего времени не изучался.

Целью настоящей работы является теоретический анализ скольжения пары краевых дислокаций, движущихся в параллельных плоскостях скольжения в гидростатически сжатом кристалле, с учетом их взаимодействия как между собой, так и с точечными дефектами кристалла.

Рассмотрим две бесконечные краевые дислокации, движущиеся под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в поле точечных дефектов, случайным образом распределенных в объеме гидростатически сжатого кристалла. Линии дислокаций параллельны оси OZ, их векторы Бюргерса параллельны оси OX, в положительном направлении которой происходит скольжение дислокаций. Дислокации движутся с постоянной скоростью v, оставаясь при этом в одной плоскости перпендикулярной плоскостям скольжения. Как известно, такая конфигурация краевых дислокаций является равновесной и устойчивой (см., например, [1]), что делает возможным возникновение в кристалле дислокационных стенок. Расстояние между плоскостями скольжения обозначим a. Дислокации могут совершать малые колебания в своих плоскостях скольжения, т.е. в плоскости XOZ и параллельной ей плоскости. Запишем уравнение движения дислокации в плоскости XOZ.

Положение дислокации определяется функцией $X(z,t)= vt +w(z,t)$, где $w(z,t)$ – случайная величина, среднее значение которой по ансамблю дефектов и расположению элементов дислокации равно нулю.

Движение дислокации описывается уравнением

$$\tilde{m}\left\{\frac{\partial X(z,t)}{\partial t^2}+\tilde{\delta}\frac{\partial X(z,t)}{\partial t}-\tilde{c}^2\frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial z^2}\right\}=\tilde{b}\sigma_0+F_{dis}+\tilde{b}\sigma_{xy}^{d}(vt+w;z) \qquad (1)$$

Здесь $\sigma_{xy}^{(d)}$ - компонента тензора напряжений, создаваемых дефектами на линии дислокации, $\sigma_{xy}^{(d)}=\sum_{i=1}^{N}\sigma_{xy,i}^{(d)}$, $\tilde{m}$ - масса единицы длины дислокации,

$\tilde{c}$ - скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле (знак $\square$ указывает на то, что значения соответствующих величин взяты для гидростатически сжатого кристалла) , N - число дефектов в кристалле, $\tilde{\delta}$ - коэффициент затухания, $\tilde{\delta} \approx B/m$, B - константа демпфирования, обусловленная прежде всего фононными механизмами диссипации. Как было показано в работе [9], влияние этих механизмов диссипации на силу торможения, создаваемую полем хаотически распределенных дефектов, мало в меру малости безразмерного параметра $\alpha = \tilde{\delta} r_0 v / c^2$, где r_0 - параметр обрезания, $r_0 \approx b$. Поскольку по порядку величины $B \le 10^{-4}\,\mathrm{Pa \cdot s}$, а линейная плотность массы дислокации $m \approx 10^{-16}$ kg /m, то $\tilde{\delta} \le 10^{12}$ $\mathrm{s^{-1}}$. Для типичных значений $r_0 \approx b \approx 3 \cdot 10^{-10}$ m, $c \approx 3 \cdot 10^3$ m/s, $v \le 10^{-1} c$, получаем, что $\alpha << 1$. Данная оценка, выполненная для кристаллов, не подверженных гидростатическому сжатию, справедлива и для нашего случая, поскольку гидростатическое давление не меняет порядка использованных здесь величин. Поэтому при вычислении силы торможения дислокации дефектами мы пренебрежем влиянием фононных и иных механизмов диссипации, дающих вклад в константу демпфирования *B*, и будем считать коэффициент затухания $\tilde{\delta}$ бесконечно малой величиной, обеспечивающей сходимость возникающих интегралов. F_{dis} - сила, действующая со стороны второй дислокации на первую в плоскости ее скольжения параллельно оси OX

$$F_{dis} = b^2 M \frac{x(x^2 - y^2)}{r^4} \approx -\frac{b^2 M w}{a^2}, \qquad M = \frac{\mu}{2\pi(1-\gamma)}, \qquad (2)$$

где γ - коэффициент Пуассона, μ - модуль сдвига. При получении этой формулы мы учли, что $w << a$ и $r \approx a$.

В работе [2] было показано, что в условиях гидростатического сжатия сила притяжения дислокаций друг к другу увеличивается: появляется дополнительная сила, пропорциональная величине гидростатического давления и обратно пропорциональная расстоянию между дислокациями.

$$F_{dis} = b^2 \frac{x(x^2 - y^2)}{2\pi(1-\gamma)r^4} pN_p \qquad (3)$$

где

$$\psi = 2K_1 - \frac{K_2\lambda}{\mu}, \qquad K_1 = -\frac{\frac{1}{2}\lambda - \mu + 3l - m + \frac{1}{2}n + p}{3\lambda + 2\mu + p}, \qquad (4)$$

$$K_2 = -\frac{3\lambda + 6\mu + 3m - \frac{1}{2}n - 2p}{3\lambda + 2\mu + p}, \qquad N_p = K_2 + \psi\frac{(1-2\gamma)^2}{2(1-\gamma)} \geq 0. \qquad (5)$$

Здесь λ, μ - коэффициенты Ламе, l, m, n - коэффициенты Мурнагана. В работе [2] было показано, что в обычно используемом в настоящее время диапазоне гидростатических давлений зависимостью K_1 и K_2 от p можно пренебречь, как впрочем и изменениями вектора Бюргерса.

Точечные дефекты, как и в работе [6], будем считать центрами дилатации с плавно обрезанными полями напряжений на расстояниях порядка радиуса дефекта R

$$\sigma_{xy}(\mathbf{r}) = \tilde{\mu}R^3\tilde{\varepsilon}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\frac{1-\exp(-r/R)}{r}. \qquad \sigma_{xy}(\mathbf{q}) = 4\pi\tilde{\mu}R^3\tilde{\varepsilon}\frac{q_x q_y}{q^2}\frac{R^{-2}}{q^2 + R^{-2}}. \qquad (6)$$

Применяя метод, развитый ранее в работах [6-8], силу торможения дислокации точечными дефектами представим в виде

$$F = \frac{nb^2}{8\pi^2 m}\int \mathrm{d}^3q\left|q_x\right|\left|\sigma_{xy}(\mathbf{q})\right|^2 \delta\left[q_x^2 v^2 - \omega^2(q_z)\right] \qquad (7)$$

где $\omega(q_z)$ - закон дисперсии дислокационных колебаний. Воспользовавшись стандартной процедурой преобразования Фурье и перейдя в систему “центра масс” дислокации, получим закон дисперсии в явном виде

$$\omega(q_z) = \sqrt{\Delta^2(p) + c^2 q_z^2}, \qquad (8)$$

где

$$\Delta(p)=\Delta_0(1+\beta p)\,; \qquad \beta=\frac{N_p}{M}\,; \qquad \Delta_0=\frac{\tilde{c}}{a}\sqrt{\frac{2}{\ln(L/r_0)}}\,. \quad (9)$$

Здесь L - величина порядка длины дислокации, r_0 - величина порядка атомных расстояний ($r_0 \approx b$).

Как известно, динамическое взаимодействие дефектов с дислокацией в зависимости от скорости дислокационного скольжения может иметь как коллективный характер, так и характер независимых столкновений [6-8]. Чтобы напомнить смысл этих понятий, обозначим время взаимодействия дислокации с точечным дефектом $t_{def} \approx (R/v)$, время распространения возмущения вдоль дислокации на расстояние порядка среднего расстояния между дефектами обозначим $t_{dis} \approx (l/c)$, где l - среднее расстояние между дефектами. В области независимых столкновений $v > v_d = R\Delta_d = R\frac{c}{b}(n_0\varepsilon^2)^{1/3}$ выполняется неравенство $t_{def} < t_{dis}$, т.е. элемент дислокации за время взаимодействия с точечным дефектом не испытывает на себе влияния других дефектов. В области коллективного взаимодействия ($v < v_d$), наоборот, $t_{def} > t_{dis}$, т.е. за время взаимодействия дислокации с дефектом данный дислокационный элемент успевает “почувствовать” влияние других дефектов, вызвавших возмущение дислокационной формы. В работах [6-8] исследовалось движение одиночной дислокации в поле точечных дефектов, гидростатическое сжатие отсутствовало. При высоких ($v > v_d$) и низких ($v < v_d$) скоростях характер торможения дислокации оказывается существенно различным.

В настоящей работе возможны два случая. Случай $\Delta(p) < \Delta_d$ особого интереса не представляет, т.к. данное неравенство означает, что определяющее влияние на формирование закона дисперсии, а, следовательно, и на величину критической скорости, и на величину силы торможения оказывает не взаимодействие дислокаций между собой, а коллективное взаимодействие дефектов. Поэтому влияние гидростатического давления во всей динамической области сведется к перенормировке упругих модулей кристалла. В случае $\Delta(p) > \Delta_d$, наоборот, дислокационное взаимодействие оказывается доминирующим. Тогда, выполняя вычисления, аналогичные произведенным в [6-8], получим, что в гидростатически сжатом кристалле также существуют две существенно различные области, однако теперь критическая скорость, определяющая границу этих областей (обозначим ее v_p), будет зависеть от величины гидростатического давления

$$v_p = v_0(1+\beta p) \ ; \qquad\qquad v_0 = R\Delta_0 \ . \qquad (10)$$

В области высоких скоростей ($v > v_p$) сила торможения дислокации точечными дефектами обратно пропорциональна скорости движения дислокации и имеет такой же вид, как и в кристалле, не подверженном гидростатическому сжатию [6,7], с той лишь разницей, что значения соответствующих величин, входящих в полученное выражение, необходимо брать для гидростатически сжатого кристалла. Таким образом, в этой области скоростей даже в том случае, когда дислокационное взаимодействие является определяющим, зависимость силы торможения от величины давления проявляется только в перенормировке упругих модулей кристалла.

$$F = \frac{\pi \tilde{n}_0 \tilde{b}^2 \tilde{\mu}^2 \tilde{\varepsilon}^2 R}{3\tilde{m}\tilde{c}v} \ . \qquad (11)$$

Ситуация существенно изменяется в области низких скоростей $(v < v_p)$, в которой появляется явная зависимость силы торможения от величины гидростатического давления

$$F = \frac{\pi \tilde{n}_0 \tilde{b}^2 \tilde{\mu}^2 \tilde{\varepsilon}^2 v}{3\tilde{m}\tilde{c}R\Delta_0^2(1+\beta p)^2} = \frac{2\pi^2(1-\tilde{\gamma})\tilde{n}_0 \tilde{\mu}\tilde{\varepsilon}^2 a^2 v}{3\tilde{c}R(1+\beta p)^2} \ . \qquad (12)$$

При получении этой формулы мы воспользовались выражением для массы дислокации из работы [1]

$$\tilde{m} = \frac{\tilde{\rho}\tilde{b}^2}{4\pi(1-\tilde{\gamma})} \ln\frac{L}{r_0} \ , \qquad (13)$$

где $\tilde{\rho}$ - плотность кристалла.

Чтобы оценить степень влияния гидростатического давления на исследуемые величины, воспользуемся численными оценками работы [2]. По оценкам авторов [2] при давлении 10^9 Pa в кристаллах иодида калия сила взаимодействия между дислокациями увеличивается на 65%. Тогда величина критической скорости v_p увеличится на 28%, а сила торможения дислокации точечными дефектами уменьшится на 40%.

Таким образом, в области низких скоростей влияние гидростатического давления оказывается более существенным, чем в области высоких, причем увеличение давления приводит к уменьшению силы торможения, обусловленной рассматриваемым механизмом диссипации.

Полученные результаты могут быть полезными при анализе движения дислокационных стенок в гидростатически сжатых кристаллах.

Литература

1. Косевич А.М. Дислокации в теории упругости.- Киев: Наукова думка.-1978.- 220 с.
2. Токий В.В., Зайцев В.И.. // ФТТ.- 1973. -Т.15,№ 8.- С.2460-2467.
3. Косевич А.М., Токий В.В., Стрельцов В.А. // ФММ. -1978.- Т.45, №6.- С. 1135-1144.
4. МалашенкоВ.В., Малашенко Т.И.// ФТВД .-2002.- Т.12, №2.- С.57-59.
5. Альшиц В.И., Инденбом В.Л. //УФН.- 1975.- Т.115, № 3.-С.3-39.
6. Malashenko V.V., Sobolev V.L. , Khudik B.I.// Phys. Stat. Sol. (b).- 1987.- V.143, № 2.- P.425-431.
7. МалашенкоВ.В. //ФТТ.- 1987.- Т. 29, №5.- С.1614-1616.
8. МалашенкоВ.В. //ФТТ.- 1997.- Т. 39, №3.- С.493-494.
9. Natsik V.D., Chishko K.A.// Crystal Res. and Technol.- 1984.- V.19, №6.- P.763-767.

СОДЕРЖАНИЕ