

УДК 622.012.2

А.В. Гаврюков, канд. техн. наук, доц.,
Донбасская национальная академия строительства и
архитектуры

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СХОДА ЛЕНТЫ НА БАРАБАНЕ С НЕЗНАЧИТЕЛЬНОЙ ВЫПУКЛОСТЬЮ ПРИ ЕГО РАЗВОРОТАХ

Установлено, что нормальное давление ленты на барабан, при отсутствии проскальзываний, не влияет на касательную нагрузку взаимодействия ленты с барабаном при его развороте. В работе разработана математическая модель переходного процесса схода ленты на барабане с незначительной выпуклостью, который зависит от параметров и режима работы конвейера. Величина поперечного смещения ленты на барабане выпуклой формы меньше, чем на барабане цилиндрической.

Ключевые слова: переходной процесс, сход ленты, математическая модель, барабан выпуклой формы, параметры и режимы работы конвейера.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Создание новых машин, в состав которых входит ленточный конвейер, работающий при изменяющейся длине [1],[2] требует решения научно-практических задач связанных с безаварийной работой транспортирующих устройств.

Анализ исследований и публикаций. Разворот барабанов передвижных станций конвейеров с изменяющейся длиной транспортирования [1],[2] приводит к сходу ленты со средней их части. В работах [3], [4] отмечается, что при развороте барабана с криволинейной образующей величина схода ленты меньше, чем при развороте цилиндрического барабана. В работе [5] указывается, что при сходе ленты на выпуклом барабане возникает изгибающий момент, стабилизирующий положение ленты. В зависимости от формы барабана процесс центрирования ленты может носить апериодический или колебательный характер.

Анализ исследований и публикаций показал, что переходной процесс схода ленты на барабанах с незначительной выпуклостью не достаточно изучен, при этом следует учитывать влияние поперечная деформация ленты вдоль оси конвейера, зависящей от коэффициента трения скольжения ленты по роликам, веса и натяжения ленты.

Постановка задачі. Настоящая статья является продолжением работ [1], [2]. Целью данного исследования является изучение влияния натяжений ленты на касательную нагрузку взаимодействия ленты с барабаном с незначительной выпуклостью при отсутствии проскальзывания, составление математической модели процесса схода ленты на барабане с незначительной выпуклостью.

Изложение материала и результаты.

Натяжение ленты вызывает нормальное давление ленты на обводной барабан. Покажем, что нормальное давление, при отсутствии проскальзываний, не влияет на касательную нагрузку взаимодействия ленты с барабаном при его развороте.

Рассмотрим напряжения и деформации, возникающие в зоне контакта ленты с барабаном, в предположении, что нагрузка неравномерно распределена по образующей барабана. При не перпендикулярном расположении оси ленты относительно оси барабана эпюра будет представлена в виде кривой с вершиной расположенной на оси проходящей через среднюю часть барабана развернутой относительно оси ленты на угол разворота барабана, а ее вогнутость обращена вниз [3].

Допустим, что результирующая боковая сила F_b некоторых сил обеспечивает равномерное поступательное движение ленты со скоростью V_l , направленной под углом ζ к касательной поверхности барабана вдоль плоскости xOz (рис. 1).

Считаем также, что деформации имеют место только по толщине контактирующей нижней обкладки ленты и футеровки барабана в пределах зоны контакта. Тогда точки, принадлежащие нижней поверхности ленты, входя в контакт с барабаном, сдвигаются по окружности барабана и смещаются вдоль его образующей по некоторому закону $d\Delta_n(l, s)$ (s - подвижная криволинейная координата вдоль плоскости xOz ; l - координата вдоль образующей барабана).

При этом точки на поверхности футеровки также смещаются вдоль образующей по закону $d\Delta_\phi(l, s)$. Соотношение между $d\Delta_n$ и $d\Delta_\phi$ может быть найдено из условия равенства касательных напряжений на границе контакта ленты и футеровки барабана [6]:

$$G_n \frac{d\Delta_n}{h_n} = G_\phi \frac{d\Delta_\phi}{h_\phi} \quad (1)$$

где G_l и G_ϕ — модули сдвига; h_l и h_ϕ — толщина нижней обкладки ленты и футеровки соответственно.

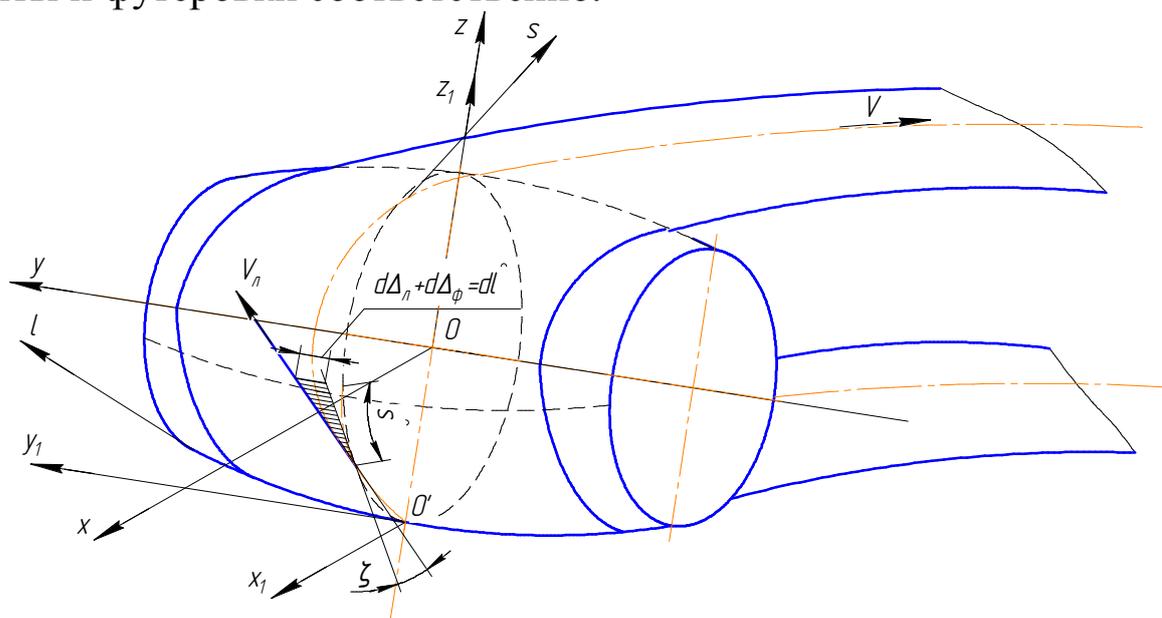


Рис. 1. Основные соотношения при движении ленты по барабану без проскальзывания

При отсутствии скольжения ленты по барабану функции $d\Delta_l$ и $d\Delta_\phi$ изменяются по следующему закону [6]:

$$d\Delta_l + d\Delta_\phi = ds \cdot \operatorname{tg} \zeta \quad (2)$$

Отсутствие проскальзывания ленты по барабану определяется условием не превышения касательными напряжениями на границе контакта удельных сил трения покоя:

$$d\tau = G_l \frac{d\Delta_l}{h_l}(s, l) \leq f_0 \sigma(s, l) \quad (3)$$

где f_0 - коэффициент трения покоя; $\sigma(s, l)$ - нормальные напряжения в контакте, распределенные по определенному закону.

Из уравнения (3) следует, что касательная нагрузка взаимодействия ленты с барабаном при отсутствии проскальзывания не зависит от нормальных напряжений в контакте. При нарушении условия (3) наступает проскальзывание контактирующих поверхностей и смещение $d\Delta_l$ определяется из соотношения

$$G_l \frac{d\Delta_l}{h_l}(s, l) = f_{ск} d\sigma(s, l) \quad (4)$$

где $f_{ск}$ - коэффициент трения скольжения.

С учетом уравнений (1), (2) выразим уравнение (3) через модули сдвига G_l , G_ϕ и толщину нижней обкладки h_l , h_ϕ ленты и футеровки.

$$d\Delta_l = d\tau \frac{h_l}{G_l}; \quad d\Delta_\phi = d\tau \frac{h_\phi}{G_\phi}; \quad d\tau \frac{h_l}{G_l} + d\tau \frac{h_\phi}{G_\phi} = ds \cdot \operatorname{tg}\zeta;$$

$$d\tau = \frac{ds \cdot \operatorname{tg}\zeta}{\frac{h_l}{G_l} + \frac{h_\phi}{G_\phi}} \quad (5)$$

Приняв во внимание, что $dl = ds \cdot \operatorname{tg}\zeta$, а касательное напряжение между барабаном и лентой возникает по всей ширине ленты $\int dl = B$ имеем

$$\tau = \frac{B}{\frac{h_l}{G_l} + \frac{h_\phi}{G_\phi}} \quad (6)$$

Вследствие низкого модуля сдвига конвейерных лент можно считать, что искривление оси ленты происходит за счет деформации сдвига сечениями ленты параллельными образующим барабана. В связи с этим касательную нагрузку взаимодействия ленты с барабаном в поперечном направлении, при отсутствии проскальзывания, Q считаем пропорциональной смещению Δ_l

$$Q = -\tau \cdot \Delta_l \quad (7)$$

Установлено, что переходной процесс схода ленты на барабане следует рассматривать с учетом закономерностей ее движения на барабане и поперечной деформации ленты вдоль оси конвейера [1].

Рассмотрим движение ленты на барабане с поверхностью эллипсоида вращения (рис. 2) обрезанного с двух сторон от оси вращения на величину $L_\sigma/2$, где L_σ - длина барабана. За длину контакта ленты с барабаном L_κ примем расстояние между сечениями по поверхности футеровки барабана ограниченной плоскостью zOy . Рассмотрим скорости движения контактирующих точек A и A_1 . Точка A принадлежит футеровке барабана, точка A_1 нижней обкладке ленты. В начальный момент времени t_0 точки A и A_1 совмещены.

При возникновении боковой силы или развороте барабана относительно оси ленты происходит поперечное смещение ленты вдоль

образующей барабана. Вследствие поперечного скольжения точка A_1 смещается относительно точки A на величину Δ_l . В момент времени t_1 абсолютная скорость движения точки A_1 равна скорости движения точки A в момент времени t_0, t_1 V_s ($V_s = V \cos \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} = V$ так как $\cos \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \approx 1$, где V - скорости ленты вдоль оси конвейера) и поперечной скорости смещения ленты V_l (рис. 2). $\vec{V}_n = \vec{V}_s + \vec{V}_l$.

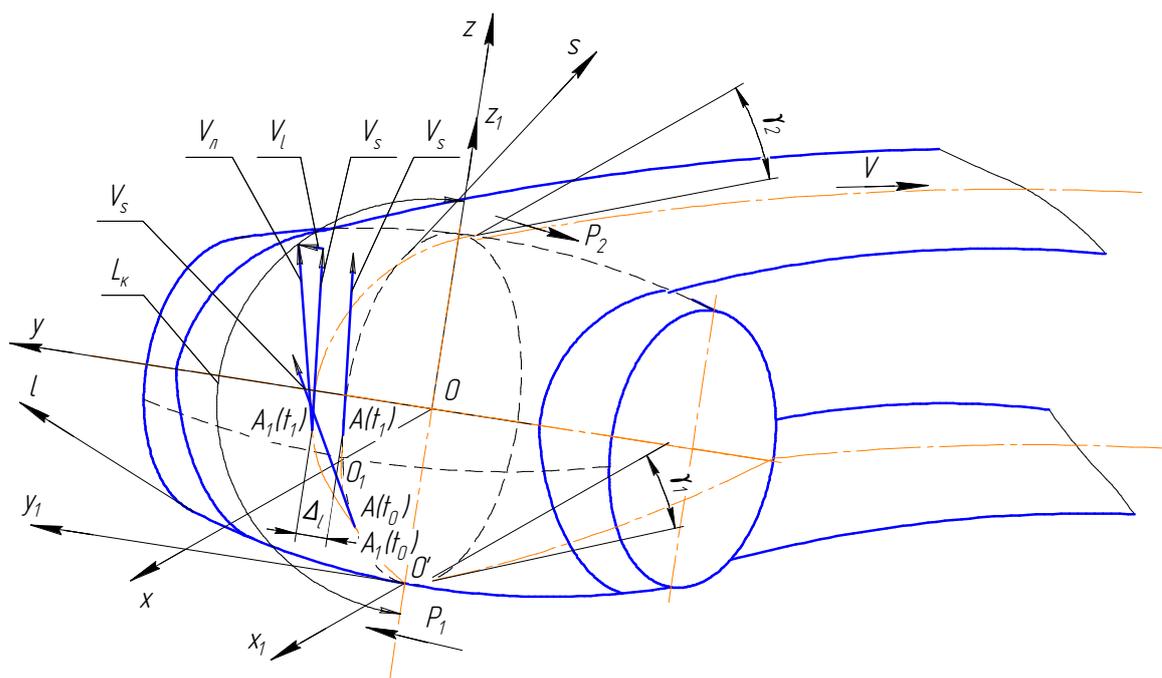


Рис. 2. Расчетная схема к определению скорости скольжения по длине контакта V_l и скорости схода V_{cx} ленты с барабана.

Определим при заданных углах набегания γ_1 и сбегания γ_2 ленты с выпуклого барабана и его параметрах, скорости ленты вдоль оси конвейера V , скорость скольжения по длине контакта V_l и скорость схода V_{cx} ленты с барабана. Проекцию разности скорости \vec{V}_n и \vec{V}_s на ось O_1l назовем скоростью поперечного скольжения. Движение ленты по выпуклому барабану будем рассматривать в криволинейной системе координат lO_1s . Форму оси ленты задаем функцией $l(s, t)$ определенной с точностью до произвольной постоянной величины.

Скорость поперечного скольжения V_l точки A_1 и равные ей скорости всего множества точек принадлежащих ленте, определяются

полной производной функции $l(s, t)$ причем t служит аргументом (частный вид сложной функции) [7] [8].

Пренебрегая продольным скольжением, можем записать

$$V_l = \frac{dl}{dt} = \frac{\partial l}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial t} \cdot \frac{\partial l}{\partial s}$$

где $V_s = \partial s / \partial t = V$ - скорости ленты вдоль оси конвейера.

$$V_l = \frac{\partial l}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial l}{\partial s} \quad (8)$$

Частная производная по t при фиксированном s есть скорость схода ленты с барабана

$$V_{cx} = \frac{\partial l}{\partial t} = V_l + V_{cx.геом.} \quad (9)$$

где $V_{cx.геом.} = -V \cdot \partial l / \partial s$ - геометрическая компонента скорости схода, обусловленная не параллельностью оси ленты и оси s продольным движением ленты.

Найдем связь между скоростью скольжения V_l и смещением Δ_l , определяющим силы взаимодействия ленты с барабаном. За время t пребывания в контакте точка A_l смещается вдоль оси l относительно точки A на величину

$$\Delta_l = \int_0^t V_l \cdot dt \quad (10)$$

где $t = s / V$, s - длина дуги от точки $A(t_0)$ до точки $A(t_1)$.

Из выражения (10) следует

$$\frac{\partial \Delta_l}{\partial s} = \frac{V_l}{V} \quad (11)$$

Подставляя выражения (11) в (7), получим дифференциальную форму закона передачи касательных усилий в контакте упругих тел при постоянно изменяющихся участках контакта:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = -\tau \frac{V_l}{V} \quad (12)$$

При постоянной скорости скольжения по длине контакта, из (12) получим линейный закон изменения $Q(s)$.

По физической природе силы взаимодействия ленты с барабаном диссипативны энергия, накопленная в обкладке ленты и футеровке барабана за время пребывания в контакте, рассеивается после выхода из него.

Из условия равновесия элемента ленты длиной ds [9] при незначительной выпуклости барабана следует, что

$$\frac{\partial P_l}{\partial s} = q \quad (13)$$

где P_l - проекция внутренних сил в сечении ленты на ось l ; q - распределенная касательная нагрузка взаимодействия ленты с барабаном по оси l .

Экспериментально установлено, что, пренебрегая изгибом, уравнение деформации ленты можно записать в виде [10]

$$\frac{\partial l}{\partial s} = -\frac{P_l}{S_n + GB} \quad (14)$$

где S_n - натяжение ленты (продольное усилие в ленте); B - ширина ленты; G - модуль сдвига конвейерных лент, кгс/см ширины ленты; для ленты типа 2У с пятью прокладками динамический модуль сдвига $G = (45 - 55)$ кгс/см, для ленты 2К-300 с пятью основными прокладками - $(70 - 80)$ кгс/см; значения статических модулей в 1,5-1,8 раза ниже [10].

Подставив уравнение (13) в уравнение (14) и выполнив преобразования получим дифференциальное уравнение деформации ленты

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[(S_n + GB) \frac{\partial l}{\partial s} \right] = -q \quad (15)$$

Так как инерционные силы незначительны, пренебрежем ими. Определим уравнение движение ленты по барабану, подставим уравнение (8) в (11)

$$\frac{\partial \Delta_l}{\partial s} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial l}{\partial t} + V \frac{\partial l}{\partial s} \right) \quad (16)$$

Из (7) $\partial Q = -\tau \cdot \partial \Delta_l$, в свою очередь $\partial Q = q [9]$ отсюда

$$\partial \Delta_l = -\frac{q}{\tau} \quad (17)$$

$$\text{Подставим (17) в (16)} \quad -q \frac{\tau}{V} \left(\frac{\partial l}{\partial t} + V \frac{\partial l}{\partial s} \right) \partial s \quad (18)$$

Подставив (18) в (17) и выполнив преобразования получим уравнение движение ленты по барабану

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[(S_n + GB) \frac{\partial l}{\partial s} \right] - \frac{\tau}{V} \left(\frac{\partial l}{\partial t} + V \frac{\partial l}{\partial s} \right) \partial s \quad \frac{\partial^3 l}{\partial s^3} = \frac{\tau}{S + GB} \cdot \left(\frac{1}{V} \frac{\partial l}{\partial t} + \frac{\partial l}{\partial s} \right) \quad (19)$$

$$\frac{\partial^3 l}{\partial s^3} - n^2 \cdot \frac{\partial l}{\partial s} = \frac{n^2}{V} \cdot \frac{\partial l}{\partial t} \quad (20)$$

Существенная особенность этого уравнения состоит в том, что оно не инвариантно относительно направления отсчета текущей координаты и в этом смысле отличается от известных уравнений математической физики; это свойство следует из специфики сил взаимодействия ленты с барабаном, процесс поперечного движения, происходит с рассеиванием энергии.

Два крайних условия уравнения (20) получаем, из условия деформации крайних сечений:

$$\frac{\partial l}{\partial s}(0) = \gamma_1; \quad \frac{\partial l}{\partial s}(L_k) = \gamma_2 \quad (21)$$

или с учетом (14)

$$\frac{\partial l}{\partial s}(0) = -\frac{P_1}{S_n + GB}; \quad \frac{\partial l}{\partial s}(L_k) = -\frac{P_2}{S_n + GB} \quad (22)$$

где P_1, P_2 — усилия в набегающем и сбегавшем сечениях, которыми заменяем действие отброшенных частей ленты; L_k - длина контакта ленты с барабаном вдоль оси s .

Дополнительное третье крайнее условие получаем из дифференциального уравнения (15), учитывая следующий физический факт: на элементы ленты, приходящиеся на барабан, не действуют касательные силы взаимодействия, так как силы появляются только после смещения этих элементов по барабану:

$$\left. \begin{aligned} q(0) &= 0 \\ \frac{\partial^2 l}{\partial s^2}(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Значения γ_1, γ_2 считаем постоянными и ищем частное решение уравнения (20), соответствующее установившемуся процессу,

$$\frac{\partial l}{\partial s}(s, t) = \frac{\partial l}{\partial s}(s) \quad (24)$$

С учетом краевых условий (21), (23) решение уравнения (20) имеет вид

$$u(s) = \frac{\partial l}{\partial s} \left[\gamma_1 + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\operatorname{ch} n L_K - 1} (\operatorname{ch} n s - 1) \right] \quad (21)$$

скорость схода ленты с барабана

$$V_{cx} = \frac{\partial l}{\partial t} = A \cdot V \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\operatorname{ch} n L_K - 1} - \gamma_1 \right) = \quad (22)$$

Подставив выражение (21), (22) в (8) получим распределение скоростей скольжения по длине контакта вдоль оси s

$$V_l = V \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\operatorname{ch} n L_K - 1} \right) \operatorname{ch} n s \quad (23)$$

Проанализируем поведение ленты на барабане. В установившемся режиме скорость схода постоянна и одинакова по всей длине контакта, пропорциональна скорости движения ленты V . Для анализа скорости скольжения и формы ленты на барабане оценим минимальные значения n . При толщине футеровки 20 мм, модуле сдвига материала футеровки и обкладки $G_1 = G_2 = 250 \text{ Н/см}^2$, максимальном использовании тягового усилия: $n = 0,41/\text{см}$ для ленты 2У с пятью прокладками и толщиной обкладки 3 мм, $n = 0,21/\text{см}$ для ленты 2К-300 с пятью основными прокладками и толщиной обкладки 6 мм.

На рисунке 3 приведены графики распределения V_l/V по длине контакта при различной длине обхвата лентой барабана $L_K = 10 \text{ см}$, $L_K = 20 \text{ см}$, $L_K = 30 \text{ см}$, $L_K = 40 \text{ см}$, $L_K = 50 \text{ см}$, $\gamma_1 = -\gamma_2 = 0,1$, $n = 0,21 \text{ см}^{-1}$

На рисунке 4 приведены графики распределения $\partial l/\partial s$ по длине контакта при различной длине обхвата лентой барабана $L_K = 10 \text{ см}$, $L_K = 20 \text{ см}$, $L_K = 30 \text{ см}$, $L_K = 40 \text{ см}$, $L_K = 50 \text{ см}$, $\gamma_1 = -\gamma_2 = 0,1$, $n = 0,21 \text{ см}^{-1}$.

С увеличением длины контакта l скорость скольжения в набегающем сечении уменьшается и при $l = 50 \text{ см}$ практически равна нулю. Наибольшая (по абсолютной величине) величина V_l достигается в сбегающем сечении, где лента деформируется под действием силы P_2

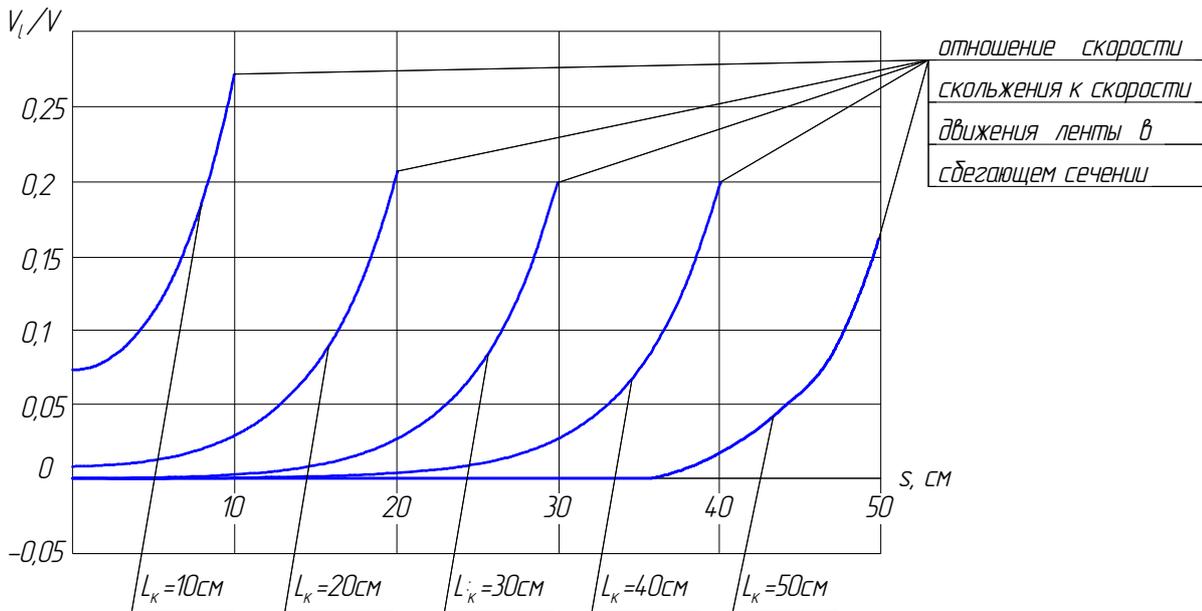


Рис. 3. Графики распределения V_1 / V по длине контакта

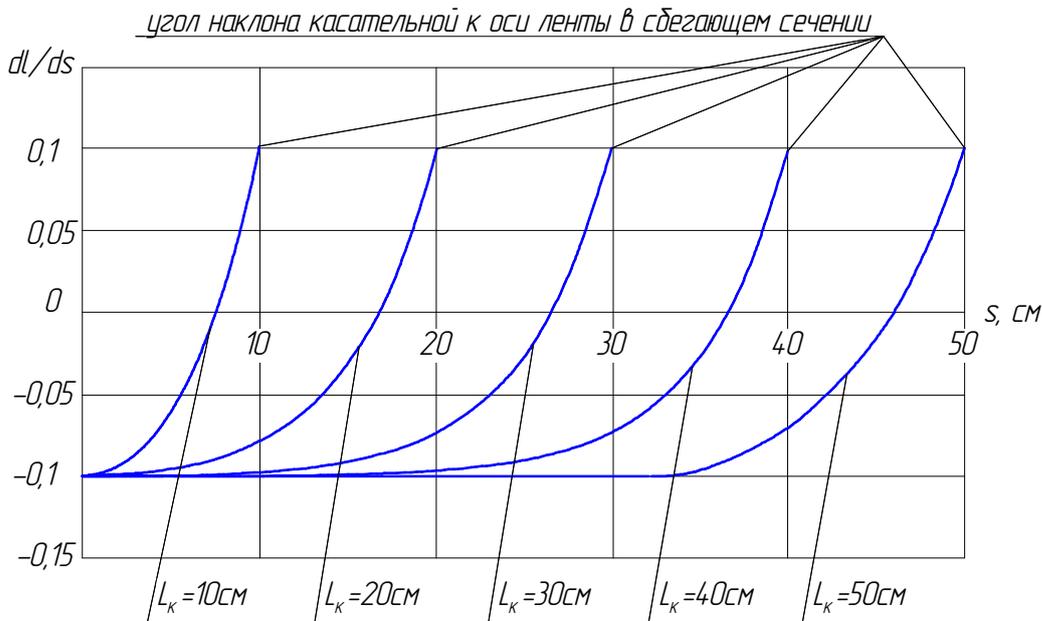


Рис. 4. Графики распределения dl / ds по длине контакта

Угол наклона касательной к оси ленты при большой длине контакта сохраняет постоянное значение на большей части длины, существенно изменяясь только в окрестности сбегающего сечения. При $l > (20 \div 30)$ см можно считать, что в набегающем сечении скорость скольжения равна нулю, а скорость схода ленты с барабана равна

$$V_{cx} = \cancel{K}_{cx.geom.} - V\gamma_1 \tag{24}$$

Скорость схода ленты с барабана в параметрической системе координат

$$V'_{cx} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial l} \cdot \frac{\partial l}{\partial t} \tag{25}$$

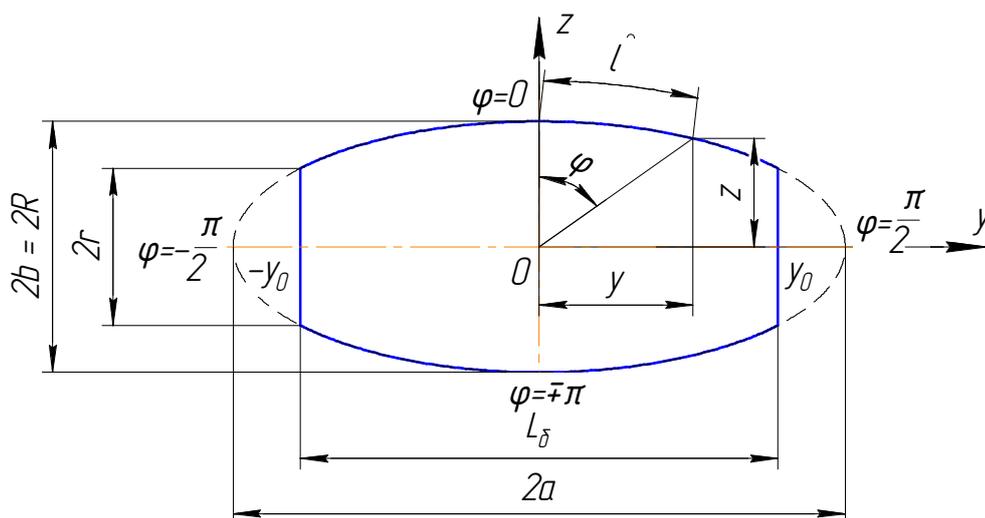


Рис. 5. Расчетная схема к определению длины образующей барабана

Выразим криволинейную координату l через угол φ (рис. 5)

$$\begin{cases} y = a \cdot \sin \varphi \\ z = b \cdot \cos \varphi \end{cases} \quad (26)$$

Длина образующей барабана l вдоль координаты y

$$\begin{aligned} l &= \int_0^{\varphi} \sqrt{y'(\varphi)^2 + z'(\varphi)^2} \cdot d\varphi = \int_0^{\varphi} \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi \\ l &= \int_0^{\varphi} \sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi = a \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - \frac{(a^2 - b^2)}{a^2} \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi \\ l &= a \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi = a \cdot E(\varphi, \varepsilon) \end{aligned} \quad (27)$$

где $\varepsilon = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ - эксцентриситет эллипса; $2c$ - фокусное расстояние эллипса; $a \cdot E(\varphi, \varepsilon)$ - эллиптический интеграл 2-го рода в нормальной форме Лежандра [11].

Из уравнения (27)
$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} = \frac{1}{a \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \quad (28)$$

С учетом уравнения (22)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{V}{a \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\operatorname{chn} L_{\kappa} - 1} - \gamma_1 \right) \quad (29)$$

Скорость схода ленты с барабана в декартовой системе координат

$$V_{cx}'' = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cdot \frac{\partial y}{\partial \varphi} \quad (30)$$

Из уравнения (26)
$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = a \cos \varphi \quad (31)$$

$$V_{cx}'' = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{V \cos \varphi}{a \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\operatorname{chn} L_k - 1} - \gamma_1 \right) \quad (32)$$

С учетом того, что $y = a \sin \varphi$ выразим параметр φ через y

$$\frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}}}$$

где $k = 1 - \varepsilon^2 = b^2 / a^2$ - коэффициент сжатия эллипса

Отсюда
$$V_{cx}'' = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{V}{\sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}}} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\operatorname{chn} L_k - 1} - \gamma_1 \right) \quad (33)$$

Для практически важного случая при длине контакта $l > (20 \div 30) \text{ см}$

$$V_{cx}'' = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{V \cdot \gamma_1}{\sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}}} \quad (34)$$

Поперечная деформация ленты вдоль оси конвейера зависит от коэффициента трения скольжения ленты по роликам, веса и натяжения ленты [1], [12].

Пренебрегая инерционными силами для плоской холостой ветви ленты, набегавшей на барабан, уравнение поперечной деформации ленты записывается [1], [12]

$$\beta = \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\rho_l \cdot c_{m.c.} \cdot y}{S_l} \quad (35)$$

где ρ_l - погонная масса ленты, $c_{m.c.}$ - тангенс угла наклона линейной части графика зависимости коэффициента трения от скольжения $c_{m.c.} = 10-30$ [13], [14]; S_l - натяжение ленты в точке набегания на барабан.

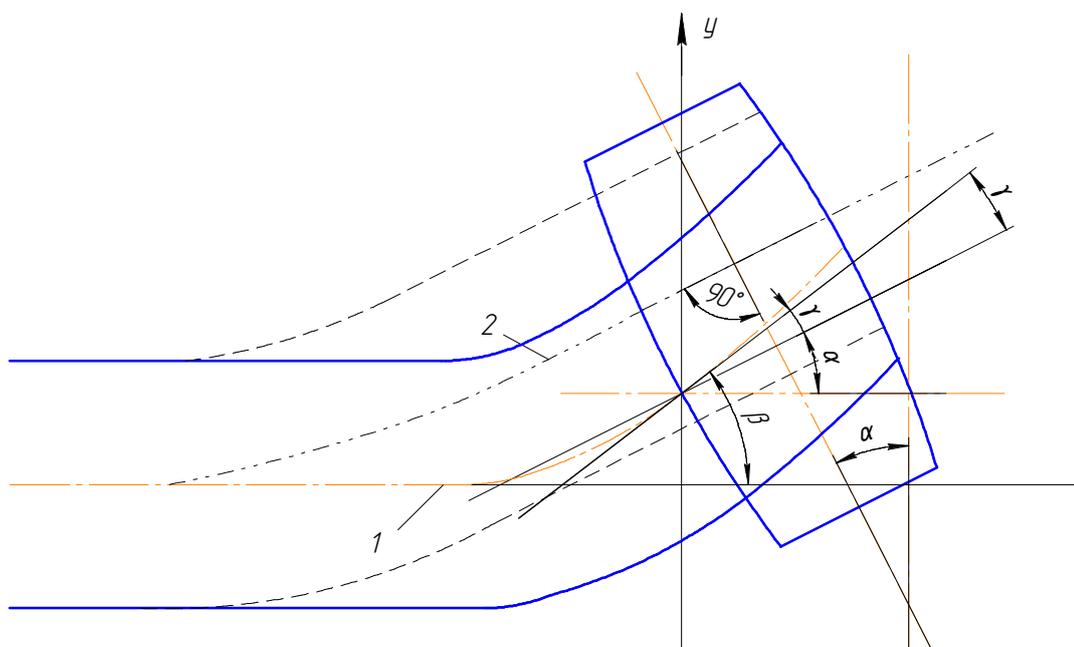


Рис. 6. Схема поперечного смещения ленты на барабане:
1 – положение ленты в переходном режиме; 2 – положение ленты в стационарном режиме

При развороте барабана на угол α угол между набегающей осью ленты на барабан и продольной осью ленты вдоль конвейера принимает значение $\beta = \gamma_1 + \alpha$ (рис.6) [1] отсюда

$$\gamma_1 = \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\rho_n \cdot c_{m.c.} \cdot y}{S_l} - \alpha \quad (36)$$

Для практически важного случая переходной процесс скорости схода ленты при развороте эллиптического барабана учитывающей поперечную деформацию ленты вдоль оси конвейера определяем из уравнений (34), (36)

$$\alpha = \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \left(\sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}} + 1 \right) + \frac{\rho_n \cdot c_{m.c.}}{S_l} y \quad (37)$$

Введем коэффициент выпуклости $K_{вып.}$ барабана определяющий среднее значение функции $\sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}}$ в уравнении (37)

$$K_{вып.} \cong \sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}} \quad (38)$$

получим

$$\alpha = \frac{(K_{\text{выт.}} + 1)}{V} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\rho_n \cdot c_{m.c.}}{S_n} y \quad (39)$$

Среднее значение функции $\sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}}$ на интервале $[-y_0; y_0]$ (рис.5) $y_0 = \frac{L_{\bar{\sigma}}}{2}$

$$K_{\text{выт.}} = \frac{1}{L_{\bar{\sigma}}} \int_{-\frac{L_{\bar{\sigma}}}{2}}^{\frac{L_{\bar{\sigma}}}{2}} \sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}} \cdot dy = \frac{2}{L_{\bar{\sigma}}} \int_0^{\frac{L_{\bar{\sigma}}}{2}} \sqrt{1 - k + \frac{b^2}{a^2 - y^2}} \cdot dy \quad (40)$$

Выполним замену $y = a \sin \varphi$, $y_0 = a \sin \varphi_0$; $\varphi_0 = \arcsin \frac{y_0}{a}$

$$K_{\text{выт.}} = \frac{a}{y_0} \int_0^{\varphi_0} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi = \frac{a}{y_0} E(\varphi, \varepsilon) \quad (41)$$

Приведем пример определения $K_{\text{выт.}}$ при $r = 200$ мм, $R = 250$ мм, $L_{\bar{\sigma}} = 1120$ мм.

Из рисунка 5 с учетом знания уравнения эллипса

$$b = R = 250 \text{ мм}; \quad a = \frac{RL_{\bar{\sigma}}}{2\sqrt{R^2 - r^2}} = \frac{250 \cdot 1120}{2\sqrt{250^2 - 200^2}} = 933,3 \text{ мм};$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{933,3^2 - 250^2} = 899,2 \text{ мм}; \quad \varepsilon = c/a = 899,2/933,3 = 0,96;$$

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{560}{933,3} = \arcsin 0,6 = 0,6435 \text{ рад} = 37^\circ;$$

$$\alpha_0 = \arcsin \varepsilon = \arcsin 0,96 = 1,287 \text{ рад} = 74^\circ$$

При помощи таблицы 28 [11] по параметрам φ_0 и α_0 определяем значение $E(\varphi, \varepsilon)$. При определении $E(\varphi, \varepsilon)$ следует иметь ввиду, что значение ε , в данном случае, является модулем интеграла

$$K_{\text{выт.}} = \frac{933,3}{560} \int_0^{0,6435} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi = 1,6667 E(\varphi, \varepsilon) = 1,6667 \cdot 0,6 = 1,0002$$

На рисунке 7 приведен график изменения $K_{\text{выт.}}$ от максимального диаметра барабана $D_{\text{max}} = 2R$ при $D_{\text{мин}} = 2r = 400$ мм, $L_{\bar{\sigma}} = 1120$ мм.

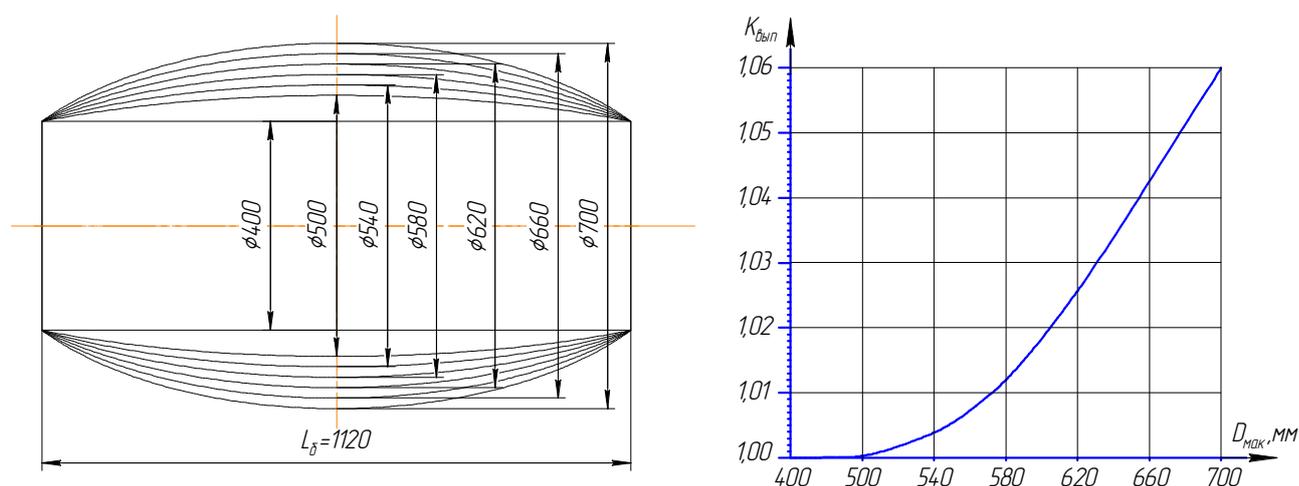


Рис. 7. График изменения коэффициента выпуклости барабана в зависимости от максимального диаметра при $D_{мин} = 400$ мм, $L_d = 1120$ мм.

Преобразуем уравнение (39)

$$\frac{S_l (K_{вып.} + 1) dy}{\rho_l \cdot c_{m.c.} \cdot V dt} + y = \frac{S_l}{\rho_l \cdot c_{m.c.}} \alpha$$

$$T_0 \frac{dy}{dt} + y = K_0 \alpha \quad (42)$$

где T_0 - постоянная времени объекта регулирования (ленты); K_0 - коэффициент передачи по углу поворота барабана.

$$T_0 = \frac{S_l (K_{вып.} + 1)}{\rho_l \cdot c_{m.c.} \cdot V} \quad (43)$$

$$K_0 = \frac{S_l}{\rho_l \cdot c_{m.c.}} \quad (44)$$

Перейдя к операторной форме записи, получим уравнение соответствующее аperiodическому звену первого порядка

$$(T_0 \lambda + 1) y = K_0 \alpha \quad (45)$$

где $\lambda = d/dt$ - оператор дифференцирования

Решив уравнение (42) получим величину схода ленты на барабане в прямоугольной системе координат учитывающую поперечную деформацию ленты вдоль оси конвейера

$$y = K_0 \alpha \left(1 - e^{-\frac{t}{T_0}} \right) \quad (46)$$

Подставив уравнение (46) в уравнение (42) с учетом уравнений (43), (44) получим скорость схода ленты конвейера на обводном ба-

рабане выпуклой формы при его развороте. Скорость схода ленты получена для практически важного случая при небольшом коэффициенте выпуклости, когда длина обхвата лентой барабана больше 20 см, а набегающая на барабан ветвь конвейера плоская

$$V_{cx}^{нл.л.} = \frac{dy}{dt} = \frac{V \cdot e^{\frac{t}{T_0}}}{K_{выпн} + 1} \quad (47)$$

На рисунках 8, 9 приведены графики изменения величины и скорости схода ленты на барабане от времени переходного процесса (сплошной линией при коэффициенте выпуклости $K_{выпн.} = 1$, осевой линией при коэффициенте выпуклости $K_{выпн.} = 1,06$).

Как видно из графиков с увеличением натяжения ленты и угла разворота барабана величина схода увеличивается, с увеличением выпуклости, погонного веса ленты, коэффициента трения скольжения ленты по роликам, скорости движения ленты уменьшается.

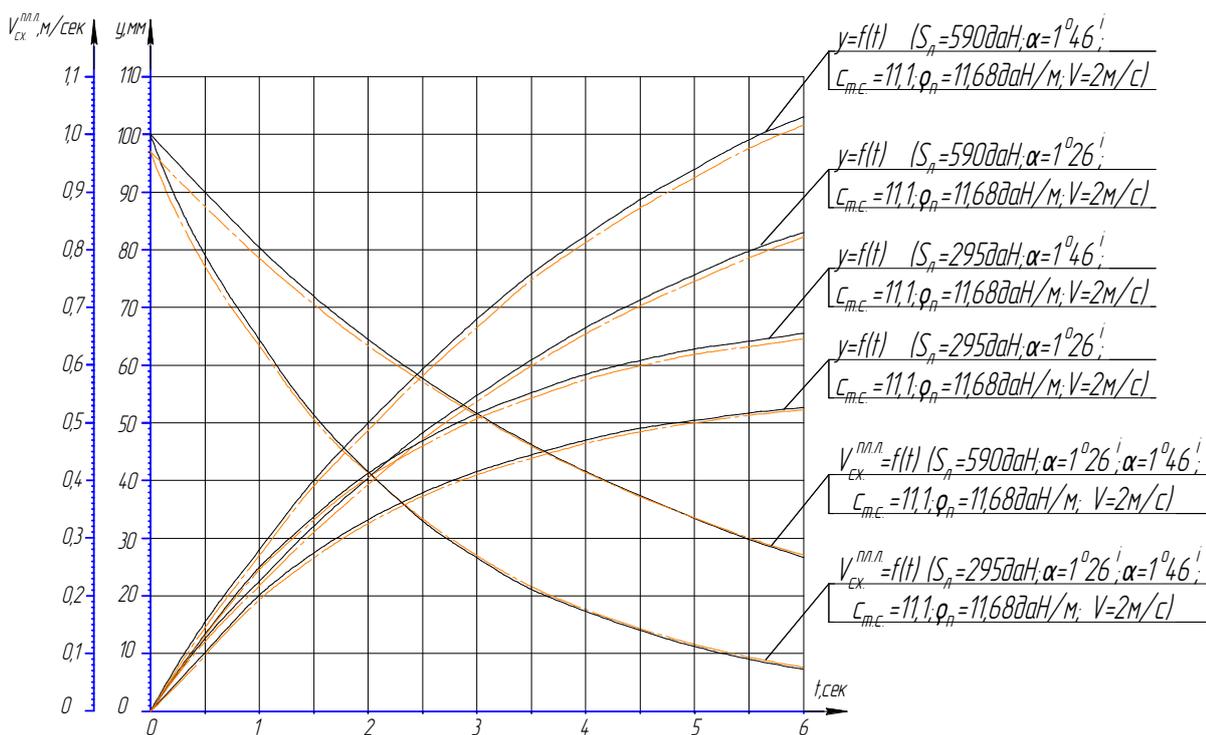


Рис. 8. Графики изменения величины и скорости схода ленты на барабане от времени переходного процесса (сплошной линией при коэффициенте выпуклости $K_{выпн.} = 1$, осевой линией при коэффициенте выпуклости $K_{выпн.} = 1,06$)

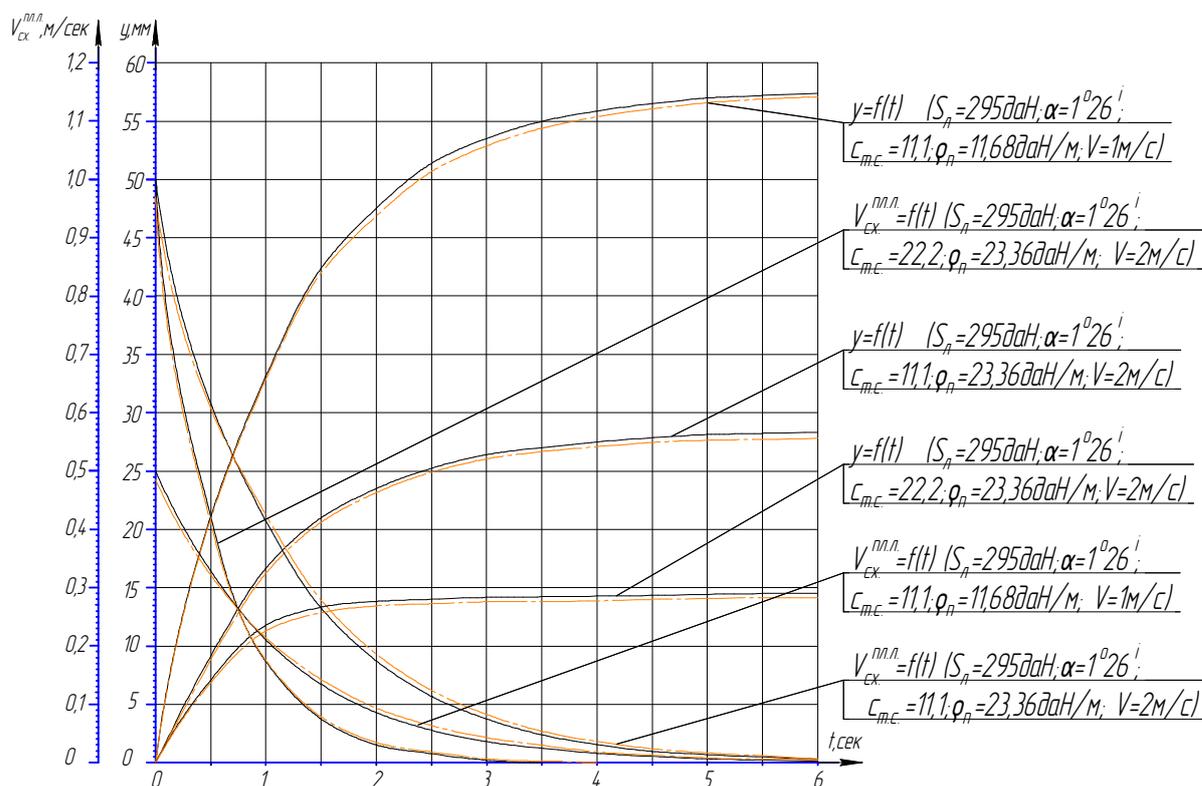


Рис. 9. Графики изменения величины и скорости схода ленты на барабане от времени переходного процесса (сплошной линией при коэффициенте выпуклости $K_{вып.} = 1$, осевой линией при коэффициенте выпуклости $K_{вып.} = 1,06$)

Выводы и направления дальнейших исследований.

Проведенные исследования установили, что нормальное давление ленты на барабан, при отсутствии проскальзываний, не влияет на касательную нагрузку взаимодействия ленты с барабаном, переходной процесс схода ленты на барабане описывается уравнением соответствующим апериодическому звену первого порядка, постоянная времени объекта регулирования (ленты) T_0 существенно зависит от $K_{вып.}$ коэффициента выпуклости барабана. Для уточнения полученных зависимостей, планируется провести исследования на экспериментальном ленточном конвейере Донбасской национальной академии строительства и архитектуры.

Список литературы

1. Гаврюков А.В. Теория и практика использования ленточных конвейеров, работающих при изменяющейся длине / А.В. Гаврюков. – Макеевка: ДонНАСА, 2007. – 119 с.
2. Пономаренко В.А. Транспортирование грузов трубчатыми ленточными конвейерами / В.А. Пономаренко, А.В. Гаврюков. – Макеевка: ДонНАСА, 2011. – 193 с.
3. Высочин Е.М. Центрирование ленты на барабанах / Е.М. Высочин, А.Ф. Леоненко // В кн.: Угольное и горнорудное машиностроение. – 1965. – Вып. №6. – С. 63-67.

4. Дунаев П.Ф. Конструирование узлов и деталей машин: учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985 – 416 с.
5. Мелентьева Л.Я. Об устойчивости перемотки ленты через выпуклый шкив трения / Л.Я. Мелентьева, В.И. Дворников // Изв. ВУЗов. Горный журнал. – 1976. – № 10. – С. 100-104.
6. Современная теория ленточных конвейеров горных предприятий / В.И. Галкин, В.Г. Дмитриев, В.П. Дьяченко и др. – М.: Изд-во МГГУ, 2005. – 543 с.
7. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М: «Наука», 1976. – 870 с
8. Седов Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М.: «Наука», 1970. – Т.1.
9. Прочность, устойчивость, колебания: справочник / под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. – М.: изд. «Машиностроение», 1968. – Т.1. – 832 с.
10. Белостоцкий Б.Х. Анализ поперечного движения ленты на барабане / Б.Х. Белостоцкий // Шахтный и карьерный транспорт. Сб. научных трудов. – 1974. – Вып. 1. – С. 116-121.
11. Янке Е. Специальные функции формулы, графики, таблицы / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш. – М.: «Наука», 1977. – 342 с.
12. Белостоцкий Б.Х. Конструкция автоматических центрирующих устройств ленточных конвейеров / Б.Х. Белостоцкий // Шахтный и карьерный транспорт. Сб. научных трудов. – 1977. – Вып. 3. – С. III-113.
13. Биличенко Н.Я. Эксплуатационные режимы ленточных конвейеров / Н.Я. Биличенко, Е.М. Высочин, Е.Х. Завгородний. – К.: Госгортехиздат УССР, 1964. – 263 с.
14. Троцило В.С. Экспериментальное исследование процесса взаимодействия ленты конвейера с перекошенным роликом / В.С. Троцило // Вопросы рудничного транспорта. Сб. научных трудов. – 1970. – Вып. II. – С. 80 - 84.

Стаття надійшла до редколегії 27.09.2011.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Семенченко А.К.

О.В. Гаврюков. Дослідження процесу сходу стрічки на барабані з незначною опуклістю при його розворотах. Встановлено, що нормальний тиск стрічки на барабан, за відсутності прослизань, не впливає на дотичне навантаження взаємодії стрічки з барабаном при його розвороті. У роботі розроблена математична модель перехідного процесу сходу стрічки на барабані з незначною опуклістю, який залежить від параметрів і режиму роботи конвеєра. Величина поперечного зсуву стрічки на барабані опуклої форми менше, ніж на барабані циліндричної.

Ключові слова: перехідний процес, схід стрічки, математична модель, барабан опуклої форми, параметри і режими роботи конвеєра.

A. Gavrykov. Study of Belt Rolling off Pulley with Negligible Camber at Its Slew-ing Around. The belt pressure to the pulley without slipping has been established to have no effect on the tangential load of the belt interaction with a pulley at its slew-ing around. The paper offers a mathematical model of the transient process of the belt rolling off on a pulley with negligible camber depending on the parameters and a mode of conveyer operation. The transverse displacement quantity of the belt on the convex-shape is less than cylindrical shape pulley.

Keywords: transient process, belt rolling off, mathematical model, convex-shape pulley, parameters and modes of conveyer operation.