Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра «Вища математика» ім. В.В. Пака

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 5

Донецьк – 2007

УДК 51(07), 51, 519.216, 517.518.45, 517.9, 531.38, 539.5, 5:371.214.114 , 621.647.1:621.316.1

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного Технічного Університету
Протокол № 9 від 21.12. 2007 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 5. - Донецьк: ДонНТУ, 2007. – 212 с.

В збірнику представлено різні напрямки застосування математичних методів до розв’язання інженерних задач, а саме, задач механіки твердого тіла, фізики магнітних явищ, статистичної фізики та інших.

Науково-методичні роботи є узагальненням досвіду викладачів кафедри по удосконалюванню математичної підготовки спеціалістів.

Видання розраховано на широке коло наукових робітників, а також аспірантів та студентів старших курсів університетів.

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

УДК 539.5

Динамика дислокаций в примесных кристаллах

В. В. Малашенко

Донецкий национальный технический университет
Донецкий физико-технический институт НАН Украины

З єдиних позицій досліджено динамічну взаємодію дислокацій, що рухаються, з точковими дефектами в феромагнітних та гідростатично стислих кристалах з урахуванням колективних ефектів.

Пластические свойства реального кристалла определяются, главным образом, наличием и движением в нем линейных дефектов – дислокаций, их взаимодействием друг с другом, с другими дефектами, а также с фононами, электронами, магнонами [1-3]. Важным и пока что недостаточно изученным аспектом динамики дислокаций является их взаимодействие с точечными дефектами кристаллической решетки (вакансии, примеси, междоузельные атомы), которые присутствуют практически во всех реальных кристаллах и при высоких концентрациях могут оказывать доминирующее влияние на движение дислокаций, а, следовательно, и на процесс пластической деформации, особенно в случае, когда это взаимодействие приобретает коллективный характер.

1. Коллективное взаимодействие точечных дефектов, распределенных в объеме кристалла, с движущейся краевой дислокацией.

Известно [1] , что механизмы торможения быстрых и медленных дислокаций отличаются коренным образом. Медленно движущиеся дислокации преодолевают барьеры, связанные с точечными дефектами, с помощью термических флуктуаций. По мере возрастания скорости дислокаций их кинетическая энергия достигает высоты энергетических барьеров, появляется возможность динамического преодоления препятствий. Надбарьерное скольжение дислокаций реализуется при высокоскоростном деформировании и ударных нагрузках, а также при исследовании кристаллов методом внутреннего трения. Скорость пластической деформации $\dot{\varepsilon}_d$, как известно, связана с плотностью подвижных дислокаций ρ_d и средней скоростью движения дислокаций v соотношением $\dot{\varepsilon}_d = b\rho_d v$. Динамическое (надбарьерное) скольжение дислокаций реализуется обычно при скоростях деформации $\dot{\varepsilon}_d \geq 10^3 \mathrm{s}^{-1}$ и средней скорости движения дислокаций $v \geq 10^{-2} c$, где c - скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле.

Согласно экспериментальным данным (см., например, [4]), сила торможения дислокации примесными центрами имеет квазивязкий характер, т.е. линейно растет с ростом скорости. Однако согласно теоретической работе [5], сила динамического торможения дислокации точечными дефектами должна быть обратно пропорциональна скорости дислокационного скольжения. Объяснить квазивязкий характер динамического торможения можно лишь с учетом коллективных эффектов. Динамическое взаимодействие дефектов с дислокацией в зависимости от скорости дислокационного скольжения может иметь как коллективный характер, так и характер независимых столкновений [6,7]. Обозначим время взаимодействия дислокации с атомом примеси $\tau_{def} \approx R/v$, где R - радиус дефекта, время распространения возмущения вдоль дислокации на расстояние порядка среднего расстояния между дефектами обозначим $\tau_{dis} \approx l/c$. В области независимых столкновений $v > v_0 = R\Delta_d$ выполняется неравенство $\tau_{def} < \tau_{dis}$, т.е. элемент дислокации за время взаимодействия с точечным дефектом не испытывает на себе влияния других дефектов. В области коллективного взаимодействия ($v < v_0$), наоборот, $\tau_{def} > \tau_{dis}$, т.е. за время взаимодействия дислокации с точечным дефектом данный дислокационный элемент успевает “почувствовать” влияние других дефектов, вызвавших возмущение дислокационной формы.

Рассмотрим краевую дислокацию, движущуюся под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в кристалле, содержащем хаотически распределенные точечные дефекты. Направим ось *OZ* параллельно линии дислокации, а ее вектор Бюргерса параллельно оси *OX*, в положительном направлении которой происходит скольжение дислокации с постоянной скоростью *v*. Элементы дислокации могут совершать малые колебания в плоскости скольжения *XOZ* . Положение дислокации определяется функцией $X(z, t) = vt + w(z, t)$, где $w(z,t)$ – случайная величина, среднее значение которой по ансамблю дефектов и расположению элементов дислокации равно нулю.

Уравнение движения дислокации имеет следующий вид

$$m\frac{\partial X^2(z,t)}{\partial t^2} + \beta\frac{\partial X(z,t)}{\partial t} - T\frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial z^2} = b\left[\sigma_0 + \sigma_{xy}(vt + w; z)\right]. \qquad (1)$$

Здесь T - коэффициент линейного натяжения дислокации, порядок величины коэффициента β определяется выражением $\beta = B_0/m$, где B_0 - коэффициент динамического торможения дислокации, m – масса единицы длины дислокации. В данном уравнении движения мы пренебрегли влиянием рельефа Пайерлса на движение дислокаций, что справедливо, в частности, для металлов и щелочно-галоидных кристаллов. Входящая в правую часть уравнения движения величина σ_{xy} является компонентой тензора напряжений, создаваемых точечными дефектами на линии дислокации. Исследуемый механизм диссипации заключается в необратимом переходе кинетической энергии движения дислокации как целого в энергию поперечных колебаний дислокационных элементов относительно “центра масс” дислокации.

Выражение для силы торможения дислокации точечными дефектами имеет вид

$$F_d = \frac{nb^2}{8\pi^2 m}\int \mathrm{d}^3 p\,|p_x|\left|\sigma_{xy}(p)\right|^2 \delta(p_x^2 v^2 - \omega^2(p_z)), \qquad (4)$$

где интегрирование производится по всему импульсному пространству, n – объемная концентрация точечных дефектов, $\delta(p_x^2 v^2 - \omega^2(p_z))$ - это δ - функция Дирака, $\omega(p_z) = \sqrt{\Delta^2 + c^2 p_z^2}$ - закон дисперсии дислокационных колебаний. Коллективное взаимодействие дефектов с дислокацией приводит к тому, что спектр дислокационных колебаний становится нелинейным: в нем возникает активация.

$$\Delta = \frac{c}{b}\left(n_0 \varepsilon^2\right)^{1/3}, \qquad (5)$$

где n_0 – безразмерная концентрация точечных дефектов, $n_0 = nR^3$, где R - радиус дефекта, ε - параметр несоответствия дефекта. Сила торможения в этом случае равна

$$F_d = \frac{B_d v}{1 + v^2 / v_0^2} \qquad B_d = \frac{\pi n_0^{1/3} \mu^2 \varepsilon^{2/3} b^4}{3mc^3 R} \qquad (6)$$

μ - модуль сдвига. Выполним численные оценки для сравнения с экспериментальными данными. Так, согласно [4], для дислокаций, движущихся со скоростью $10 м/с$ в кристалле с примесями, концентрация которых составляет $n_0 \sim 10^{-3}$, сила торможения дислокации примесями линейно зависит от скорости дислокационного скольжения, обусловленный примесями вклад в константу демпфирования составляет по порядку величины $10^{-4}\,\Pi a \cdot c$. Согласно приведенным выше формулам, при таких значениях скорости и концентрации взаимодействие дефектов с дислокацией имеет коллективный характер, сила торможения дислокации определяется выражением $F_d = B_d v$, где $B_d \approx 10^{-4}\,\Pi a \cdot c$.

2. Особенности динамики дислокаций в наводороженных металлах.

Исследование механизма взаимодействия атомов водорода со структурными несовершенствами кристаллической решетки является важным вопросом теории металлов, решение которого необходимо для понимания природы влияния водорода на свойства металлов и сплавов [8]. Присутствие водорода в металлах может приводить как к отрицательным последствиям (например, водородное “ отравление” металлов), так и положительным (пластифицирование металлов). В связи с этим весьма актуальной является проблема влияния атомов водорода на подвижность дислокаций, перемещение которых вызывает пластическую деформацию кристаллов.

Высокая растворимость водорода в металлах (особенно в Pd, Ta, Nb, V) позволяет обеспечить доминирующее влияние атомов водорода на скорость дислокационного скольжения, а, следовательно, и на скорость пластической деформации при высокоскоростном деформировании. Например, в палладии отношение числа атомов водорода к числу атомов матрицы может достигать единицы. В этом случае атомы водорода благодаря эффекту коллективного взаимодействия могут определять скорость движения краевых дислокаций, а, следовательно, и скорость пластической деформации даже при комнатных температурах.

$$v = \frac{3\ln(L/r_0)}{4\pi^2(1-\gamma)} \frac{R}{b} \frac{\sigma_0}{\mu} \frac{c}{(n_0\varepsilon^2)^{1/3}} \tag{7}$$

Здесь L - величина порядка длины дислокации, r_0 - величина порядка атомных расстояний ($r_0 \sim b$), γ - коэффициент Пуассона. При низких температурах роль этого механизма диссипации возрастает, т.к. он является температурно-независимым, в то время, как эффективность фононных и магнонных механизмов падает при понижении температуры.

3. Скольжение пары краевых дислокаций в гидростатически сжатом кристалле.

Как известно, краевые дислокации, расположенные в параллельных плоскостях скольжения, способны образовывать устойчивые конфигурации, выстраиваясь одна над другой [9]. Этот процесс является основой полигонизации, в результате которой в кристаллах возникают дислокационные стенки. Под действием внешних напряжений такие образования могут перемещаться по кристаллу [10]. Особый интерес представляет движение таких дислокаций в гидростатически сжатых кристаллах. Высокое гидростатическое давление способствует пластификации кристаллических тел, оказывая влияние как на величину упругих модулей кристалла, так и величину взаимодействия дислокаций между собой, что приводит к возникновению специфических особенностей пластической деформации в гидростатически сжатых кристаллах [11,12].

Рассмотрим две бесконечные краевые дислокации, движущиеся под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в поле точечных дефектов, случайным образом распределенных в объеме гидростатически сжатого кристалла [13]. Линии дислокаций параллельны оси OZ, их векторы Бюргерса параллельны оси OX, в положительном направлении которой происходит скольжение дислокаций. Дислокации движутся с постоянной скоростью v, оставаясь при этом в одной плоскости перпендикулярной плоскостям скольжения. Расстояние между плоскостями скольжения обозначим a. Движение каждой дислокации описывается уравнением типа уравнения (1), если его правую часть дополнить силой взаимодействия дислокаций между собой.

Активация, возникающая в спектре дислокационных колебаний в результате взаимодействия дислокаций между собой, зависит от величины гидростатического давления [15]

$$\Delta(p) = \frac{\tilde{c}}{a}\sqrt{\frac{2}{\ln(L/r_0)}}(1+Kp) \qquad (8)$$

где K - коэффициент, зависящий от упругих модулей кристалла.

Сила торможения дислокации точечными дефектами также становится функцией гидростатического давления [13]

$$F = \frac{2\pi^2(1-\tilde{\gamma})\tilde{n}_0\tilde{\mu}\tilde{\varepsilon}^2 a^2 v}{3\tilde{c}R(1+Kp)^2}. \qquad (9)$$

Знак $\tilde{}$ указывает на то, что значения соответствующих величин взяты для гидростатически сжатого кристалла.

Наиболее сильно влияние гидростатического сжатия проявляется в щелочно-галоидных кристаллах. Например, при давлении 10^9 Pa в кристаллах иодида калия сила торможения дислокации точечными дефектами уменьшается на 40% [13].

4. Коллективное взаимодействие упругих дефектов с дислокациями в ферромагнетике.

В ферромагнитном кристалле перестройка спектра дислокационных колебаний происходит под влиянием трех конкурирующих взаимодействий: коллективного взаимодействия дефектов с дислокациями, взаимодействия дислокаций между собой и магнитоупругого взаимодействия дислокаций с магнитной подсистемой кристалла. Первое из них зависит от концентрации и типа дефектов, второе определяется расстоянием между дислокациями, третье зависит от его магнитных характеристик и в первую очередь от величины константы магнитострикции [14]. В зависимости от того, какое взаимодействие окажется доминирующим, получаем различный характер зависимости силы динамического торможения дислокаций от величин, перечисленных выше.

Пусть пара краевых дислокаций движется в параллельных плоскостях скольжения в ферромагнетике с анизотропией типа легкая ось. Перечисленные выше взаимодействия дают аддитивный вклад в формирование этой спектральной щели. Коллективное взаимодействие дефектов с краевой дислокацией приводит к возникновению активации, определяемой выражением (5). В случае ферромагнетика с анизотропией типа легкая ось активация спектра выражается через параметры кристалла следующим образом :

$$\Delta_M^2 = \frac{B_M^2 b^2 \omega_M}{16\pi m c_s^2} \ln\frac{\theta_c}{\varepsilon_0}\ ; \tag{10}$$

где B_M – константа магнитоупругого взаимодействия; b – вектор Бюргерса; m – масса единицы длины дислокации; $\omega_M = gM_0$; g – гиромагнитное отношение; M_0 – намагниченность; θ_C – температура Кюри. Параметры ε_0 и c_S определяют спектр магнонов в ферромагнетике с анизотропией типа легкая ось, когда магнитное поле направлено вдоль оси анизотропии: $\varepsilon(k) = \varepsilon_0 + c_S^2 k^2$ (k – волновой вектор). При значении намагниченности, превышающем некоторое критическое значение, магнитоупругое взаимодействие становится доминирующим, с ростом намагниченности активация в спектре дислокационных колебаний увеличивается, а сила торможения дислокации упругими точечными дефектами обратно пропорциональна квадрату константы магнитоупругого взаимодействия.

Полученные результаты могут быть полезны для исследования пластической деформации магнитоупорядоченных кристаллов, особенно кристаллов, обладающих гигантской магнитострикцией, а также при изучении коллективного движения дислокаций.

Литература

1. Альшиц В.И., Инденбом В.Л. Динамическое торможение дислокаций. //УФН.–1975.–Т. 115, № 1.–С. 3–39.
2. Каганов М.И., Кравченко В.Я., Нацик В.Д. Электронное торможение дислокаций в металлах.// УФН.-1973.-Т.111, №4.-С.655- 682.
3. Барьяхтар В.Г., Друинский Е.И. Динамическое торможение дислокаций в ферромагнетиках.//ЖЭТФ.-1977.-Т.72, №1.- С. 218-224.
4. Kaneda T. Frictional force on a fast moving dislocation in copper dilute alloys.//J. Phys. Soc. Japan.-1970.-V.28, №5.-P.1205-1211.
5. Natsik V.D., K.A. Chishko K.A. Effect of impurities on dynamic dragging of dislocations.// Crystal Res. and Technol.-1984.-V. 19, № 6.- P.763-768.
6. Malashenko V.V., Sobolev V.L., Khudik B.I. Self-Consistent Description of the Effect of Point Defects on Spectrum and Dynamic Deceleration of Dislocations.//Phys. stat. sol. (b).–1987.–Vol.143, № 2.–P. 425–431.
7. Малашенко В.В. Особенности скольжения дислокаций в наводороженных металлах.// ФММ.-2005.-Т.100, №6.-С. 1-4.
8. Алефельд Г., Фелькль И. Водород в металлах. Т. 1–М.: Мир, 1981.–475 с.
9. Хирт Д., Лоте И. Теория дислокаций. М.: Наука, 1972.- 599 с.
10. Малашенко В.В. Влияние фононной вязкости и дислокационного взаимодействия на скольжение пары краевых дислокаций в кристалле с точечными дефектами.// ФТТ.-2006.-Т.48, №3.-С.433-435.
11. Токий В.В., Зайцев В.И.. // ФТТ.- 1973.- Т.15, № 8.- С.2460-2467.
12. Косевич А.М., Токий В.В., Стрельцов В.А. // ФММ.- 1978.- Т.45, № 6.- С. 1135-1144.
13. Малашенко В.В. Динамическое торможение краевых дислокаций точечными дефектами в гидростатически сжатом кристалле.// ЖТФ.-2006- Т.76,№6.-С.127-129.
14. Малашенко В.В. Особенности коллективного взаимодействия точечных дефектов с движущейся парой краевых дислокаций в магнитоупорядоченном кристалле.// ФТВД.-2003.-Т.13, №2.-С.108-116.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ***Улитин Г.М.*** Об одном способе доказательства формулы Тейлора……………………………………………………………………...3

2. ***Малашенко В. В., Малашенко Т.И.*** Надбарьерное скольжение краевой дислокации через дислокационный лес ………………………………………6

3. ***Малашенко В. В.*** Динамика дислокаций в примесных кристаллах……..10

4. ***Малашенко В. В.*** Выход винтовых дислокаций на стационарный режим движения………………………………………………………………………17

5. ***Зиновьева Я.В.*** Новое точное решение задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, сочлененных идеальным сферическим шарниром, на инвариантном соотношении специального вида………………………..…21

6. ***Лесина М.Е., Зиновьева Я.В***. Частное решение задачи о движении по инерции двух гироскопов Лагранжа……………………………………..…..32

7. ***Лесина М.Е., Зиновьева Я.В.*** Частное решение уравнений движения системы двух гироскопов Лагранжа, при одном условии, связывающем циклические постоянные……………………………………...42

8. ***Руссиян С. А.*** Исследование влияния переходных процессов на устойчивость работы аппарата АЗУР-1 при коммутации кабельного ответвления сети…………………………………………………………………65

9. ***Лесина М.Е., Гоголева Н.Ф.*** Уравнение аксоидов задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, соединенных неголономным шарниром при нулевом значении момента количества движения системы…………………………………………………………….……..…70

10. ***Лесина М.Е., Гоголева Н.Ф.*** Аксоиды для нового точного решения в задаче о движении по инерции двух гироскопов Лагранжа, соединенных неголономным шарниром…………………………………………………..96

11. ***Гончаров А.Н.*** Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и определитель Вронского…………125

12. ***Ярхо Т.А.*** Особенности изложения темы числовые ряды в курсе высшей математики технического университета ……………………………………127

13. ***Наконечная Т.В., Никулин А.В.*** Применение таксонометрического метода при планировании математической подготовки студентов технических направлений ……………………………………………………144

14. ***Варварецька Г.А., Клімова Т.І., Сапронова Т.М.*** Система роботи викладачів математики вищої школи в центрі довузівської підготовки ОНМА …………………………………………………………………………152

15. ***Евсеева Е. Г., Савин А. И.*** Опорный конспект по теории множеств….161

16. ***Косолапов Ю.Ф., Ляшенко С. В.*** Некоторые применения дельта-функции во втузе………………………………………………………………...171

17. ***Алєксєєва І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О.,Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б.*** Курс дистанційної освіти « Лінійна алгебра та Аналітична геометрія » ………………………………………………………………….178

18. ***Ткач Ю.М.*** Міжпредметні зв'язки при вивченні математики та основ економіки в класах економічного профілю……………………………………187
19. ***Локтионов И.К., Гусар Г.А., Локтионов К.И.*** Оценки погрешностей квадратных формул – общий подход…………………………………..…196
20. ***Ехилевский С.Г.*** Дискретность спектральной плотности и представление для обобщенных функции Дирака и Хевисайда……………………………202
21. ***Ехилевский С.Г.*** Разложение в ряд Фурье таблично заданных функций …………………………………………………………………………….206