

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НАСЫПНОГО МАТЕРИАЛА КАК НАГРЕВАТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Лунева О.В.

Донецкий национальный технический университет

Вархалёв Ю.П., Тесленко А.И.

Донецкий государственный научно-исследовательский и проектный институт цветных металлов

In the article the mathematical model for calculation is constructed. It calculates electrical resistance of a bulk coke bed in dynamics of thermal technical and physical-chemical processes. The computational scheme is shown for the reactor of a pyrolysis. The principal scheme of descending processes in the reactor of a hyperthermal pyrolysis of solid waste also is shown.

В связи с постоянным повышением цен на основные энергоносители (нефте-, газопродукты, уголь, электроэнергию) происходит поиск нетрадиционных источников энергии. Одним из альтернативных источников энергии может служить синтез-газ (генераторный), получаемый при высокотемпературном пиролизе твердых бытовых отходов (ТБО) или отходов промышленности, содержащих в достаточном количестве углеродистый остаток (угольные шламы, отходы торфоразработок, отходы нефте-химической промышленности и т.п.), на установках пиролиза.

Перспективными в настоящее время представляются пиролизные установки, где в качестве теплогенератора выступает коксовый слой, нагреваемый за счет Джоулевого тепла, посредством прохождения через него электрического тока. Для проектирования таких установок, улучшения их технико-экономических показателей, подбора и модернизации электропитающего оборудования, актуальной задачей является построение математической модели для расчета электросопротивления насыпного слоя кокса в динамике теплотехнических и физико-химических процессов, осуществляемых в реакторе пиролизной установки. Принципиальная схема процессов, происходящих в реакторе высокотемпературного пиролиза ТБО представлена на рисунке 1.

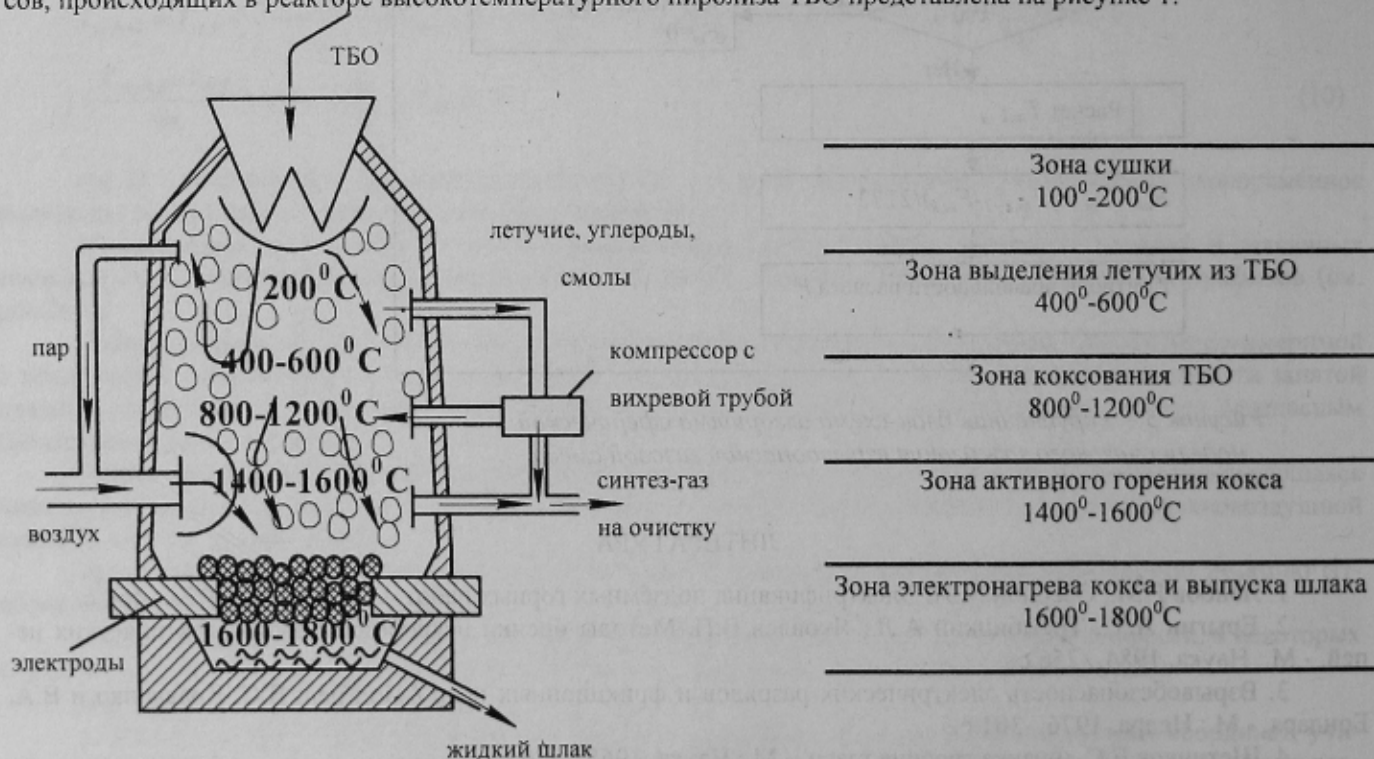


Рисунок 1 – Принципиальная схема процессов, происходящих в реакторе пиролиза

Весь рабочий объем реактора можно условно разбить на технологические зоны, приведенные справа от рисунка. Рассмотрим основные технологические процессы, происходящие по высоте рабочего пространства реактора:

- в верхней зоне (зона сушки) при температурах не превышающих 200°С происходит основное испарение влаги из ТБО и начинаются химические реакции образования легких углеводородов (CH_2 , CH_4). Пар и углеводороды из этой зоны в смеси с атмосферным воздухом вдуваются через фурмы в зону горения;

- в следующей зоне (зона выделения летучих из ТБО) при температурах 400° - 600° С происходит выделение оксидов углерода (CO , CO_2) за счет связанного кислорода ТБО, а также испарение тяжелых углеводородов и смол. В этой зоне идет активное образование легких углеводородов (CH_2 , CH_4). Избыток газообразных веществ из этой зоны подается, через компрессор и вихревую трубу, для исключения синтеза галогенов с кислородом (диоксиноподобных веществ), в систему обогащения синтез-газа. Остатки газа из системы: компрессор-вихревая труба, подаются в зону горения;

- в зоне коксования ТБО при температурах 800° - 1200° С заканчивается выделение летучих и образуется полукокс с минеральными остатками ТБО;

- в зоне горения происходит активное окисление углеродистого остатка ТБО за счет вдуваемой паровоздушной смеси. В этой зоне температура повышается до 1400° - 1600° С. Газообразные продукты горения (CO_2 , H_2O) проходя через слой образовавшегося кокса из ТБО максимально восстанавливаются до CO , H_2 и удаляются из реактора в виде синтез-газа. Полученный синтез-газ в смеси с газообразными смолами и тяжелыми углеводородами поступает на очистку от пыли;

- в нижней зоне происходит принудительное нагревание кокса пропусканием переменного электрического тока через слой кокса. Также в этой зоне происходит плавление минеральных остатков ТБО (зола). Жидкий шлак (зола) по мере накопления выпускается из реактора в виде отвального шлака.

Зона принудительного электронагрева коксового слоя является основной в приведенной технологической схеме высокотемпературного пиролиза ТБО, т.к. предопределяет протекание всего процесса переработки ТБО с учетом нестабильности исходного состава и свойств отходов:

- низкая теплотворная способность (800 - 1400 ккал/кг) неразделенных ТБО;

- сезонные колебания (зима-лето), связанные с изменением морфологического состава и влажности ТБО;

- высокие температуры плавления минеральных остатков ТБО (1400° - 1700° С).

Таким образом, для обеспечения стабильности автогенного процесса необходимы сторонние источники тепла, которые не зависят ни от морфологического состава, ни от элементарного состава и влажности ТБО.

Таким стабилизирующим источником, компенсирующим периодический недостаток собственных тепловых ресурсов ТБО для работы в автотермическом режиме, является электронагрев нижней зоны реактора, используемый, как для поддержания стойкого горения углеродистых остатков при заданной температуре, так и для бесперебойного расплавления и удаления минеральных составляющих ТБО (золы) из нижней зоны реактора. Стабилизирующий электронагрев позволяет максимально эффективно управлять температурой протекающих эндо- экзотермических реакций взаимодействия твердого углеродистого остатка ТБО (полукокс) с паровоздушной смесью, стремясь перевести их в автогенный режим, т.е. за счет высвобождения внутренней энергии ТБО.

Электронагрев нижней части реактора осуществляется пропусканием трехфазного электрического тока через слой кускового кокса. По мере выгорания кокса, данный слой, пополняется коксовым остатком, образующимся из ТБО. При этом возникают вопросы, связанные с выбором характеристик питающего трехфазного трансформатора, которые определяются общим электросопротивлением кокса, как нагревательного элемента. Сопротивление кокса напрямую зависит от температур возникающих в нижней части реактора.

Для определения сопротивления кокса рассмотрим математическую модель происходящих процессов в слое кокса. Для формализации математической модели принимаем ряд предположений. Во-первых, предполагаем, что весь объем кокса, в котором протекает трехфазный ток, имеет одинаковую температуру. Как покажем в дальнейшем, легко перейти к случаю неравномерной температуры по всему объему кокса. Во-вторых, рассмотрим установившийся режим, т.е. режим со стабильным активным сопротивлением слоя кокса, при заданной температуре. В реальности при начальной подаче напряжения на графитовые электроды, введенные в слой кокса, в нем, за счет повышения температуры, происходят физико-химические преобразования - удаление остаточной влажности, газовых летучих. В этот период активное сопротивление слоя кокса нестабильно, возникают электрические разряды (дуги) между отдельными кусками кокса. Слой кокса за счет выделения энергии, согласно закону Джоуля - Ленца, начинает нагреваться, и после удаления влаги и основной части газовых летучих, устанавливается стабильный электрический режим работы системы. В нагретом состоянии слой кокса имеет стабильное активное сопротивление.

Постановка задачи. Пространство нагреваемого материала (в нашем случае насыпной кокс), помещенного в реактор, представляет собой цилиндр радиуса R_1 и высотой H . Горизонтально; через боковые стенки реактора, в материал введены три симметричных электрода диаметра D_3 . Глубина входа электродов в нагреваемый материал равна H_d . Z_c - расстояние от основания цилиндра до центра электродов. На электроды подается переменное трехфазное напряжение величиной U . Между электродами возникает электрический ток I , который протекает через насыпной слой кокса. Для изменения направления и величины тока, между электродами установлены диэлектрические перегородки длиной h и толщиной $S1$ в торце, и толщиной $S2$ у внешней стенки. Схематично фрагмент реактора с нагреваемым коксом представлен на рисунке 2.

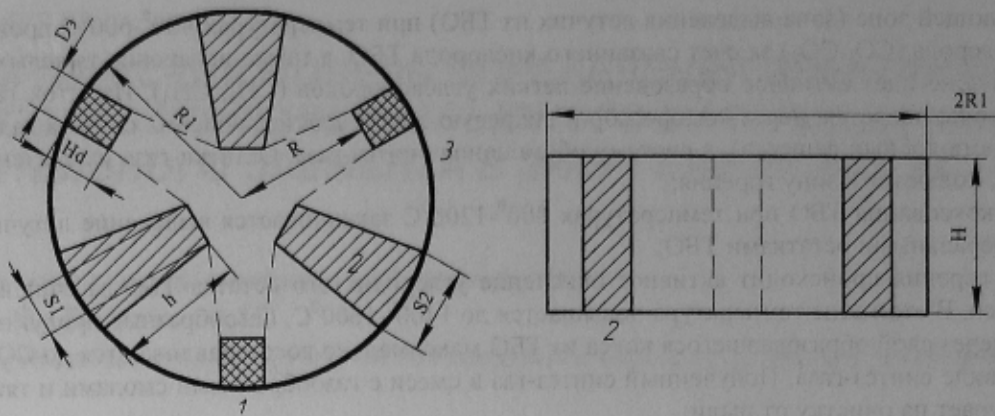


Рисунок 2 – Фрагмент реактора с нагреваемым коксом
 1- электрод, 2- диэлектрическая перегородка, 3- внешняя стенка,
 $R=R_1-H_d$ -расстояние от оси центра реактора до торца электрода

Математическая модель определения токов в слое нагреваемого кокса. Аппроксимируем слой насыпного кокса призмой в основании которой лежит равносторонний шестиугольник со стороной R (рисунок 3).

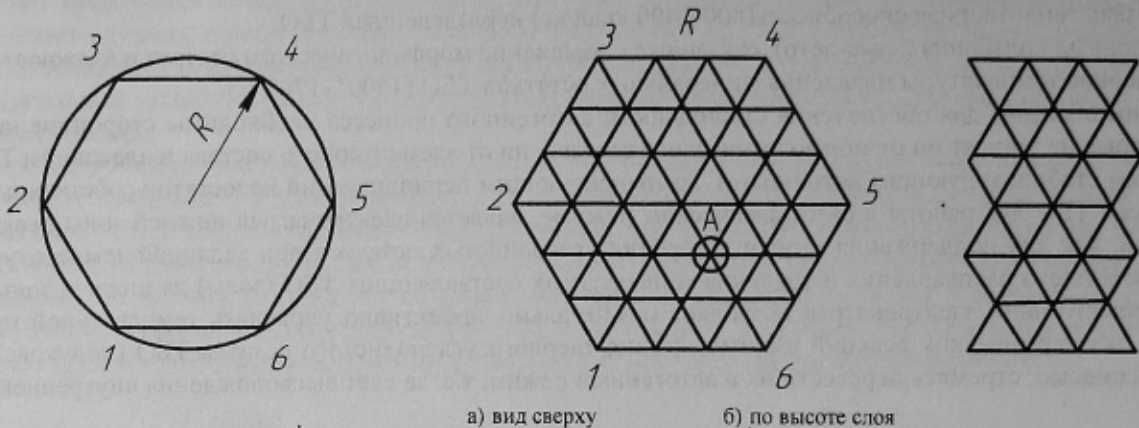


Рисунок 3 – Аппроксимация коксового слоя

а) вид сверху б) по высоте слоя

Рисунок 4 – Неориентированный граф

Через ребра призмы 2, 4, 6 проходит диэлектрическая стенка, а на ребрах 1, 3, 5 расположены электроды. Выделенный объем материала условно заполним шарами одинакового диаметра d (равными эквивалентному размеру кусков кокса). Плотное заполнение объема шарами возможно двумя видами: гранецентрированное и гексагональное. В первом случае шары внутреннего слоя соприкасаются с двумя шарами верхнего и нижнего слоев. Во втором случае такие шары соприкасаются с тремя шарами соответствующих слоев. Плотность заполнения при этом одинаковая и равна примерно 74% всего объема выделенной призмы. В дальнейшем рассматриваем только гранецентрированное заполнение шарами равного диаметра всего рабочего объема кокса. Соединив центры, соприкасающихся между собой шаров, получим неориентированный граф, описывающий эквивалентную электрическую схему, в которой дуги являются элементарными сопротивлениями. При этом сопротивления одинаковы в любом направлении. Для случая $d=R/4$ неориентированный граф показан на рисунке 4.

Для определения элементарного сопротивления между двумя смежными шарами, а в реальном случае кусками кокса, рассмотрим два соприкасающихся между собой куса насыпного кокса (рисунок 5).

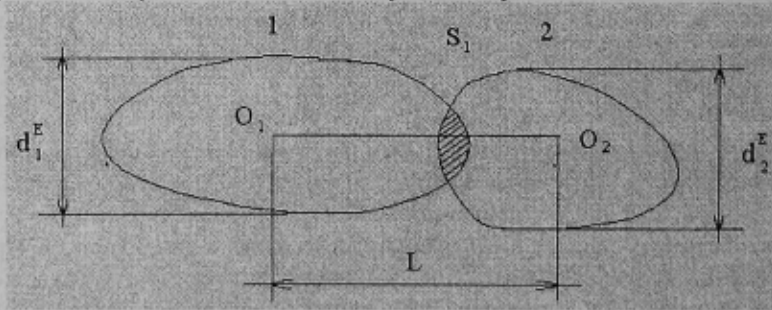


Рисунок 5 – Соприкасающиеся куски насыпного кокса
 O_1, O_2 геометрические центры кусков, L – расстояние между центрами кусков,
 S_1 – площадь соприкосновения кусков (площадь контакта)

Пусть d_1, d_2 – эффективные размеры (условные диаметры) кусков. Введем коэффициент K_p , который характеризует отношение площади касания куска S_1 с любой касательной к нему плоскостью площади $(S=d_2)$ $K_p =$

S_1/S . Коэффициент K_p можно определить экспериментально, вычислив площадь контакта насыпного кускового материала с плоскостью.

Пусть через выбранные куски пропущен электрический ток, тогда сопротивление этому току $r = \rho L/S_1$. Здесь ρ - удельное сопротивление кокса. Переходя к эффективному размеру, получаем $L=2d$, $S_1 = K_p d^2$ и сопротивление $r = 2\rho / K_p d$. Величины ρ , K_p , d - известны из физических и геометрических параметров кокса (зависят от формы куска кокса). Таким образом, элементарное сопротивление пропорционально удельному сопротивлению кокса и обратно пропорционально диаметру шаров, т.е. зависит от степени разбиения рабочего объема кокса элементарными шарами. Для полного описания эквивалентной электрической схемы необходимо построенный граф ориентировать.

Алгоритм нумерации вершин графа и ориентации дуг. Каждая вершина характеризуется тремя целыми числами: k - номер слоя разбиения от основания призмы, i - номер слоя в плоскости, параллельной основанию правильного шестиугольника (сторона 1-6), j - номер элемента в слое. Рассмотрим узел A (рисунок 4а), который имеет номера характеризующих его чисел $A(k, 3, 4)$: 3 - третий слой от прямой 1-6 (прямая 1-6 соответствует началу нумерации по слоям, т.е. первый слой), 4 - четвертый элемент в слое, k - номер слоя разбиения. Количество слоев на плоскости правильного шестиугольника и количество элементов в слое зависят от степени разбиения $m=R/d-1$. Нумерация ведется от основания призмы: для нечетных слоев $n=m-1$, для четных слоев $n=m$ (рисунок 4б). Всего слоев на плоскости (рисунок 4а) шестиугольника $N_1=2n+1$. Количество элементов в слое зависит от номера слоя: при $i=(1, \dots, n)$, количество элементов в слое $j=n+i$, при $i=n+1$, количество элементов в слое $j=2n+1$, для $i=(n+2, \dots, 2n+1)$, количество элементов в слое $j=3n+2-i$. Каждой вершине, характеризующейся тремя натуральными числами (k, i, j) , поставим в соответствие целое число. Номера вершин начинаются с первого слоя ($k=1, i=1, j=1$).

Определим количество вершин. Количество слоев $K_c=N/d$. Количество вершин в слое: $N_v=3n^2+3n+1$, где значение $n=m$ для нечетного k , а $n=m-1$ для четного k . Тогда общее количество вершин в графе $N^0=N_v K_c$.

Выбираем следующую ориентацию дуг. Все дуги от слоя $k=m$ до слоя $k=m+1$ направлены от меньшего номера к большему номеру, т.е. от слоя k к слою $k+1$. В горизонтальном слое с номером k ориентация дуг следующая: при $i=(1, \dots, n+1)$ $(i_1, j_1) \rightarrow (i_2, j_2)$, если выполнено условие $i_2 > i_1$, или условие $i_1 = i_2, j_2 > j_1$. При $i=(n+1, 2n)$ $(i_1, j_1) \rightarrow (i_2, j_2)$, если выполнено условие $i_1 > i_2$, или условие $i_1 = i_2, j_2 > j_1$.

Определим количество дуг в графе. В слоях от 1 до n (относительно прямой 1-6 рисунок 4а), каждая вершина имеет три дуги, кроме крайней справа, которая имеет две дуги. Тогда количество дуг $M_1=3(n+2n-1)n/2+2n=(9n+1)n/2$, аналогично и для слоев от $n+2$ до $2n+1$ количество дуг $M_2=(9n+1)n/2$, а в слое $n+1$ имеется $2n$ дуг. Здесь значение $n=m$ для нечетных значений k , а $n=m-1$ для четных значений k . Тогда общее количество дуг в слое $N_d=M_1+M_2+2n$. Между слоями с номерами $k, k+1$ количество дуг $M_c=2(N_v-2m-1)$.

Тогда общее количество дуг в полном графе $M_d=N_d K_c+M_c(K_c-1)$. Нумерация дуг в общем ориентированном графе произвольная. Приняв такой формализм, мы однозначно определяем ориентированный граф эквивалентной электрической схемы нагреваемого кокса для любого разбиения n .

Уравнения Кирхгофа для электрической схемы, заданной ориентированным графом. Теперь рассмотрим конечный ориентированный связанный граф эквивалентной выбранной электрической схемы. Математически линейный граф однозначно отображается матрицей инцидентий A . У матрицы инцидентий каждая строка соответствует одному узлу, а столбцы соответствуют номерам дуг. Если дуга с номером j входит в узел с номером i , тогда $A_{ij}=1$, если же дуга с номером j выходит из узла с номером i , тогда $A_{ij}=-1$.

В графе имеется $v=N^0-1$ ветвей дерева и $w=M_d-N^0+1$ хорд. Число w является цикломатическим числом графа. Любому произвольно выбранному дереву графа однозначно соответствует главное сечение (обобщенный узел) и фундаментальная система w циклов. Для ориентированного графа $v-1$ главное сечение характеризуется матрицей главных сечений $Q = [q_{ij}]$, $i=1, \dots, v-1, j=1, \dots, N^0$. Значение $q_{ij}=1$, если j дуга принадлежит i сечению, и ее направление совпадает с направлением ветви дерева с номером i , и $q_{ij}=-1$, если j дуга принадлежит i сечению, и ее направление противоположно направлению ветви дерева с номером i . Значение $q_{ij}=0$, если j дуга не принадлежит i сечению. Ранг матрицы Q равен $v-1$.

Система фундаментальных циклов характеризуется цикломатической матрицей $B = [b_{ij}]$, $i=1, \dots, w, j=1, \dots, M_d$. При этом $b_{ij}=1$, если j дуга входит в i фундаментальный цикл и ее направление совпадает с направлением хорды дерева с номером i в этом цикле и $b_{ij}=-1$, если j дуга входит в i фундаментальный цикл и ее направление противоположно направлению хорды дерева с номером i в этом цикле. И наконец $b_{ij}=0$, если j дуга не входит в i фундаментальный цикл.

Алгоритм построения матрицы Q (матрицы главных сечений) из матрицы A (матрицы инцидентий) заключается в выборе $v-1$ единичных базисных вектор-столбцов с номерами, соответствующими ветвям дерева.

Матрица B содержит w единичных базисных вектор-столбцов, номера которых соответствуют номерам хорд графа. Взаимосвязь между матрицами Q, B : $BQ^T = Q^T B$. Применяв алгоритм исключений Гаусса к матрице инцидентий A , получаем дерево графа ($v-1$ единичных независимых вектор-столбцов) и матрицу главных сечений Q . Последняя строка нулевая. Переставим столбцы в матрице Q так, чтобы $Q = [I/Q_a]$. Перестановка соответ-

ствуется перенумерации дуг графа. Дуги дерева пронумерованы теперь от 1 до $v-1$. При этом матрица B примет вид $B=[B_0/1]$. Здесь 1 - единичная матрица.

Рассмотрим теперь ориентированный граф эквивалентной электрической схемы установки, который дополним дугами, соответствующими обмоткам трансформатора. Дополнительных дуг три. Одна выходит из узла 1 и направлена в узел 3 (рисунок 6), вторая выходит из узла 3 и входит в узел 5 и последняя из узла 5 в узел 1.

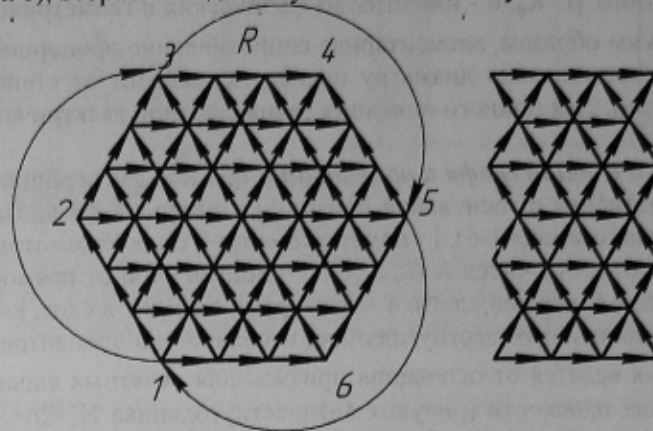


Рисунок 6 – Ориентированный граф

Сделаем предварительные допущения:

а) дополнительные дуги, соответствующие обмоткам трансформатора, не должны входить в дерево (дерево графа всегда можно выбрать и без вхождения этих дуг);

б) при нумерации дуг графа эти дуги нумеруем последними.

Тогда матрица Q имеет вид $Q=I/Q_1/Q_2$. Здесь I - единичная матрица размерности $(v-1)*(v-1)$, Q_1 - матрица размерности $(v-1)*(w-z)$, Q_2 - матрица размерности $(v-1)*z$, z - количество обмоток трехфазного трансформатора (в нашем случае $z=3$).

Для нахождения токов в эквивалентной электрической схеме составим систему алгебраических уравнений, используя законы Кирхгофа. Из первого закона следует, что алгебраическая сумма последовательных переменных (J - токи), поставленных в соответствие дугам графа, инцидентных любому узлу, принадлежащих любому сечению равна нулю.

$$AJ=0 \quad \text{или} \quad QJ=0 \quad (1)$$

Согласно второму закону Кирхгофа, алгебраическая сумма параллельных переменных (U - падения напряжений), поставленных в соответствие дугам графа, принадлежащих любому замкнутому циклу, равна нулю.

$$BU=0 \quad (2)$$

Рассмотрим наши переменные. Пусть $J=\{J_1, J_2, J_T\}$, где J_1 - токи в ветвях дерева, J_2 - токи в хордах дерева (исключив токи в обмотках трансформатора), J_T - ток в обмотках трансформатора, $U=\{U_1, U_2, U_T\}$ U_1 - падение напряжения в ветвях дерева, U_2 - падение напряжения в хордах дерева (исключив напряжение на обмотках трансформатора), U_T - напряжение на обмотках трансформатора. При одной лишь активной нагрузке фазы тока и напряжения совпадают. Учитывая, что $U_1=R_1J_1, U_2=R_2J_2$ и связь между матрицами A, Q, B система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} J_1 + A_1 J_1 + A_2 J_T &= 0 \\ R_2 J_2 - A_1^T R_1 J_1 &= 0 \\ A_2^T R_1 J_1 = J_T R &= U_T \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь R - активное сопротивление в обмотках трансформатора, R_1, R_2 - диагональные матрицы сопротивлений в ветвях и хордах дерева. При одинаковой температуре всего слоя кокса значения величин в диагональных матрицах равны элементарному сопротивлению r , при заданной температуре. При различной температуре по зонам коксового слоя, необходимо данные матрицы заполнять с учетом зависимости элементарного сопротивления от температуры. Значения J_T, U_T - считаем заданными. A^T - транспонированная матрица. Решив систему алгебраических уравнений (3), находим значения токов в элементах разбиения (в кусках кокса) сыпного материала реактора. По значению токов и известным величинам сопротивлений r определяем по закону Джоуля-Ленца выделяемое тепло в элементах установки, то есть, определяем точечные источники тепла $f(\rho, \varphi, z, t)$, которые в дальнейшем могут использоваться для численного решения теплотехнической задачи. Для решения уравнений (3) необходимо экспериментально определять величины r - сопротивления элементов нашего разбиения (кусков кокса, некоторого элементарного объема сыпного кокса).

При задании диэлектрических стенок исключаются те вершины, и соответственно, дуги идущие к этим вершинам, попадающие на диэлектрические стенки (рисунок 7). Алгоритм построения ориентированного графа, т.е. определения матриц A_1, A_2, R_1, R_2 , в зависимости от степени разбиения n и нахождения решения системы уравнений (3), реализован с использованием системы обработки баз данных FoxPro и языка программирования FORTRAN.

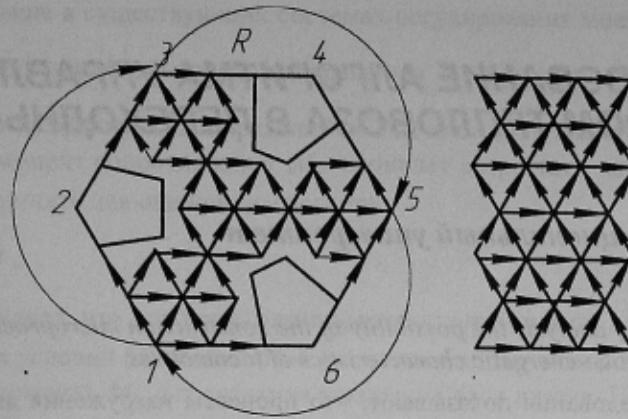


Рисунок 7 – Ориентированный граф с учетом диэлектрических перегородок

На рисунке 8 показано качественное распределение плотности тока по объему кокса при $\tau = 1$ и $U = 1$. Из рисунка видно, что основное выделение мощности согласно закону Джоуля – Ленца происходит в окрестности электродов и в центре реактора.

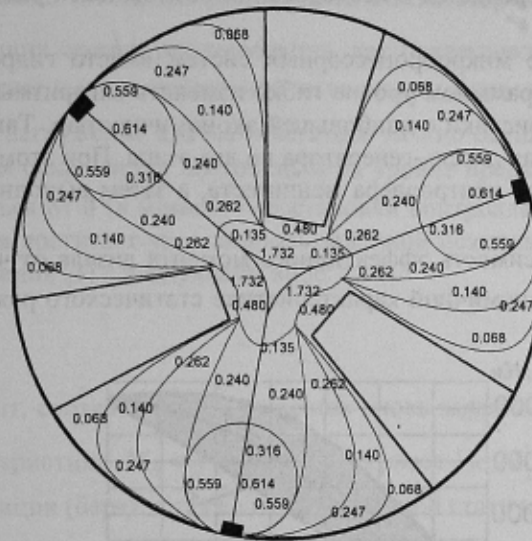


Рисунок 8 - Качественное распределение плотности токов.

Для определения реальных значений элементарных сопротивлений в зависимости от температуры, по измеряемым значениям I и U на трансформаторе, необходимо произвести эксперименты с заданной конфигурацией нагреваемого слоя кокса. По построенной математической модели при различных степенях разбиения на элементарные объемы (шары), необходимо решить третье уравнение из (3) и определить значение R , в зависимости от разбиения.

Результаты проведенных экспериментов будут обсуждены в следующей статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Горда Патент № 35979А, Украина, на изобретение. Способ утилизации бытовых отходов., заявлен 16.06.99г., опубликован 16.04.2001г., бюл. №3, 2001.
2. О.В. Лунева, В.К. Костенко, В.И. Горда, Е.С. Матлак, С.Ю. Приходько Патент № 13629, Украина, Способ утилизации отходов, заявлен 26.09.2005 г., опубликован 17.04.2006 г., бюл. №4.
3. В.И. Горда Патент № 44079А, Украина, на изобретение. Установка для термической переработки твердых отходов., заявлен 18.04.2001., опубликован 15.01.2002г., бюл. №1.
4. А.И. Тесленко, В.И. Горда, С.И. Фоменко Безотходная переработка металлургических и гальванических шламов Экология промышленного города. Материалы II Мариупольской конференции. Мариуполь: Стратегия, 1997. – С. 85-86.
5. О.В. Лунева, В.И. Горда, Е.С. Матлак Основы практической теории предотвращения образования токсичных продуктов при термической утилизации твердых бытовых отходов/ Журн. Хімія і хімічна технологія, № 95, 2005. – С. 117 – 123.

Рекомендовано проф., д.т.н. Бурковским А.Н.