УДК 622.8.7:502

МЕХАНИКА ПРОЦЕССА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДАВЛЕНИЯ ПЫЛИ

Гого В.Б. канд. техн. наук, Малеев В.Б. докт. техн. наук,
Донецкий национальный технический университет

Исследована механика процесса гидродинамического подавления пыли на основе модели взаимодействия одиночной капли жидкости и твердой частицы пыли в сложном поступательно-вращательном движении.

Mechanics of process of hydrodynamic suppression of dust on the basis of model of co-operation of single drop of liquid and hard particle of dust in difficult forward-rotatory motion is explored.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Актуальной проблемой для национальной угольной промышленности является снижение уровня заболеваемости пневмокониозом, вызванного запыленностью шахтного воздуха. Практика показала, что наиболее эффективными в борьбе с пылью являются гидроорошение и гидропылеулавливание. Анализ теоретических работ по гидропылеулавливанию Позднякова Г.А., Ищука И.Г., Губаря В.Ф., Солодовникова А.Н. и др. показал, что математическое решение известных уравнений по смачиванию частиц угля не отражает вопросов механики взаимодействия капли жидкости и твердой частицы пыли, поэтому все разработки основывались на экспериментальных исследованиях. Таким образом, решение задачи о механике взаимодействия капли жидкости и твердой частицы пыли позволит описать систему взаимодействующих капель и твердых частиц пыли, на основе которой можно рассчитать энергетические затраты на процесс защиты от пыли и его оптимизировать. Следовательно, механика процесса гидродинамического подавления пыли является задачей актуальной как в научном плане, так и в вопросах охраны труда.

Во всех известных работах по динамике взаимодействия одиночной капли и частицы рассматривается линейные движения и соударения. В реальности и капля и твердая частица совершают сложное движение – поступательно-вращательное. Поступательное и вращательное движение для этих тел создается газовым потоком, в котором происходит их взаимодействие как в вязкой среде.

Постановка задачи. Рассмотрим идеальный случай взаимодействия только одной капли и частицы в сложном поступательно-вращательном взаимодействии.

В общем виде капля и твердая частица образуют систему двух тел массами (m) и ($\overline{m}$), представленную на рис. 1.

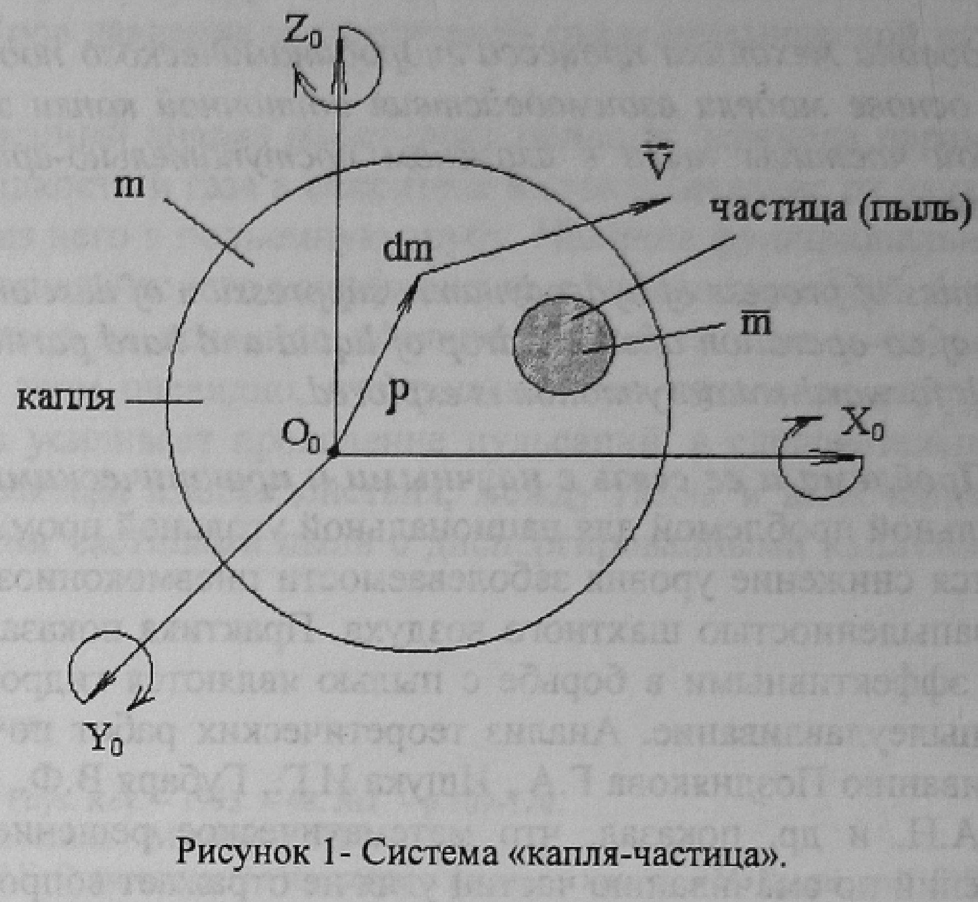

Рисунок 1- Система «капля-частица».

Система координат $0_0X_0Y_0Z_0$ связана с каплей. Введем еще систему координат, начало которой поместим в центре масс системы ($m\overline{m}$) (на рис. 1 не показана).

Оси этой системы будут параллельным осям связанной с каплей системы. Для получения уравнений сложного движения, системы «капля-частица» используем известную теорему о изменении кинетического момента системы тел:

$$d\vec{G} = \vec{M}dt\,, \tag{1}$$

где $\vec{G}$ – полный кинетический момент системы; $\vec{M}$ – вектор момента внешних сил, которые действуют на систему.

Возьмем элементарную приведенную массу системы «капля-частица» - dm и запишем кинетический момент (системы):

$$\vec{G} = \int\limits_{m+\overline{m}} (\vec{\rho} \times v)dm\,, \tag{2}$$

где v – скорость точки dm относительно координат с началом в центре массы капли

$\vec{\rho}$ - радиус вектор.

Выражение (2) запишем в виде двух составляющих:

$$G = \int_{m} (\vec{\rho} \times v) dm + \int_{\overline{m}} (\vec{\rho} \times v) dm \,. \qquad (3)$$

Если твердая частица пыли находиться на капле жидкости, то для нее совершается переносное и относительное движение. Поэтому для системы «капля-частица» можно записать (3) в виде:

$$\vec{G} = \int_{m(t)} (\vec{\rho} \times v) dm + \int_{\overline{m}} (\vec{\rho} \times v_r) dm \,, \qquad (4)$$

где $m(t)$ – масса тела, которое образуется в процессе «внедрения» твердой частицы пыли в жидкость капли в каждый текущий момент.

v_r – скорость относительного движения частицы.

Таким образом, m(t) полностью отражает мгновенное состояние системы «капля-частица», в процессе их слияния-движения. Первое слагаемое суммы (4) определяет кинетический момент системы в процессе слияния частиц, а второе слагаемое – кинетический момент подвижных масс в системе капли и твердой частицы пыли. Чтобы определить величину первого слагаемого, определим скорость произвольной точки (dm) в таком виде:

$$v = v_0 + \omega \times \vec{\rho} \,, \qquad (5)$$

где v_0 – абсолютная скорость точки 0, которая принадлежит «капле-частице» для текущего времени;

ω - мгновенное значение угловой скорости вращения капли относительно центра масс.

С учетом (5) и того, что точка 0 совпадает с центром масс системы (в текущем времени) будем иметь:

$$\int_{m(t)} \left[\vec{\rho} \times (\omega \times \vec{\rho})\right] dm = \int_{m(t)} \left[\omega \rho^{2} - \rho(\omega \times \vec{\rho})\right] dm \,, \qquad (6)$$

Обозначим интеграл (6) параметром К – кинетическим моментом системы «капля-частица», а интеграл (второе слагаемое) в (4) параметром Н – кинетический момент движения частицы пыли, как подвижной массы системы. При этом необходимо отметить, что векторы угловой скорости и радиус-вектор также проектируются на координатные оси. С учетом этого равенство (6) будет иметь вид:

$$K_X = \int\limits_{m(t)} [\omega_X (x^2 + y^2 + z^2) - x(x\omega_X + y\omega_y + z\omega_Z)]dm \ ,$$

$$K_y = \int\limits_{m(t)} [\omega_y (x^2 + y^2 + z^2) - y(x\omega_X + y\omega_y + z\omega_Z)]dm \ , \qquad (7)$$

$$K_Z = \int\limits_{m(t)} [\omega_Z (x^2 + y^2 + z^2) - z(x\omega_X + y\omega_y + z\omega_Z)]dm \ ,$$

Учитывая, что система координат 0XYZ имеет начало в центре масс системы «капля-частица» можно обозначить:

$$I_X = \int (y^2 + z^2)dm \ ;$$

$$I_y = \int (x^2 + z^2)dm \ ;$$

$$I_Z = \int (x^2 + y^2)dm \ ; \qquad (8)$$

$$I_{xy} = \int xydm \ ; \ I_{xz} = \int xzdm \ ; \ I_{yz} = \int yzdm \ ,$$

где I_x, I_y, I_z – соответственно, осевые моменты инерции системы «капля-частица»;

I_{xy}, I_{xz}, I_{yz} – центробежные моменты инерции системы «капля-частица».

Таким образом, систему (7) можно записать в виде:

$$K_x = I_x\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_z \ ;$$

$$K_y = I_y\omega_y - I_{xy}\omega_x - I_{yz}\omega_z \ ; \qquad (9)$$

$$K_z = I_z\omega_z - I_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y \ .$$

С учетом ранее изложенного уравнение (1) можно записать:

$$\frac{d}{dt}(K + H) = M \ ,$$

или

$$\frac{dK}{dt} = M - \frac{dH}{dt} \ , \qquad (10)$$

где M – суммарный вектор момента внешних сил, которые действуют на систему «капля-частица» со стороны окружающей среды (газа).

Если учесть, что в проекциях на оси координат системы 0XYZ будем иметь:

$H=(h_x;\ h_y h_z)$;

$M=(m_x,\ m_y,\ m_z)$,

то уравнение (10) можно записать как систему равенств:

$$I_x\dot{\omega}_x - I_{xy}\dot{\omega}_y - I_{xz}\dot{\omega}_z + \dot{I}_x\omega_x - \dot{I}_{xy}\omega_y - \dot{I}_{xz}\omega_z - (I_y\omega_y - I_{yz}\omega_z - I_{xy}\omega_x)\omega_z + (I_z\omega_z - I_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y)\omega_y = m_x - \dot{h}_x + h_y\omega_z - h_z\omega_y;$$

$$I_y\dot{\omega}_y - I_{xy}\dot{\omega}_x - I_{yz}\dot{\omega}_z + \dot{I}_y\omega_y - \dot{I}_{xy}\omega_x - \dot{I}_{yz}\omega_z - (I_z\omega_z - I_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y)\omega_x + (I_x\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_z)\omega_z = m_y - \dot{h}_y + h_z\omega_x - h_x\omega_z; \quad (11)$$

$$I_z\dot{\omega}_x - I_{xz}\dot{\omega}_x - I_{yz}\dot{\omega}_y + \dot{I}_z\omega_z - \dot{I}_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y - (I_x\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_y)\omega_y + (I_y\omega_y - I_{yz}\omega_z - I_{xy}\omega_x)\omega_x = m_z - h_z + h_x\omega_y - h_y\omega_x.$$

Полученная система уравнений (11) показывает связь между массовыми характеристиками системы «капля - твердая частица» через значения моментов инерции и их производные, а также проекциями кинетических моментов подвижной массы (т.е. твердой частицы пыли) в системе «капля – частица» в их относительном движении и главного момента внешних сил (со стороны газа).

Эта система уравнений дает возможность аналитически обосновать соотношение между массами капли жидкости и твердой частицы пыли, а также скоростями их движения в процессе взаимодействия (слияния) в одну устойчивую систему «капля – частица», что является основой для расчета энергетических затрат на гидродинамическое подавление пыли.

Изложение материала и результаты. Проанализируем уравнения (11) на предмет того, что твердая частица пыли будет двигаться (внедряться) в жидкую каплю вращательным образом так, что во времени инерционные характеристики системы «капля – частица» существенно изменяться не будут. В этом случае составляющие уравнений (11), которые содержат в себе производные моментов инерции можно считать равными нулю. Кроме этого, связанную систему координат 0XYZ можно расположить таким образом, чтобы ее оси совпали (для одного и того же мгновения времени) с главными центральными осями инерции системы «капля – частица». Это обеспечит равенство нулю всех составляющих уравнений (11), которые содержат в себе центробежные моменты инерции. Эти допущения позволяют упростить систему уравнений (11) до следующего вида:

$$I_x\dot{\omega}_x - (I_y - I_z)\omega_z\omega_y = m_x - \dot{h}_x + h_y\omega_z - h_z\omega_y;$$

$$I_y\dot{\omega}_y - (I_z - I_x)\omega_x\omega_z = m_y - \dot{h}_y + h_z\omega_x - h_x\omega_z; \quad (12)$$

$$I_z\dot{\omega}_z - (I_x - I_y)\omega_x\omega_y = m_z - \dot{h}_z + h_x\omega_y - h_y\omega_x.$$

Определенный интерес для анализа представляет содержание кинетического момента (Н) подвижной массы (твердой частицы пыли). Уясним физическую (динамическую) сущность этого параметра, который в (12) представлен в проекциях и производных $\left(h_i, \dot{h}_i\right)$.

На рис. 2 углы поворота φ_x, φ_y, φ_z полностью определяют угловые скорости твердой частицы (в своих производных) по осям новых систем $0X'Y'Z'$ и $0X''Y''Z''$, которые получим выполнив последовательно поворот системы $0X_0Y_0Z_0$

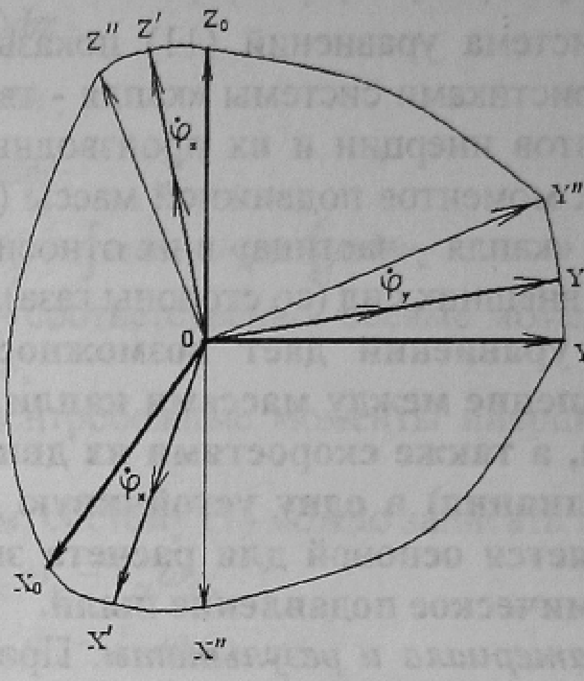

Рисунок 2 - Схема модели вращения твердой частицы пыли при захвате ее жидкой каплей.

При первом повороте твердой частицы пыли на угол φ_x система координат $0X_0Y_0Z_0$ переходит в промежуточное состояние системы $0X'Y'Z'$. Этот переход запишем в матрице A_1, т.е.

$$\begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} = A_1 \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} \Rightarrow A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_x & \sin\varphi_x \\ 0 & -\sin\varphi_x & \cos\varphi_x \end{vmatrix}. \qquad (13)$$

Соотношение (13) позволяет определить:

$$\begin{aligned} &\omega_{X'} = \omega_{0X} + \dot{\varphi}_X; \\ &\omega_{Y'} = \omega_{0Y}\cos\varphi_X + \omega_{0Z}\sin\varphi_X; \\ &\omega_Z = \omega_{0Z}\cos\varphi_X + \omega_{0Y}\sin\varphi_X \end{aligned} \qquad (14)$$

Второй поворот на угол φ_Y выполняет переход от системы $0X'Y'Z'$ к системе $0X''Y''Z''$. Этот переход оформим матрицей A_2:

$$\begin{vmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{vmatrix} = A_2 \begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} \Rightarrow A_2 = \begin{vmatrix} \cos\varphi_y & 0 & -\sin\varphi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi_y & 0 & \cos\varphi_y \end{vmatrix}. \tag{15}$$

Из соотношений (14) и (15) можно записать:

$$\begin{aligned} &\omega_{X'} = (\dot{\varphi}_X + \omega_{0X})\cos\varphi_Y - (\omega_{0Z}\cos\varphi_X - \omega_{0Y}\sin\varphi_X)\sin\varphi_Y; \\ &\omega_{Y'} = \omega_{0Y}\cos\varphi_X - \omega_{0Z}\sin\varphi_X + \dot{\varphi}_Y; \\ &\omega_{Z'} = (\dot{\varphi}_X + \omega_{0X})\sin\varphi_Y + (\omega_{0Z}\cos\varphi_X - \omega_{0Y}\sin\varphi_X)\cos\varphi_Y. \end{aligned} \tag{16}$$

Переход от промежуточной системы $0X''Y''Z''$ к связанной системе 0XYZ осуществляется поворотом на угол φ_Z. Матрица перехода A_3:

$$\begin{vmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{vmatrix} = A_3 \begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} \Rightarrow A_3 = \begin{vmatrix} \cos\varphi_z & \sin\varphi_z & 0 \\ -\sin\varphi_z & \cos\varphi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \tag{17}$$

На основании соотношений (13, 15, 16, 17) получаем систему уравнений , которая связывает мгновенные значения угловой скорости вращения «капли-частицы», т.е. $(\omega_X, \omega_Y, \omega_Z)$ с мгновенными значениями производных углов поворота «внедряющихся» в каплю твердой частицы выли. Система уравнений для проекций угловых скоростей «внедряющейся» частицы имеет вид:

$$\begin{aligned} &\omega_x = \dot{\varphi}_x\cos\varphi_y\cos\varphi_z + \varphi_Y\sin\varphi_Z + \omega_{0x}\cos\varphi_y\cos\varphi_Z + \\ &+ \omega_{0y}(\sin\varphi_x\sin\varphi_Y\cos\varphi_Z + \cos\varphi_x\sin\varphi_z) + \\ &+ \omega_{0z}(\sin\varphi_x\sin\varphi_z - \cos\varphi_x\sin\varphi_y\cos\varphi_Z); \\ &\omega_y = \dot{\varphi}\cos\varphi_z + \dot{\varphi}_x\cos\varphi_y\sin\varphi_z - \omega_{0x}\cos\varphi_y\sin\varphi_z + \\ &+ \omega_{0y}(-\sin\varphi_x\sin\varphi_y\sin\varphi_z + \cos\varphi_z\cos\varphi_x) + \\ &+ \omega_{0z}(\sin\varphi_x\cos\varphi_z + \cos\varphi_x\sin\varphi_y\sin\varphi_z); \\ &\omega_Z = \dot{\varphi}\sin\varphi_Y + \dot{\varphi}_Z + \omega_{0X}\sin\varphi_Y - \omega_{0Y}(\sin\varphi_X\cos\varphi_Y) + \\ &+ \omega_{0Z}(\cos\varphi_X\cos\varphi_Y). \end{aligned} \tag{18}$$

Таким образом, можно записать матрицу перехода от системы 0XYZ к системе $0X_0Y_0Z_0$ в таком виде:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = A \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} \Rightarrow A = A_3A_2A_1 \tag{19}$$

Имея систему динамичных равенств (12) и кинетических равенств (18), можно полностью описать вращательное «внедрение» твердой частицы пыли в жидкую каплю, которая также движется относительно инерциальной системы 0XYZ.

Приведенные системы уравнений по сути нелинейные и в общем виде, конечно, не могут быть использованы в чистом приложении для полного описания динамики взаимодействия «капля-частица». Для принятых допущений они позволяют провести качественную оценку процесса динамичного взаимодействия «капли-частицы» и получить динамические параметры тел системы, т.е. жидкой капли и твердой частицы пыли.

Во-первых, можно предположить, что в реальности углы поворота «внедряющейся» частицы весьма малы по абсолютной величине (близки к нулю). Кроме этого, можно предположить, что есть моменты времени, при которых оси связанной системы координат совпадают с главными центральными осями инерции системы «капля-частица». Для этого случая системы равенств (12) и (18) имеют весьма упрощенный вид:

$$I_X\dot{\omega}_X = m_X + \dot{h}_X - h_Y\omega_Z + h_Z\omega_Y\,;$$
$$I_Y\dot{\omega}_Y = m_Y + \dot{h}_Y - h_Z\omega_X + h_X\omega_Z\,; \tag{20}$$
$$I_Z\dot{\omega}_Z = m_Z + \dot{h}_Z - h_X\omega_Y + h_Y\omega_X\,;$$

$$\dot{\varphi}_X = \omega_X - \omega_{0X}\,;$$
$$\dot{\varphi}_Y = \omega_Y - \omega_{0Y}\,; \tag{21}$$
$$\dot{\varphi}_Z = \omega_Z - \omega_{0Z}\,;$$

Если предположить, что изменение угловой скорости ω_0 незначительно, а кинетический момент частицы пыли близкий к постоянному, то системы (20) и (21) имеют вид:

$$I_i\ddot{\varphi}_i = m_{ki} + m_{3i}; \qquad i=(x,y,z)=1,2,3; \tag{22}$$

$$m_{ki} = \dot{h}_i\,; \qquad m_{3i} = m_i + h_{i+1}\,\omega_{i+2} - h_{i+2}\,\omega_{i+1}$$

Исследование уравнений (12-22) позволяет аналитически установить связь между составляющими фазовых параметров – угла поворота (φ) и угловой скорости (ω) вращения жидкой капли, а также построить траекторию движения системы «капля-частица». Найдем уравнение, которое бы связывало фазовые параметры вращательного движения капли. Для этого в уравнении (22) обозначим:

$x = \varphi$;

$y = \dot{\varphi}$.

Тогда (22) примет вид:

$$\dot{y} = m_к + m_з; \qquad \dot{x} = y. \tag{23}$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y}(m_к + m_з). \tag{24}$$

После интегрирования (24) и предположения, что m_k=const при начальных условиях $x=x_0$; $y=y_0$, получим зависимость для фазовых координат системы «капля-частица»:

$$y^2 - y_0^2 = 2(m_к + m_з)(x - x_0). \tag{25}$$

Выводы. Анализируя (12-25) приходим к выводу, что можно описать даже малые вращения «капли-частицы» относительно одной из осей пространственной ориентации фазовых параметров (на плоскости в осях φ и $\dot{\varphi}$). Очевидно, что система «капля-частица» во вращательном движении относительно одной из осей (под действием момента сил со стороны газового потока или других возможных возмущений) отвечает перемещению вдоль отрезка параболы, который устанавливается соотношением (25). Благодаря этому соответствию, малые вращательные движения капли и твердой частицы относительно осей ориентации можно рассматривать как плоские колебания, что значительно упрощает расчет необходимой энергии для их взаимодействия – столкновения-слияния, т.е. процесса гидропылеподавления.

Список источников

1. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы.- М.:ВШ. 1989.-264с.
2. Беллман Р. Динамическое программирование.-М.:Изд.ИЛ.1960.-400с.