К.ф-м.н. Галиахметов А.М., Подбельный Д.Е.
Донецкий национальный технический университет, Украина

Точная двухкомпонентная модель в космологии Эйнштейна - Картана

Недавние астрономические и космологические наблюдения [1, 2] свидетельствуют в пользу пространственно – плоской Вселенной, которая доминирована темной энергией и находится на стадии ускоренного расширения. Однако, в настоящее время, преждевременно полностью пренебрегать пространственной кривизной. В этой связи необходимо отметить работы (см, например, [3 - 5]). Характерная особенность современной космологии – существенно возросшая точность измерений, позволяет специалистам, работающим в этой области, говорить об эпохе "прецизионной космологии" [6, 7]. В этом контексте большой интерес представляют точные космологические решения, которые дают возможность выяснить детальную картину эволюции моделей.

В работе в рамках проблемы выбора кандидата на роль темной энергии и существования точно интегрируемых космологических моделей в теории Эйнштейна – Картана (ТЭК) с неминимально связанным скалярным полем [8-13] рассматриваются открытые модели для духового (ghost) скалярного поля с учетом его потенциала и ультрарелятивисткого газа. Интерес к потенциалу скалярного поля V(Ф) в общерелятивистских теориях гравитации обусловлен рядом обстоятельств: его ролью в изотропизации анизотропных космологических моделей, его учетом в моделях с частицеподобными решениями; модели с V(Ф) естественно возникают в альтернативных теориях гравитации и супергравитации, в теориях струн и бран; скалярный потенциал управляет инфляцией и активно используется в моделях темной материи и темной энергии (виды применявшихся $V(\Phi)$ приведены в обзорах [14, 15]).

Лагранжиан модели выбираем в виде:

$$L = -R(\Gamma)/2æ - (1/2)[\Phi_{,k}\Phi^{,k} + \xi R(\Gamma)\Phi^2] - V(\Phi) + L_p . \qquad (1)$$

Здесь $R(\Gamma)$ – скалярная кривизна связности $\Gamma^k_{ij} = \{^k_{ij}\} + S^{..k}_{ij.} + 2S^k_{.(ij)}$; $\{^k_{ij}\}$ – символы Кристоффеля 2-го рода; $S^{..k}_{ij.} = \Gamma^k_{[ij]}$ – тензор кручения; $æ = 8\pi G$ – гравитационная постоянная Эйнштейна, L_p - лагранжиан ультрарелятивистского газа.

Отметим, что уравнение скалярного поля, соответствующее лагранжиану (1), в отсутствие кручения при $\xi = 1/6$ и $V(\Phi) = 0$ будет конформно-инвариантным.

Варьируя действие с лагранжианом (1) по g_{ij}, S_k, Φ получим

$$G_{ij}(\{\}) = æ(T^s_{ij} + T^p_{ij}) + \Lambda_{ij} , \qquad (2)$$

$$S^k = (3/2)\Psi\xi\Phi\Phi^{,k} , \qquad (3)$$

$$\Box\Phi - \xi\Phi R(\Gamma) - V' = 0 , \qquad (4)$$

где

$$T^s_{ij} = -\{\Phi_{,i}\Phi_{,j} - (1/2)[\Phi_{,m}\Phi^{,m} + \xi R(\{\})\Phi^2 + 2V(\Phi)]g_{ij} + \xi[-2S_i\nabla_j$$

$$-2S_j\nabla_i + 2g_{ij}S^n\nabla_n - \nabla_i\nabla_j + g_{ij}\nabla_k\nabla^k + R_{ij}(\{\}) - \Lambda_{ij}]\Phi^2\} ,$$

$$\Lambda_{ij} = (8/3)S_iS_j - (4/3)S_kS^k g_{ij}., \quad T^p_{ij} = (\varepsilon_p + P_p)U_iU_j - P_p g_{ij} . \qquad (5)$$

Здесь $\Box$ – оператор Д'Аламбера в римановом пространстве, $\Psi = -æ(1+\xi æ\Phi^2)^{-1}$; $V' = \partial V/\partial\Phi$; ε_p, P_p - плотность энергии и давление ультрарелятивистского газа.

В метрике открытых однородных изотропных моделей

$$ds^2 = a^2(\eta)[-dr^2 - sh^2(r)(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\varphi^2) + d\eta^2] \qquad (6)$$

для ультрарелятивистского газа справедливо

$$\varepsilon_p = 3P_p = C_p a^{-4}, \qquad C_p = const \qquad (7)$$

Потенциал скалярного поля возьмем в виде

$$V(\Phi) = C_2(1 + \xi æ \Phi^2)^2, \qquad C_2 = \text{const} \tag{8}$$

При наложении условий:

$$C_p^2 = \frac{6}{æ} C_1^2, \qquad C_2 = \frac{8}{3æ^2 C_p}, \qquad \xi < 0,$$

где $C_1 > 0$ - первый интеграл полевых уравнений, решение можно представить в элементарных функциях

$$a(t) = A\,\text{sh}Ht, \qquad \Phi(t) = B\,\text{cth}Ht,$$

где

$$A = \beta\lambda^{-1/2}, \qquad H = \beta^{-1}\lambda^{3/2}C_1, \qquad \beta = \left(æ|\xi|\right)^{1/4},$$

$$\lambda = \frac{2}{C_p}\sqrt{\frac{|\xi|}{æ}}, \qquad B = \left(æ|\xi|\right)^{-1/2}.$$

Решение существует для $t \in [0, \infty)$ и описывает сингулярную модель с асимптотиками

$$a|_{t\to 0} \sim t, \qquad \Phi|_{t\to 0} \sim t^{-1}, \qquad a|_{t\to\infty} \sim e^{Ht}, \qquad \Phi|_{t\to\infty} \simeq B.$$

Ускоренное экспоненциальное расширение масштабного фактора на поздних этапах эволюции позволяет рассматривать данную двухкомпонентную модель в теории Эйнштейна – Картана как возможную модель темной энергии.

Литература:

1. Riess A.G. et al. // Astron J. – 1998. – v. 116. – P. 1009.
2. Perlmutter S.J. et al. // Astron J. – 1999. – v. 517. – P. 565.
3. G.Ellis., W. Stoerger., P. McEwan., P. Dunsby // Gen. Rel. Grav. – 2002. – v. 34. – P. 1445.
4. G. Efstathiou // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2003. – v. 343. – P. L 95.
5. S. del Campo., R. Herrera., J. Saaverdra // Int. J. Mod. Phys. – 2005. – v. D 14. – P. 1.
6. Melchiori A., Mercini L., Odman C.J., Trodden M. // Phys. Rev. D. – 2003. – v. 68, 043509.

7. Сажин М.В. // УФН. – 2004. – т. 174. - № 2. – С. 197 – 205.
8. Jha R., Lord E., Sinha K. // Gen. Relativ. and Gravit. - 1988. - v.20. -№6. – P. 565-571.
9. De Ritis R., Scudellaro P., Stornaiolo C. // Phys. Lett.- 1988. - v. A126.- №7. –P. 389-392.
10. Galiakhmetov A. M. // "GR 14" Abst., August 6-12 1995, Florense, Italy. - P. B75.
11. Krechet V.G., Sadovnikov D. V. // Gravitation and Cosmology. - 1997. – v.3. – № 2 (10). – P. 133 – 140.
12. Галиахметов А.М. // Изв. вузов. Физика. – 2003. – № 7. – С. 23-28.
13. Galiakhmetov A. M. // Gravitation and Cosmology. - 2004. – v.10 – № 4 (40). – P. 300 – 304.
14. Sahni V., Starobinsky A.A. // IJMP. – 2000. - v. D 9. – P. 373.
15. Peebles P.J.E., Ratra B. // Rev. Mod. Phys. – 2003. – v. 75. – P. 599.