УДК 628.543.52

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ОБЪЕКТА МАНИПУЛЯТОРОМ С ОДНОГО ТРАНСПОРТЕРА НА ДРУГОЙ

Бохонский А.И., Варминская Н.И.
Севастопольский национальный технический университет

The optimum movement of object by the manipulator from one transporter on other is reviewed. The using of the control superposition on a final time frame for a nonrigid telescopic manipulator arm is investigated – control of the optimum transient motion from initial state to the final state with a preset speed and supression of the object oscillations, exited by not zero initial conditions.

В производственных условиях при использовании манипуляторов часто возникает необходимость оптимального перемещения объекта с одного транспортера на другой, ленты которых движутся с постоянной скоростью и расположены в горизонтальной плоскости (рисунок 1). Если рука манипулятора или транспортируемый объект не обладают достаточно большой жесткостью, то движение сопровождается колебаниями, которые обычно устраняются специальными демпфирующими устройствами.

В [1, 2] предложены и исследованы управления оптимальным переносным движением упругих объектов из исходного в конечное состояния абсолютного покоя с допущением колебаний объекта только в процессе движения. Однако, при перемещении объекта с транспортера, лента которого движется с заданной скоростью, скорость центра масс схвата не равна нулю (в общем случае – начальные условия не нулевые) и необходимо подавить свободные колебания.

В статье предлагается суперпозиция управлений на конечном временном интервале для нежесткой телескопической руки манипулятора – оптимальное переносное движение с достижением заданной скорости в конечный момент времени и подавление колебаний, обусловленных начальными возмущениями.

Необходимыми и достаточными условиями полного покоя упругой системы в конце переносного оптимального движения при нулевых начальных условиях (движение из состояния покоя) является равенство нулю перемещения и скорости в конечный момент времени, обусловленных вынужденными колебаниями, т.е. выполнение моментных соотношений [3 – 6]:

$$\int_0^T u_e(t)\cos ktdt = 0, \qquad \int_0^T u_e(t)\sin ktdt = 0. \qquad (1)$$

Гашение собственных колебаний осуществляется за конечное время, которое меньше времени переносного движения, т.е. $p = k/n_1$ и $T = 2\pi/p$, где T – время движения. Для удовлетворения физическому смыслу задачи (исключение резонанса) необходимо, чтобы $n_1 = 2, 3, 4, \ldots$ В этом случае наступает полное подавление колебаний в конце переносного движения упругой системы за время $T = 2\pi\, n_1 / k$, где k – частота первого тона собственных колебаний системы.

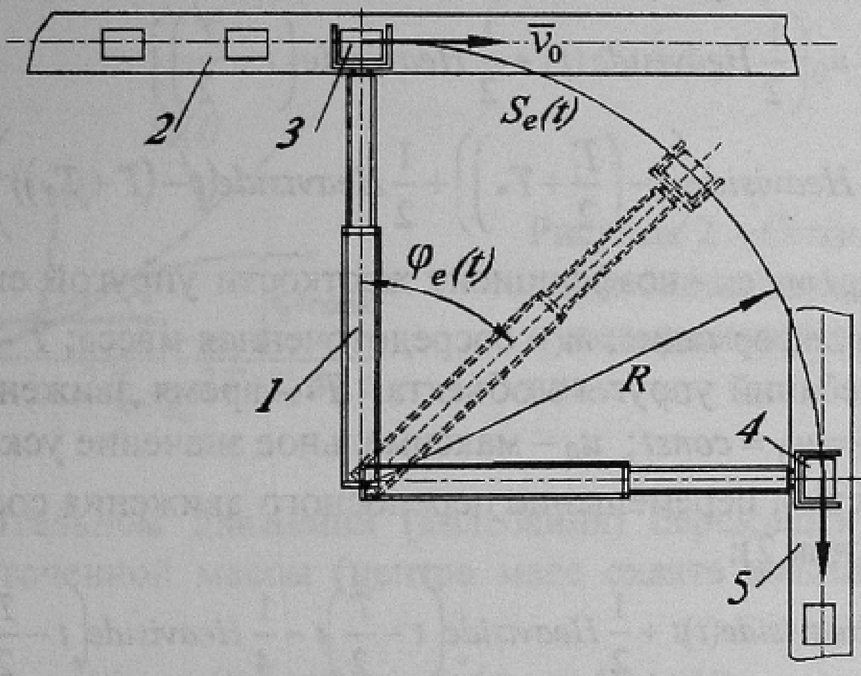

Рисунок 1 – Захват груза манипулятором с транспортера и оптимальное перемещение на другой транспортер: 1 – манипулятор; 2, 5 – транспортеры; 3, 4 – начальное и конечное положения груза

В статье исследуется оптимальное переносное движение из возмущенного состояния, которое обусловлено не нулевыми начальными условиями; при этом в конце движения достигается заданная скорость, соответствующая скорости ленты второго транспортера. Для поиска управлений, которые подавляют эти колебаний на конечном интервале времени, используется метод моментов [3, 4].

Для системы с одной степенью свободы управление колебаниями при не нулевых начальных условиях ($w(0) = w_0$, $\dot{w}(0) = \dot{w}_0 = v_0$), как известно, носит резонансный характер и записывается в виде:

$u(t)=\dfrac{2w_0k^2}{n\pi}\sin kt-\dfrac{2\dot{w}_0k}{n\pi}\cos kt=A\sin(kt+\varepsilon)$, где $A=\dfrac{2k}{n\pi}\sqrt{w_0^2k^2+\dot{w}_0^2}$;
$\varepsilon=arctg\left(-\dot{w}_0/w_0k\right)$, $k^2=c/m$; c – коэффициент жесткости; m – масса объекта; $n\pi=Tk$; $n=2, 4, 6, \ldots$; T – время подавления колебаний. В этом случае, как известно, перемещение и скорость системы с одной степенью свободы в относительном движении:

$$w(t)=w_0\left[\cos kt+\frac{1}{n\pi}(\sin kt-kt\cos kt)\right]+\frac{\dot{w}_0}{k}\left(1-\frac{kt}{n\pi}\right)\sin kt,$$

$$v(t)=\dot{w}(t)=-w_0k\left(1-\frac{kt}{n\pi}\right)\sin kt-\frac{\dot{w}_0}{n\pi}\sin kt+\dot{w}_0\left(1-\frac{kt}{n\pi}\right)\cos kt.$$

В качестве управления переносным движением принято:

$$u_e(t)=u_0\left(\frac{1}{2}Heaviside(t)+\frac{1}{2}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)\right)-$$

$$-u_0\left(\frac{1}{2}Heaviside\left(t-\left(\frac{T}{2}+T_*\right)\right)+\frac{1}{2}Heaviside\left(t-(T+T_*)\right)\right),$$

где $u_0=cx_{cm}/m$, c – коэффициент жесткости упругой системы; x_{cm} - статическая деформация; m – сосредоточенная масса; T – период свободных колебаний упругого объекта; T_* - время движения, при котором $u_e(t)=u_0=const$; u_0 – максимальное значение ускорения.

Скорость и перемещение переносного движения соответственно равны (рисунок 2):

$$v_e(t)=u_0\left(\frac{1}{2}Heaviside(t)t+\frac{1}{2}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)t-\frac{1}{4}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)T\right)+$$

$$+u_0\left(-\frac{1}{2}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}-T_*\right)t-\frac{1}{2}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}-T_*\right)\left(-\frac{T}{2}-T_*\right)\right)+$$

$$+u_0\left(-\frac{1}{2}Heaviside(t-T_*-T)t-\frac{1}{2}Heaviside(t-T_*-T)(-T_*-T)\right)$$

$$s_e(t)=u_0\left(\frac{1}{4}Heaviside(t)t^2+\frac{1}{4}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)t^2-\frac{1}{16}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)T^2\right)+$$

$$+u_0\left(-\frac{1}{4}T\left(Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)t-\frac{1}{2}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}\right)T\right)-\frac{1}{4}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}-T_*\right)t^2\right)+$$

$$+u_0\left(\frac{1}{4}Heaviside\left(t-\frac{T}{2}-T_*\right)\left(\frac{T}{2}+T_*\right)^2\right)+$$

$$+u_0\left(\left(\frac{T}{4}+\frac{T_*}{2}\right)\left(Heaviside\left(t-\frac{T}{2}-T_*\right)t+Heaviside\left(t-\frac{T}{2}-T_*\right)\left(-\frac{T}{2}-T_*\right)\right)\right)+$$

$$+u_0\left(-\frac{1}{4}Heaviside(t-T_*-T)t^2+\frac{1}{4}Heaviside(t-T_*-T)(T_*+T)^2\right)+$$

$$+u_0\left(\left(\frac{T_*}{2}+\frac{T}{2}\right)\left(Heaviside(t-T_*-T)t+Heaviside(t-T_*-T)(-T_*-T)\right)\right).$$

Пример. Исходные данные: $k = 5$ с$^{-1}$; $n = 2$; $n_1 = 2$; $w_0 = 0{,}005$ м; $\dot{w}_0 = 0{,}1$ м/с; $2\pi/k = 0{,}628$ с. Для задания управления колебаниями на временном интервале $T \quad t \quad 0$ используется специальная функция (в Maple): $u(t) = u(t)\left(Heaviside(t) - Heaviside(t-T)\right)$. Тогда общее управление примет вид: $u^*(t) = u_e(t) + u(t)$.

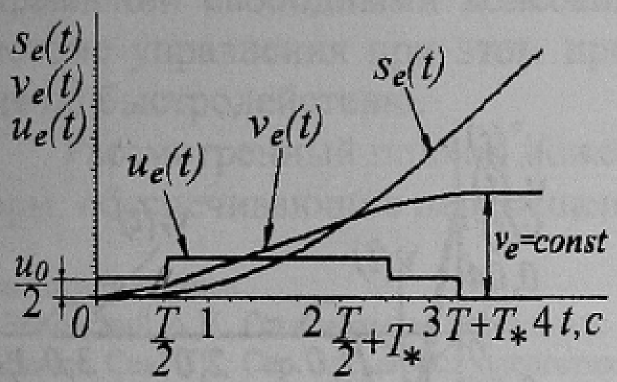

Рисунок 2 – Оптимальное переносное движение при нулевых начальных условиях

В относительном движении (колебания) перемещение и скорость сосредоточенной массы (центра масс схвата манипулятора с грузом):

$$w^*(t) = w_r(t) + w(t), \qquad \dot{w}^*(t) = \dot{w}_r(t) + \dot{w}(t),$$

где $w_r(t) = \frac{1}{200}(1-\cos(5t-10))Heaviside\left(t-2-\frac{2\pi}{5}\right)+\frac{1}{200}(1+\cos(5t-10))\times$

$$Heaviside\left(t-\frac{\pi}{5}-2\right)-\frac{1}{200}Heaviside(t)-\frac{1}{200}Heaviside\left(t-\frac{\pi}{5}\right)-$$

$$-\frac{1}{200}\cos 5t Heaviside\left(t-\frac{\pi}{5}\right)+\frac{1}{200}\cos 5t Heaviside(t);$$

$$\dot{w}_r(t) = \frac{1}{40}\sin(5t-10)Heaviside\left(t-2-\frac{2\pi}{5}\right)+\frac{1}{200}(-\cos(5t-10)+1)Dirac\left(t-2-\frac{2\pi}{5}\right)$$

$$-\frac{1}{200}Dirac\left(t-\frac{\pi}{5}\right)-\frac{1}{200}\cos 5t Dirac\left(t-\frac{\pi}{5}\right)+\frac{1}{40}\sin 5t Heaviside\left(t-\frac{\pi}{5}\right)$$

$$-\frac{1}{200}Dirac(t)-\frac{1}{40}\sin(5t-10)Heaviside\left(t-2-\frac{\pi}{5}\right)+\frac{1}{200}\cos 5t Dirac(t)$$

$$+\frac{1}{200}(1+\cos(5t-10))Dirac\left(t-2-\frac{\pi}{5}\right)-\frac{1}{40}\sin 5tHeaviside\,(t).$$

Графики управлений $u_e(t)$, $u(t)$ и $u^*(t)$ изображены на рисунке 3, а перемещений в относительном движении – на рисунке 4.

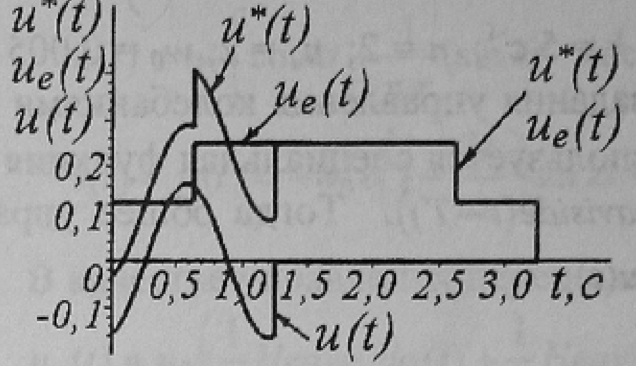

Рисунок 3 – Управления и их сумма

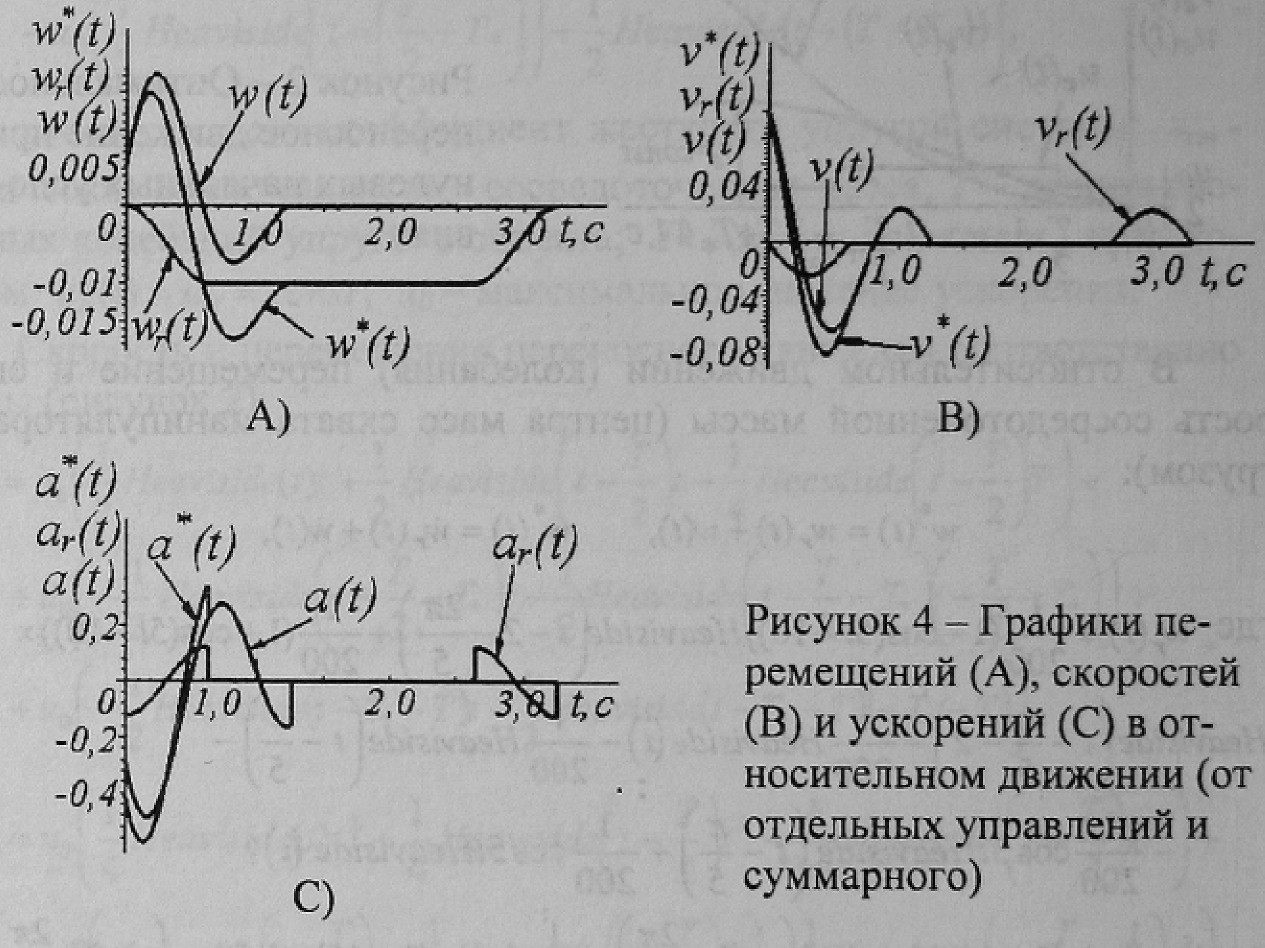

Рисунок 4 – Графики перемещений (А), скоростей (В) и ускорений (С) в относительном движении (от отдельных управлений и суммарного)

Энергия, затрачиваемая на переносное движение, вычисляется согласно формуле:

$$Э_e = m\int_0^{T+T_*} u_e(t)v_e(t)dt = 0{,}211 \text{ Дж}.$$

Энергия, затрачиваемая на подавление колебаний, обусловленных начальным возмущенным состоянием:

$$Э_r = 2m\int_0^{T/2} u(t)v(t)dt = 0{,}00025 \text{ Дж}.$$

Таким образом, в данном численном примере колебания оптимально перемещаемого объекта нежесткой рукой телескопического манипулятора, возникающие от не нулевых начальных условий, подавляются резонансным управлением (за один период колебаний), а за время $T+T_*$ достигается конечное положение с заданной скоростью. Важно, что в момент полного подавления собственных колебаний (от начальных условий) резонансное управление отключается.

Показано, что для манипуляторов либо объектов малой жесткости возможно использование общего управления как суперпозиции управлений свободными колебаниями и переносным движением; к системе управления при этом предъявляются повышенные требования по быстродействию.

Рассмотренный подход может быть распространен на манипуляторы, обеспечивающие перемещение объектов в пространстве.

Список источников

1. Бохонский А.И. Оптимальное переносное движение упругих систем / А.И. Бохонский // Вестн. СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология. – Вып. 38. – Севастополь, 2002. – С.33 – 38.
2. Бохонский А.И. Управление преносным движением упругих систем / А.И. Бохонский // Динамические системы. Межвед. науч. сб. – Вып. 18. –Симферополь: КФТ, 2004.–С.56–63.
3. Карновский А.И., Почтман Ю.М. Методы оптиального управления колебаниями деформируемых систем / А.И. Карновский, Ю.М. Почтман. – К.: Вища шк., 1982. – 116 с.
4. Егоров А.И. Оптимальное управление линейными системами / А.И. Егоров. – К.: Вища шк., 1988. – 278 с.
5. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А.Г. Бутковский. – М.: Наука, 1975. – 568 с.
6. Красовский Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский.– М.: Наука, 1968. – 476 с.