

УСТАНОВЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВИБРОЗАЩИТНОГО УСТРОЙСТВА ПРИ ДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНОЙ НАГРУЗКИ НА ИСПОЛНИТЕЛЬНОМ ОРГАНЕ.

Гуляев В.Г., докт. техн. наук, проф.,
Шевченко А.А., магистрант,
Донецкий национальный технический университет

Для снижения динамических нагрузок в трансмиссиях приводов шнековых комбайнов в их исполнительные органы (ИО) встраиваются виброзащитные устройства (ВЗУ) конструкции ДПИ и Горловского машзавода [1].

Особенности конструкции ВЗУ, методика определения их характеристик и эффективность применения рассмотрены в работах [1, 2]. В работах [3, 4] показана целесообразность создания ВЗУ с регулируемыми параметрами, обеспечивающими эффективность снижения динамической нагруженности трансмиссии приводов исполнительных органов очистных комбайнов (ОК) при действии как высокочастотных детерминированных нагрузок, так и кратковременных возмущений импульсного типа.

Учитывая, что доля дисперсии высокочастотных крутильных колебаний в трансмиссиях приводов исполнительных органов достигает 50 - 60 % от общей дисперсии, представляет интерес решение поставленного в заголовке вопроса при действии на исполнительный орган только случайного возбуждения, формируемого силами резания и подачи на резцах, без учета колебаний в автономной системе «комбайн-забой».

Принимаем следующие допущения:

- ВЗУ функционирует в пределах линейной упруго - диссипативной характеристики;

- не учитываем связь трансмиссии с двигателем;

- не учитываем упругие и диссипативные характеристики трансмиссии;

- принимаем спектральную плотность возмущения на исполнительном органе $M_c(t)$ в виде «белого шума»:

$S_{M_c}(\omega) = S_0 = const$, если $0 \leq \omega \leq \omega_0$; $S_{M_c}(\omega) = 0$, если $\omega > \omega_0$, S_0 - постоянная плотность возмущений в полосе частот $0 \leq \omega \leq \omega_0$, где ω_0 - верхняя граница исследуемого частотного диапазона.

С учетом принятых допущений, динамическая модель рассматриваемого объекта представляет одномассовую колебательную систему, рис.1.

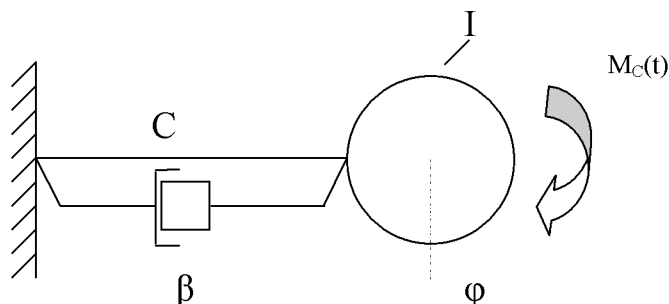


Рис.1 Динамическая модель ИО с ВЗУ

Защемление соответствует ступице ВЗУ, C и β – коэффициенты крутильной жесткости и демпфирования ВЗУ;

I – момент инерции исполнительного органа с ведомыми деталями ВЗУ;

φ – угловая деформация упруго – диссипативной связи ВЗУ.

Математическую модель (ММ) системы «исполнительный орган - ВЗУ» запишем в виде:

$$I\ddot{\varphi} + \beta\dot{\varphi} + C\varphi = M_C(t). \quad (1)$$

Будем считать, что коэффициенты I , C и β – постоянные вещественные числа, тогда уравнение (1) описывает динамику линейной колебательной системы «исполнительный орган - ВЗУ» под действием случайного воздействия $M_C(t)$.

Решая уравнение (1), необходимо определить спектральные плотности: угловой деформации $S_\varphi(\omega)$, угловой скорости $S_{\dot{\varphi}}(\omega)$, углового ускорения $S_{\ddot{\varphi}}(\omega)$, соответствующие дисперсии $(D_\varphi, D_{\dot{\varphi}}, D_{\ddot{\varphi}}, D_{M_R})$ и параметры C и β , обеспечивающие минимизацию действующего на ступицу реактивного момента M_R при заданных значениях момента инерции I .

Для решения поставленной задачи можно применить методику расчета виброзащиты методом комплексных амплитуд [5,6]. Применяем комплексные обозначения для возмущения $M_C(t)$ и реакции системы φ :

$$\overline{M}_C = M_0 e^{i\omega t}; \quad \overline{\varphi} = \varphi_0 e^{i\omega t} \text{ и получаем соотношение}$$

$$(-I\omega^2 + i\beta\omega + C)\varphi_0 e^{i\omega t} = M_0 e^{i\omega t}, \quad (2)$$

Из соотношения (2) находим комплексную частотную характеристику исследуемой системы по угловому перемещению φ :

$$W_{\varphi}(i\omega) = \frac{\bar{\varphi}}{M_c} = \frac{1}{C - I\omega^2 + i\beta\omega}. \quad (3)$$

Приводим уравнение (1) к стандартному виду, поделив левую и правую его части на I :

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + P^2\varphi = I^{-1} \cdot M_c(t), \quad (4)$$

Где $n = \frac{\beta}{2I}$, – коэффициент затухания, c^{-1} .

$P = \sqrt{\frac{C}{I}}$ – собственная частота системы «ИО - ВЗУ», c^{-1} (без учета демпфирования).

С учетом (4) приводим уравнение (3) к виду:

$$W_{\varphi}(i\omega) = \frac{1}{C} \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{P^2}\right) + i\left(\frac{2n}{P}\right)\left(\frac{\omega}{P}\right)}. \quad (5)$$

Тогда спектральную плотность угла поворота φ ИО $S_{\varphi}(\omega)$ можно определить, согласно [1,5] по выражению:

$$S_{\varphi}(\omega) = |W_{\varphi}(i\omega)|^2 \cdot S_{M_c}(\omega). \quad (6)$$

При $0 \leq \omega \leq \omega_0$:

$$S_{\varphi}(\omega) = \frac{S_0}{C^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{P^2}\right)^2 + \left(\frac{2n}{P}\right)^2 \left(\frac{\omega}{P}\right)^2}. \quad (7)$$

При $\omega > \omega_0$ $S_{\varphi}(\omega) = 0$.

Так как $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, то $\bar{\dot{\varphi}} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt} = i\omega\bar{\varphi}$, а частотная характеристика по скорости колебаний будет:

$$W_{\dot{\varphi}}(i\omega) = i\omega \cdot W_{\varphi}(i\omega). \quad (8)$$

Для спектральной плотности скорости крутильных колебаний $\dot{\varphi}$ $S_{\dot{\varphi}}(\omega)$ получаем выражение:

$$S_{\dot{\varphi}}(\omega) = |i\omega \cdot W_{\varphi}(i\omega)|^2 \cdot S_{M_c}(\omega) = \omega^2 S_{\varphi}(\omega). \quad (9)$$

Аналогично спектральная плотность ускорения $\ddot{\varphi}$ получает вид:

$$S_{\ddot{\varphi}}(\omega) = \omega^4 S_{\varphi}(\omega).$$

На ступице ВЗУ, жестко связанной с выходным валом трансмиссии, формируется реактивный момент M_R :

$$M_R = C\varphi + \beta\dot{\varphi}. \quad (10)$$

В комплексном выражении $\overline{M}_R = (C + i\beta\omega)\overline{\varphi}$, а частотная характеристика по моменту:

$$W_{M_R}(i\omega) = (C + i\beta\omega) \cdot W_{\varphi}(i\omega). \quad (11)$$

Следовательно, спектральная плотность реактивного момента M_R (нагрузки формируемой ВЗУ и передаваемой в трансмиссию привода) будет определяться как [5]:

$$S_{M_R}(\omega) = |W_{M_R}(i\omega)|^2 \cdot S_{M_C}(\omega) = C^2 S_{\varphi}(\omega) + \beta^2 S_{\dot{\varphi}}(\omega). \quad (12)$$

Для анализа физики преобразования случайного процесса возмущения $M_C(t)$ на ИО в реактивный момент M_R на ступице ВЗУ, можно использовать заимствованные из работы [5] и представленные на рис. 2 графики спектральной плотности $S_{\varphi}(\omega)$, $S_{M_R}(\omega)$, полученные при $\omega_0 > P$ и относительном коэффициенте демпфирования $\xi = \frac{n}{P} = 0,2$.

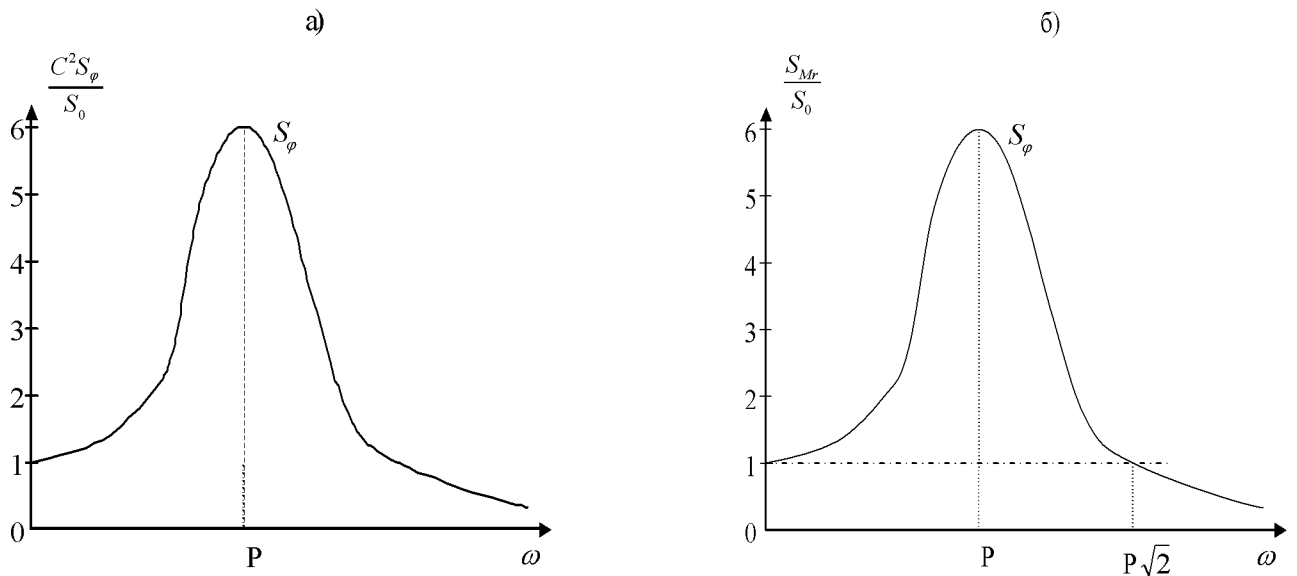


Рис. 2 Графики спектральных плотностей $S_{\varphi}(\omega)$ -а), $S_{M_R}(\omega)$ - б).

Анализ графиков $S_\varphi(\omega)$ и $S_{M_R}(\omega)$ показывает, что при постоянной плотности случайного воздействия $M_C(t)$ ($S_0 = \text{const}$), спектр крутильных колебаний исполнительного органа не равномерен: система «ИО - ВЗУ» усиливает колебания с частотами, близкими к собственной ее частоте P и ослабляет ее высокочастотные колебания.

Площадь под графиком спектральной плотности, как известно [1] характеризует дисперсию случайного процесса. Поэтому определение дисперсии случайных величин $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, M_R$ сводится к вычислению интегралов типа:

$$D_\varphi = \int_0^\infty S_\varphi(\omega) d\omega = \int_0^\infty |W_\varphi(i\omega)|^2 S_{M_C}(\omega) d\omega. \quad (13)$$

Если ввести параметр $z = \frac{\omega_0}{P}$ (отношение частоты среза ω_0 к собственной частоте P), то дисперсию D_φ можно выразить [5] как:

$$D_\varphi = \frac{S_0 P}{C^2} \int_0^z \frac{dz}{(1-z^2)^2 + 4\xi^2 z^2}. \quad (13a)$$

Для вычисления D_φ по формуле (13a) можно использовать табличные интегралы [5].

На рис. 3 представлен график зависимости дисперсии угла поворота ИО D_φ от параметра $z = \frac{\omega_0}{P}$ при $\xi = \frac{n}{P} = 0,2$ [5].

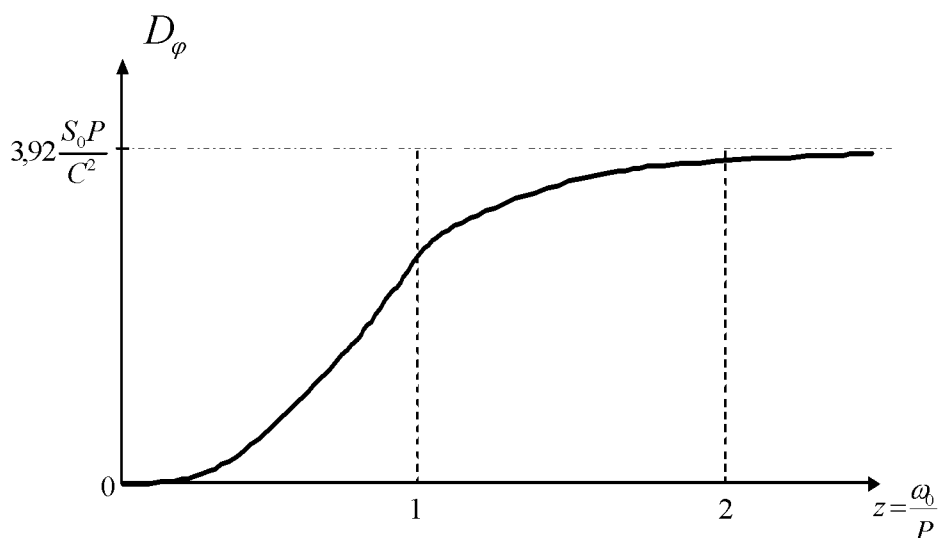


Рис. 3 зависимость D_φ от z при $\xi = 0,2$.

Как видно из рис. 3, дисперсия D_φ возрастает главным образом за счет колебаний ИО с частотами, близкими к собственной частоте системы «ИО-ВЗУ». Следовательно, в этой области частотного диапазона в большей степени будет проявляться и эффект демпфирования крутильных колебаний.

Для случая, когда спектр случайных возмущений не ограничен (частота среза $\omega_0 \rightarrow \infty$), дисперсия угловых ограничений ИО остается ограниченной и стремится к величине:

$$D_\varphi \rightarrow \frac{\pi S_0 P}{4 C^2 \xi} = \frac{\pi S_0 P^2}{4 C^2 n}. \quad (14)$$

Из формулы (14) следует, что дисперсия D_φ и среднеквадратическое значение угловых деформаций ВЗУ ($\sigma_\varphi = \sqrt{D_\varphi}$) снижаются с увеличением коэффициента крутильной жесткости C и коэффициента вязкости демпфирующих сил n . Снижению σ_φ способствует так же увеличение I , так как при этом уменьшается собственная частота колебаний системы «ИО - ВЗУ» $P = \sqrt{\frac{C}{I}}$.

При $\omega_0 \rightarrow \infty$ дисперсия скорости колебаний $D_{\dot{\varphi}}$ так же остается ограниченной и стремится к величине [5]:

$$D_{\dot{\varphi}} = \frac{\pi S_0 P^4}{4 C^2 n}. \quad (15)$$

Дисперсию реактивного момента D_{MR} , действующего на ступицу ВЗУ и трансмиссию при неограниченном спектре $M_C(t)$, определим согласно выражению (12), подставив в него значения $D_\varphi, D_{\dot{\varphi}}$ при $\omega_0 \rightarrow \infty$.

$$D_{MR} = C^2 D_\varphi + \beta^2 D_{\dot{\varphi}} = \frac{\pi}{4} S_0 P \left(\frac{P}{n} + \frac{4n}{P} \right) \quad (16)$$

Анализ выражения (16) показывает, что дисперсия реактивного момента на ступице ВЗУ существенно зависит от характеристики демпфирования n :

1) если демпфирование мало ($n \rightarrow 0$), дисперсия D_{MR} возрастает неограниченно, главным образом за счет роста амплитуд колебаний в полосе частот, близких к собственной частоте P системы «ИО - ВЗУ»;

2) при высоком демпфировании ($n \rightarrow \infty$) система «ИО - ВЗУ» превращается из колебательной в апериодическую ($\xi \gg 1$) и

возмущающий момент $M_C(t)$ передается непосредственно в трансмиссию привода ИО;

3) Минимальному значению дисперсии $D_{MR_{\min}} = \pi S_0 P$ при неограниченном по частоте спектре $M_C(t)$ в виде белого шума соответствует относительно высокий коэффициент затухания $n = 0,5P$ ($\xi = 0,5$);

4) Эффективность ВЗУ, как и при периодических нагрузках на ИО [3,4], повышается при снижении его собственной частоты P , что достигается уменьшением коэффициента жесткости C при заданном значении I ;

Если отнести момент инерции ступицы ВЗУ к ИО и рассмотреть схему последовательно соединенных упруго – диссипативных элементов ВЗУ ($C; \beta$) и редуктора ($C_P; \beta_P$) то расчетная схема по рис. 1 останется неизменной.

Защемление будет соответствовать условно неподвижному ротору электродвигателя, который соединен с ИО посредством последовательно включенных редуктора и ВЗУ с эквивалентными значениями коэффициентов крутильной жесткости C_{Σ} и демпфирования β_{Σ} . При этом согласно [1]:

$$C_{\Sigma} = \frac{C \cdot C_P}{C + C_P};$$
$$\beta_{\Sigma} = \frac{C_{\Sigma}^2}{2\pi\omega} \left(\frac{\psi}{C} + \frac{\psi_P}{C_P} \right);$$

где C_P и ψ_P - коэффициенты соответственно жесткости и поглощения энергии колебаний редуктора без ВЗУ.

В этом случае рассмотренная выше методика исследования динамики системы привода ИО может быть применена для анализа трансформации динамической системы внешнего возмущения $M_C(t)$ типа белого шума с учетом упруго – демпфирующих характеристик ВЗУ и трансмиссии.

Выводы:

1. При проектировании ВЗУ необходимо учитывать полученные результаты исследований и выявленные закономерности влияния характеристик демпфирования и упругости ВЗУ на формирование динамического воздействия на трансмиссию при случайной нагрузке на ИО;

2. Учитывая, что в автономной системе «комбайн - забой» возмущения на ИО содержат и колебательные составляющие разной физической природы, оптимальные параметры ВЗУ необходимо определять, решая задачу оптимизации компромиссным методом с учетом полного спектра эксплуатационных нагрузок;

3. Целесообразно создание и применение ВЗУ с управляемыми параметрами для возможности адаптации к конкретным эксплуатационным условиям.

Список источников:

1. Проектирование и конструирование горных машин и комплексов/(учебник для ВУЗов)/ Г. В. Малеев, В. Г. Гуляев, Н. Г. Бойко, П. А. Горбатов, В. А. Межаков. – М.: Недра, 1988 – 368с.
2. Анализ надежности систем привода исполнительных органов очистных комбайнов с виброзащитными устройствами/ В. Г. Гуляев, П. А. Горбатов, Ю. А. Кривченко и др. // Изв. ВУЗов. Горный журнал. – 1990. - № 7. – с. 85 – 91.
3. Гуляев В. Г. Динамика системы привода исполнительного органа горного комбайна с демпфирующим устройством // Разработка месторождений полезных ископаемых. Вып. 75. К.: Техника, 1986. – с. 75 – 81.
4. Шевченко А. А., Гуляев В. Г. Управление динамическими свойствами привода исполнительного органа очистного комбайна // Збірник наукових праць (IX науково – технічна конференція аспірантів та студентів). 20 – 22 травня 2009 р., м. Донецьк. – с. 112 – 114.
5. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний // М.: Высшая школа , 1980. – 408 с.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, - 332 с.